GENERAL MATHEMATICS (UM)

PUNJAB BOARD NOTES

9TH CLASS

Presented by:

Urdu Books Whatsapp Group

STUDY GROUP

0333-8033313
راؤ ایاز

0343-7008883
پاکستان زندہ باد

0306-7163117
محمد سلمان سلیم

- فی صد
- نسبت
- تناسب
- مرکب تناسب

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- فی صد بطور کسر (نسب نما 100 کے ساتھ)
- تبدیلی:
  - فی صد کی کسر میں تبدیلی جس کا نسب نما 100 کے ساتھ
  - کسر کو 100 فی صد سے ضرب دے کر فی صد میں تبدیل کرنا
  - فی صد کو اعشاریہ اور اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنا
- روزمرہ زندگی میں فی صد کا استعمال
- نسبت
  - اینٹی سی ڈینٹ اور کانسی کوئنٹ
  - نسبت کی کوئی اکائی نہیں ہوتی
  - نسبت کا آرڈر
- نسبت میں جب ایک عدد کو بڑھایا یا کم کیا جائے تو کیا ہوتا ہے۔
- روزمرہ زندگی میں تناسب کے مسائل
- تناسب
- تناسب (راست اور معکوس)
- روزمرہ زندگی سے تناسب کے مسائل
- مرکب تناسب
- مرکب تناسب سے متعلقہ مسائل

فی صد Percent

لفظ پرسنٹ (Percent) لاطینی لفظ پرسنٹم کی مختصر شکل ہے۔ فی صد عربی زبان کا لفظ ہے جس کا مطلب "سو میں سے" یا "سو پر" ہے۔ فی صد کے لیے علامت % استعمال ہوتی ہے۔

حل مشق 1.1

1. درج ذیل فی صد کو کسروں کی آسان شکل میں واضح کیجیے۔

حل:

(i) 95%

حل:

$$95\% = 95\times\frac{1}{100} = \frac{95}{100} = \frac{19}{20}$$

(ii) 65%

$$65\% = 65\times\frac{1}{100} = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

(iii) 75% حل:

$75\% = 75 \times \frac{1}{100} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

(iv) 25% حل:

$25\% = 25 \times \frac{1}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

(v) 56% حل:

$56\% = 56 \times \frac{1}{100} = \frac{56}{100} = \frac{14}{25}$

(vi) 48% حل:

$48\% = 48 \times \frac{1}{100} = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

(vii) 8% حل:

$8\% = 8 \times \frac{1}{100} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$

(viii) $33\frac{1}{2}\%$ حل:

$33\frac{1}{2}\% = 33.5 \times \frac{1}{100} = \frac{335}{10} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{335}{1000} = \frac{67}{200}$

(ix) $37\frac{1}{2}\%$ حل:

$37\frac{1}{2}\% = 37.5 \times \frac{1}{100} = \frac{375}{10} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$

(x) $87\frac{1}{2}\%$ حل:

$87\frac{1}{2}\% = 87.5 \times \frac{1}{100} = \frac{875}{10} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$

(xi) $5\frac{1}{4}\%$ حل:

$5\frac{1}{4}\% = 5.25 \times \frac{1}{100} = \frac{525}{100} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{525}{10000} = \frac{21}{400}$

(xii) $42\frac{1}{2}\%$ حل:

$42\frac{1}{2}\% = 42.5 \times \frac{1}{100} = \frac{425}{10} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{425}{1000} = \frac{17}{40}$

2. درج ذیل کسور کو فی صد کی شکل میں لکھیے اور جہاں ضروری ہو جواب ایک درجہ اعشاریہ تک درست ہو لکھیے۔

(i) $\frac{3}{4}$ حل:

$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 100\% = 3 \times 25\%$

$= 75\%$

(ii) $\frac{3}{5}$ حل:

$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times 100\% = 3 \times 20\%$

$= 60\%$

(iii) $\frac{4}{25}$ حل:

$\frac{4}{25} = \frac{4}{25} \times 100\% = 4 \times 4\% = 16\%$

(iv) $\frac{13}{20}$ حل:

$\frac{13}{20} = \frac{13}{20} \times 100\% = 13 \times 5\% = 65\%$

(v) $\frac{31}{25}$ حل:

$\frac{31}{25} = \frac{31}{25} \times 100\% = 31 \times 4\% = 124\%$

(vi) $\frac{21}{40}$ حل:

$\frac{21}{40} = \frac{21}{40} \times 100\% = \frac{2100}{40}\% = 52.5\%$

ختم نبوت ﷺ زندہ باد　　　　　　　　　　عظمت صحابہ زندہ باد

السلام علیکم ورحمۃ اللہ وبرکاتہ:

معزز ممبران: آپ کا وٹس ایپ گروپ ایڈمن "**اردو بکس**" آپ سے مخاطب ہے۔

آپ تمام ممبران سے گزارش ہے کہ:

- گروپ میں صرف PDF کتب پوسٹ کی جاتی ہیں لہذا کتب کے متعلق اپنے کمنٹس / ریویوز ضرور دیں۔ گروپ میں بغیر ایڈمن کی اجازت کے کسی بھی قسم کی (اسلامی وغیر اسلامی، اخلاقی، تحریری) پوسٹ کرنا سختی سے منع ہے۔
- گروپ میں معزز، پڑھے لکھے، سلجھے ہوئے ممبرز موجود ہیں اخلاقیات کی پابندی کریں اور گروپ رولز کو فالو کریں بصورت دیگر معزز ممبرز کی بہتری کی خاطر ریموو کر دیا جائے گا۔
- کوئی بھی ممبر کسی بھی ممبر کو انباکس میں میسیج، مس کال، کال نہیں کرے گا۔ رپورٹ پر فوری ریموو کر کے کاروائی عمل میں لائے جائے گی۔
- ہمارے کسی بھی گروپ میں سیاسی و فرقہ واریت کی بحث کی قطعاً کوئی گنجائش نہیں ہے۔
- اگر کسی کو بھی گروپ کے متعلق کسی قسم کی شکایت یا تجویز کی صورت میں ایڈمن سے رابطہ کیجئے۔
- سب سے اہم بات:

گروپ میں کسی بھی قادیانی، مرزائی، احمدی، گستاخِ رسول، گستاخِ امہات المؤمنین، گستاخِ صحابہ و خلفائے راشدین حضرت ابو بکر صدیق، حضرت عمر فاروق، حضرت عثمان غنی، حضرت علی المرتضیٰ، حضرت حسنین کریمین رضوان اللہ تعالیٰ اجمعین، گستاخ اہلبیت یا ایسے غیر مسلم جو اسلام اور پاکستان کے خلاف پراپیگنڈا میں مصروف ہیں یا ان کے روحانی وذہنی سپورٹرز کے لئے کوئی گنجائش نہیں ہے لہذا ایسے اشخاص بالکل بھی گروپ جوائن کرنے کی زحمت نہ کریں۔ معلوم ہونے پر فوراً ریموو کر دیا جائے گا۔

- تمام کتب انٹرنیٹ سے تلاش / ڈاؤنلوڈ کر کے **فری آف کاسٹ** وٹس ایپ گروپ میں شیئر کی جاتی ہیں۔ جو کتاب نہیں ملتی اس کے لئے معذرت کر لی جاتی ہے۔ جس میں محنت بھی صَرف ہوتی ہے لیکن ہمیں آپ سے صرف دعاؤں کی درخواست ہے۔
- عمران سیریز کے شوقین کیلئے علیحدہ سے عمران سیریز گروپ موجود ہے۔
- **لیڈیز کے لئے الگ گروپ کی سہولت موجود ہے جس کے لئے ویریفکیشن ضروری ہے۔**
- اردو کتب / عمران سیریز یا سٹڈی گروپ میں ایڈ ہونے کے لئے ایڈمن سے وٹس ایپ پر بذریعہ میسیج رابطہ کریں اور جواب کا انتظار فرمائیں۔ برائے مہربانی اخلاقیات کا خیال رکھتے ہوئے موبائل پر کال یا ایم ایس کرنے کی کوشش ہر گز نہ کریں۔ ورنہ گروپس سے تو ریموو کیا ہی جائے گا بلاک بھی کیا جائے گا۔

نوٹ: ہمارے کسی گروپ کی کوئی فیس نہیں ہے۔ سب فی سبیل اللہ ہے

0306-7163117	0343-7008883	0333-8033313
محمد سلمان سلیم	پاکستان زندہ باد	راؤ ایاز

پاکستان زندہ باد　　　　　　　　　　پاکستان پائندہ باد

اللہ تبارک تعالیٰ ہم سب کا حامی وناصر ہو

(vii) $\frac{23}{60}$ حل:

$\frac{23}{60} = \frac{23}{60} \times 100\% = \frac{2300}{60}\%$

$= 38.3\%$

(viii) $\frac{8}{3}$ حل:

$\frac{8}{3} = \frac{8}{3} \times 100\% = \frac{800}{3}\%$

$= 266.7\%$

(ix) $\frac{8}{5}$ حل:

$\frac{8}{5} = \frac{8}{5} \times 100\% = 8 \times 20\%$

$= 160\%$

(x) $\frac{7}{8}$ حل:

$\frac{7}{8} = \frac{7}{8} \times 100\% = \frac{700}{8}\%$

$= 87.5\%$

(xi) $\frac{5}{8}$ حل:

$\frac{5}{8} = \frac{5}{8} \times 100\% = \frac{500}{8}\% = 62.5\%$

$= 62.5\%$

(xii) $\frac{3}{8}$ حل:

$\frac{3}{8} = \frac{3}{8} \times 100\% = \frac{300}{8}\%$

$= 37.5\%$

3. دی گئی فی صد کو اعشاریہ میں تبدیل کیجیے جبکہ جواب تین درجہ اعشاریہ تک درست ہو۔

(i) **47%** حل:

$47\% = 47 \times \frac{1}{100} = \frac{47}{100} = 0.47$

(ii) **58%** حل:

$58\% = 58 \times \frac{1}{100} = \frac{58}{100} = 0.58$

(iii) **92%** حل:

$92\% = 92 \times \frac{1}{100} = \frac{92}{100} = 0.92$

(iv) **8%** حل:

$8\% = 8 \times \frac{1}{100} = \frac{8}{100} = 0.08$

(v) **12%** حل:

$12\% = 12 \times \frac{1}{100} = \frac{12}{100} = 0.12$

(vi) **120%** حل:

$120\% = 120 \times \frac{1}{100} = \frac{120}{100} = 1.20$

(vii) **180%** حل:

$180\% = 180 \times \frac{1}{100} = \frac{180}{100} = 1.80$

(viii) **145%** حل:

$145\% = 145 \times \frac{1}{100} = \frac{145}{100} = 1.45$

(ix) $5\frac{1}{2}\%$ حل:

$5\frac{1}{2}\% = \frac{11}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{11}{200} = 0.055$

(x) $5\frac{1}{3}\%$ حل:

$5\frac{1}{3}\% = \frac{16}{3} \times \frac{1}{100} = \frac{16}{300} = 0.053$

(xi) $48\frac{2}{3}\%$ حل:

$48\frac{2}{3}\% = \frac{146}{3} \times \frac{1}{100} = \frac{146}{300}$

$= 0.486$

(xii) $58\frac{1}{3}\%$ حل:

$58\frac{1}{3}\% = \frac{175}{3} \times \frac{1}{100} = \frac{175}{300}$

$= 0.583$

.4 درج ذیل اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کیجیے۔

(i) **0.5** :حل

$0.5 = 0.5 \times 100\% = 50\%$

(ii) **0.9** :حل

$0.9 = 0.9 \times 100\% = 90\%$

(iii) **1,25** :حل

$1.25 = 1.25 \times 100\% = 125\%$

(iv) **1.39** :حل

$1.39 = 1.39 \times 100\% = 139\%$

(v) **1.72** :حل

$1.72 = 1.72 \times 100\% = 172\%$

(vi) **0.22** :حل

$0.22 = 0.22 \times 100\% = 22\%$

(vii) **2.64** :حل

$2.64 = 2.64 \times 100\% = 264\%$

(viii) **3.41** :حل

$3.41 = 3.41 \times 100\% = 341\%$

(ix) **0.845** :حل

$0.845 = 0.845 \times 100\% = 84.5\%$

(x) **1.78** :حل

$1.78 = 1.78 \times 100\% = 178\%$

(xi) **1.58** :حل

$1.58 = 1.58 \times 100\% = 158\%$

(xii) **0.065** :حل

$0.065 = 0.065 \times 100\% = 6.5\%$

.5 درج ذیل جدول کو مکمل کیجیے۔

نمبر	کسر	فی صد	اعشاریہ
(i)	$\frac{3}{4}$	75%	0.75
(ii)	$\frac{4}{5}$	80%	0.8
(iii)	$\frac{2}{5}$	40%	0.4
(iv)	$\frac{31}{50}$	62%	0.62
(v)	$\frac{11}{25}$	44%	0.44

حل مشق 1.2

.1 اگر ایک اسکول کے طلبہ میں سے 45% لڑکیاں ہوں تو لڑکوں کی تعداد فی صد میں کیا ہوگی؟

:حل

[illegible] = 45%

[illegible] = 100 − 45% = [illegible]

.2 اگر 82% گھروں میں ٹیلی وژن ہوں تو کتنے فی صد گھروں میں ٹیلی وژن نہیں ہوگا؟

حل:

جتنے فی صد گھروں میں ٹیلی وژن ہیں $= 82\%$

جتنے فی صد گھروں میں ٹیلی وژن نہیں ہیں $= (100 - 82)\% = 18\%$

.3 ایک ہاکی ٹیم نے کھیلے گئے میچوں میں سے 62% جیتے جبکہ 26% برابر رہے۔ ہاکی ٹیم نے کل کتنے فی صد میچ ہارے؟

حل:

جتنے فی صد ہاکی ٹیم نے میچ جیتے۔ $= 62\%$

جتنے فی صد ہاکی ٹیم نے میچ برابر کیے۔ $= 26\%$

جتنے فی صد ہاکی ٹیم نے میچ ہارے۔ $= (100 - 62 - 26)\%$

$= (100 - 88)\% = 12\%$

.4 ایک ہوائی جہاز میں 400 مسافر سوار تھے جن میں سے 52% مسافر پاکستانی، 17% چائنیز، 12% ایرانی اور بقیہ برطانیہ سے تھے۔

حل: **(i) ہر ملک سے کتنے مسافر جہاز میں سوار تھے؟**

کل مسافر $= 400$

پاکستانی مسافر $= 400 \times 52\% = 400 \times \frac{52}{100} = 4 \times 52 = 208$

چائنیز مسافر $= 400 \times 17\% = 400 \times \frac{17}{100} = 4 \times 17 = 68$

ایرانی مسافر $= 400 \times 12\% = 400 \times \frac{12}{100} = 4 \times 12 = 48$

برطانوی مسافر $= 400 \times (100 - 52 - 17 - 12)\% = 400 \times (100 - 81)\%$

$= 400 \times 19\% = 400 \times \frac{19}{100} = 4 \times 19 = 76$

(ii) برطانیہ کے مسافر کتنے فی صد تھے؟

برطانیہ کے فی صد مسافر $= [100 - (52 + 17 + 12)]\%$

$= (100 - 81)\% = 19\%$

.5 آمنہ نے ریاضی کے امتحان میں 50 میں سے 46 نمبر حاصل کیے جبکہ کیمسٹری میں 75 میں سے 64 اور فزکس میں 80 میں سے 72 نمبر حاصل کیے۔ اس نے کس مضمون میں بہترین کارکردگی دکھائی؟

حل:

ریاضی میں فی صد نمبر $= \frac{46}{50} \times 100 = 92\%$

کیمسٹری میں فی صد نمبر $= \frac{64}{75} \times 100 = 85.33\%$

فزکس میں فی صد نمبر $= \frac{72}{80} \times 100 = 90\%$

تاہم آمنہ نے ریاضی میں بہترین کارکردگی دکھائی۔

6. ایک ترکھان کی ایک میز بنانے پر 720 روپے لاگت آئی۔ اگر اس نے یہ میز 920 روپے میں بیچی ہو تو اس کا منافع فیصد میں بتایئے۔

حل:

کل لاگت $= 720$

قیمت فروخت $= 920$

منافع $= 920 - 720 = 200$

منافع فی صد $= \dfrac{\text{منافع}}{\text{کل لاگت}} \times 100 = \dfrac{200}{720} \times 100 = 27.78\%$

7. اگر کسی کتاب کا 84% حصہ 420 صفحات پر مشتمل ہو تو کتاب میں کل کتنے صفحات ہوں گے؟

حل:

کتاب کے 84% حصہ پر مشتمل صفحات $= 420$

کل صفحات $= \dfrac{420}{84\%} = \dfrac{420}{84 \times \frac{1}{100}}$

$= \dfrac{420}{84} \times 100 = 500$ صفحے

8. حمزہ اپنی کل آمدنی میں سے 20% مکان کے کرایہ پر خرچ کرتا ہے اور بقیہ میں سے 70% گھریلو اخراجات پر۔ اگر اسے 1800 روپے کی بچت ہو تو اس کی کل آمدنی کیا ہوگی؟

حل:

فرض کیا کل آمدنی $= x$

حمزہ نے مکان کے کرایہ پر خرچ کیے $= 20\%$ کا $x = 0.20\,x$

بقیہ آمدنی $= 100\% - 20\% = 80\%$

بقیہ آمدنی میں سے گھریلو اخراجات پر خرچ $= (70\%$ کا $x) \times 80\%$

$= 80\%\ 70\%\ x$

$= 0.80 \times 0.70\,x = 0.56\,x$

بچت $= 1800$ روپے

$x = 0.20\,x + 0.56x + 1800$

$x = 0.76\,x + 1800$

$x - 0.76\,x + 1800$

$(1 - 0.76)\,x = 1800$

$0.24\,x = 1800$

$x = \dfrac{1800}{0.24} = 7500$ روپے

9. راحیل کی آمدنی رؤف کی آمدنی سے 25% زیادہ ہے۔ رؤف کی آمدنی راحیل کی آمدنی سے کتنے فی صد کم ہے؟

حل:

فرض کیا رؤف کی آمدنی $= x$ روپے

راحیل کی آمدنی $= x + 25\%$ کا x

$= x + 0.25x$

$= (1 + 0.25)x = 1.25\,x$

رؤف کی آمدنی $= 1.25x - x$

رؤف کی آمدنی میں فی صد کمی $= \left(\dfrac{1.25x - x}{1.25x} \times 100\right)\%$

$= \left(\dfrac{0.25x}{1.25x} \times 100\right)\%$

$= (0.20 \times 100)\% = 20\%$

نسبت

ایک جیسی اکائیوں والی ایک جیسی مقداروں کے موازنہ کو نسبت کہتے ہیں۔

نسبت کے لیے علامت '' ہے۔

(i) نسبت بطور تعلق

درج ذیل میں 6 گیندیں ہیں۔

6 میں سے 2 گیندیں سفید ہیں۔

سفید گیندوں کی کسر $= \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

$= 1:3$

اوپر دکھائے گئے گیندوں میں سے 2 سفید اور 4 گیندیں سرخ رنگ کی ہیں۔

سفید گیندوں اور سرخ گیندوں کے درمیان نسبت $= 2 : 4$

$= 1 : 2$

نسبت $1 : 2$ یہ ظاہر کرتی ہے کہ ایک سفید گیند کے لیے 2 سرخ گیند ہیں۔

اگر a اور b دو مقداروں کو ظاہر کرتے ہوں جبکہ b غیر صفر ہو تو a کی b سے نسبت کو a:b اور کسر کی شکل میں $\dfrac{a}{b}$ لکھتے ہیں۔

اگر ایک مقدار 2 اور دوسری 3 ہو تو دونوں مقداروں میں نسبت $2 : 3$ یا $\dfrac{2}{3}$ ہو گی۔

اگر دو مقداریں جن کا موازنہ کیا جانا ہو ایک ہی اکائی میں نہ ہوں تو ان کے درمیان نسبت معلوم کرنے کے لیے پہلے ہم ان کو ایک ہی اکائی میں تبدیل کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر اگر دو لمبائیاں 50 سینٹی میٹر اور 3 میٹر ہوں تو ان کے درمیان نسبت:

$50 : 300$
$= 1 : 6$

100 سینٹی میٹر = 1 میٹر

300 سینٹی میٹر = 3 میٹر

('1' کے علاوہ) اگر a اور b صحیح اعداد ہوں اور ان کے درمیان کوئی مشترک جزنہ ہوں۔

تو نسبت $a : b$ اپنی آسان ترین شکل کہلاتی ہے۔

مثال: نسبت 8:12 کو آسان ترین شکل میں لکھیے۔

حل: $8:12 = \frac{8}{4}:\frac{12}{4}$

$=2:3$

(ii) اینٹی سی ڈینٹ اور کانسی کوئنٹ (Antecedent and Consequent)

نسبت a:b میں "a" کو اینٹی سی ڈینٹ (پہلا یا پہلا آنے والا) کہتے ہیں اور "b" کو کانسی کوئنٹ (بعد میں آنے والا) کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر 2:5 میں 2 اینٹی سی ڈینٹ ہے اور 5 کانسی کوئنٹ ہے۔

(iii) نسبت کی کوئی اکائی نہیں ہوتی

ایک جگ اور ایک گلاس کو لیتے ہیں جن میں بالترتیب 1500 ملی لٹر اور 200 ملی لٹر جوس ہے۔

دو اشیاء میں جوس کے حجم کا موازنہ = $\frac{\text{گلاس میں جوس کا حجم}}{\text{جگ میں جوس کا حجم}} = \frac{200 \text{ ملی لٹر}}{1500 \text{ ملی لٹر}}$

$= \frac{2}{15}$ یا 2:15

ہم ان دونوں مقداروں کا موازنہ کرسکتے ہیں کیونکہ شمارکنندہ اور نسب نما میں اکائیاں ایک جیسی ہیں۔ اس لیے نسبت 2 : 15 کی کوئی اکائی نہیں۔

(iv) نسبت کا آرڈر

- اگر دو مقداروں کو a اور b سے ظاہر کیا جائے تو a سے b کی نسبت کو a : b لکھتے ہیں۔
- ہم اس نسبت کو b : a نہیں لکھ سکتے، کیونکہ $a:b \neq b:a$ or $\frac{a}{b} \neq \frac{b}{a}$

اس لیے نسبت میں مقداروں کی ترتیب کو برقرار رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر 2 : 5 اور 5:2 دو مختلف نسبتیں ہیں

کیونکہ $2:5 \neq 5:2$ or $\frac{2}{5} \neq \frac{5}{2}$

نسبت میں جب ایک عدد کو بڑھایا یا کم کیا جائے

اگر ایک سکول کی لائبریری میں ریاضی کی کتب کی تعداد کو 75 سے بڑھا کر 95 کیا جائے تو:

پہلی کتب کی تعداد اور موجود کتب کی تعداد میں نسبت $= 75:95$

$= 15:19$

مثال: ایک طالب علم 7 روپے روزانہ خرچ کرتا ہے، لیکن اتوار کو وہ صرف 20 روپے خرچ کرتا ہے۔ اتوار اور ہر روز خرچ کیے گئے روپوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجیے۔

حل: مطلوبہ نسبت $= 20:70$

$= 2:7$

حل مشق 1.3

1. پہلی مقدار کی دوسری مقدار سے آسان شکل میں نسبت معلوم کیجیے۔

(i) **Rs. 24 , Rs. 6** حل:

$$24:6=\frac{24}{6}:\frac{6}{6}=4:1$$

(ii) **20kg , 5 kg** حل:

$$20:5=\frac{20}{5}:\frac{5}{5}=4:1$$

(iii) **20cm, 80cm** حل:

$$20:80=\frac{20}{20}:\frac{80}{20}=1:4$$

(iv) **5m, 5m** حل:

$$5:5=\frac{5}{5}:\frac{5}{5}=1:1$$

(v) **1500km, 1200km** حل:

$$1500:1200=\frac{1500}{100}:\frac{1200}{100}$$

$$=\frac{15}{3}:\frac{12}{3}=5:4$$

(vi) **Rs. 150 , Rs. 275** حل:

$$150:275=\frac{150}{25}:\frac{275}{25}=6:11$$

2. درج ذیل میں سے ہر نسبت کو آسان شکل میں لکھیے۔

(i) $\frac{2}{3}:\frac{3}{5}$ حل:

$$\frac{2}{3}:\frac{3}{5}=\frac{2}{3}\times 15:\frac{3}{5}\times 15=2\times 5:3\times 3=10:9$$

(ii) $\frac{4}{5}:\frac{3}{4}$ حل:

$$\frac{4}{5}:\frac{3}{4}=\frac{4}{5}\times 20:\frac{3}{4}\times 20=4\times 4:3\times 5=16:15$$

(iii) $\frac{5}{6}:\frac{7}{10}$ حل:

$$\frac{5}{6}:\frac{7}{10}=\frac{5}{6}\times 30:\frac{7}{10}\times 30=5\times 5:7\times 3=25:21$$

(iv) $\frac{13}{40}:\frac{3}{20}$ حل:

$$\frac{13}{40}:\frac{3}{20}=\frac{13}{40}\times 40:\frac{3}{20}\times 40$$

$$=13\times 1:3\times 2=13:6$$

(v) $\frac{2}{3}:\frac{1}{6}$ حل:

$$\frac{2}{3}:\frac{1}{6}=\frac{2}{3}\times 6:\frac{1}{6}\times 6=2\times 2:1\times 1=4:1$$

(vi) $\frac{4}{10} : 20$ حل:

$$\frac{4}{10} : 20 = \frac{4}{10} \times 10 : 20 \times 10 = 4 \times 1 : 20 \times 10$$

$$= 4 : 200 = \frac{4}{4} : \frac{200}{4} = 1 : 50$$

(vii) $\frac{15}{10} : 2$ حل:

$$\frac{15}{10} : 2 = \frac{15}{10} \times 10 : 2 \times 10 = 15 \times 1 : 2 \times 10$$

$$= 15 : 20 = \frac{15}{5} : \frac{20}{5} = 3:4$$

(viii) $\frac{12}{10} : \frac{28}{10}$ حل:

$$\frac{12}{10} : \frac{28}{10} = \frac{12}{10} \times 10 : \frac{28}{10} \times 10 = 12 : 28$$

$$= \frac{12}{4} : \frac{28}{4} = 3 : 7$$

(ix) $\frac{2}{5} : \frac{1}{3}$ حل:

$$\frac{2}{5} : \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \times 15 : \frac{1}{3} \times 15 = 2 \times 3 : 1 \times 5 = 6 : 5$$

.3 ایک شہر میں 126 میڈیکل کے طلبہ نے درج ذیل جدول کے مطابق سفر کیا۔

رکشا	ٹیکسی	بس	کار
14	9	75	28

درج ذیل طلبہ کے درمیان جنہوں نے سفر کیا نسبت معلوم کیجیے۔

(i) رکشا سے ٹیکسی سے؟ $= 14 : 9$

(ii) ٹیکسی سے بس سے؟ $= 9 : 75 = \frac{9}{3} : \frac{75}{3} = 3 : 25$

(iii) ٹیکسی سے کار سے؟ $= 9 : 28$

.4 اسکول کی لائبریری میں ریاضی کی 75 کتب، انگلش کی 115 کتب، کیمسٹری کی 85 کتب اور فزکس کی 60 کتب موجود ہیں۔ درج ذیل نسبت معلوم کیجیے۔

(i) ریاضی کی کتب کی تعداد اور انگلش کی کتب کی تعداد میں۔

$$= 75 : 115 = \frac{75}{5} : \frac{115}{5} = 15 : 23$$

(ii) انگلش کی کتب کی تعداد اور کیمسٹری کی کتب کی تعداد میں۔

$= 115 : 85 = \frac{115}{5} : \frac{85}{5} = 23 : 17$

(iii) انگلش کی کتب کی تعداد اور فزکس کی کتب کی تعداد میں۔

$= 115 : 60 = \frac{115}{5} : \frac{60}{5} = 23 : 12$

(iv) فزکس کی کتب کی تعداد اور کیمسٹری کی کتب کی تعداد میں۔

$= 60 : 85 = \frac{60}{5} : \frac{85}{5} = 12 : 17$

(v) فزکس کی کتب کی تعداد اور ریاضی کی کتب کی تعداد میں۔

$= 60 : 75 = \frac{60}{5} : \frac{75}{5} = \frac{12}{3} : \frac{15}{3} = 4 : 5$

(vi) کیمسٹری کی کتب کی تعداد اور ریاضی کی کتب کی تعداد میں۔

$= 85 : 75 = \frac{85}{5} : \frac{75}{5} = 17 : 15$

حل مشق 1.4

.1 ہر 6 روپے کے عوض 72 روپے فی درجن کے درمیان نسبت معلوم کیجیے۔

حل: 72 روپے فی درجن کا مطلب $= \frac{72}{12} = 6$ روپے

اس لیے ہر 6 روپے اور 72 روپے فی درجن کے درمیان وہی نسبت ہے جو کہ ہر 6 روپے اور ہر 6 روپے کے درمیان یعنی:

$6 : 6 = 1 : 1$

.2 160 روپے فی میٹر اور 150 روپے فی میٹر کے درمیان نسبت معلوم کیجیے۔

حل: مطلوبہ نسبت $= 160 : 150 = \frac{160}{10} : \frac{150}{10} = 16 : 15$

.3 72 روپے 24 کے لیے اور ہر ایک کے لیے 4 روپے کے درمیان نسبت معلوم کیجیے۔

حل: مطلوبہ نسبت $= 72 : 24 \times 4 = 72 : 96$

$= \frac{72}{4} : \frac{96}{4}$

$= 18 : 24$

$= 3 : 4$

.4 اگر مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی 2 سینٹی میٹر اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی 6 سینٹی میٹر ہو تو درج ذیل نسبتیں معلوم کیجیے۔

(i) مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی کے درمیان۔

(ii) مربع 'A' کے احاطہ اور مربع 'B' کے احاطہ کے درمیان۔

(iii) مربع 'A' کے رقبہ اور مربع 'B' کے رقبہ کے درمیان۔

مربع A کے ضلع کی لمبائی $= 2cm$

مربع A کا رقبہ $= 2 \times 2 = 4cm$

مربع A کا احاطہ $= 4 \times 2 = 8cm$

مربع B کے ضلع کی لمبائی $= 6cm$

مربع B کا رقبہ $= 6 \times 6 = 36cm^2$

مربع B کا احاطہ $= 4 \times 6 = 24cm$

(i) مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی کے درمیان نسبت۔

$2 : 6 = 1 : 3$

(ii) مربع 'A' کے احاطہ اور مربع 'B' کے احاطہ کے درمیان نسبت۔

$8 : 24 = 1 : 3$

(iii) مربع 'A' کے رقبہ اور مربع 'B' کے رقبہ کے درمیان نسبت۔

$4 : 36 = 1 : 9$

.5 اگر $a : b = 2 : 3$ تو $6a : 2b$ معلوم کیجیے۔

حل: $a : b = 2 : 3$

$$6a : 2b = 6 \times 2 : 2 \times 3 = 12 : 6 = \frac{12}{6} : \frac{6}{6} = 2 : 1$$

.6 ایک مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں 3 سینٹی میٹر، 4 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر ہیں۔ مثلث کے اضلاع کی لمبائیوں کے درمیان نسبتیں معلوم کیجیے۔

حل:
مثلث کے پہلے ضلع کی لمبائی $= 3cm$ سینٹی میٹر

مثلث کے دوسرے ضلع کی لمبائی $= 4cm$ سینٹی میٹر

مثلث کے تیسرے ضلع کی لمبائی $= 6cm$ سینٹی میٹر

مثلث کے پہلے اور دوسرے ضلع کی لمبائی کے درمیان نسبت $= 3 : 4$

مثلث کے دوسرے اور تیسرے ضلع کی لمبائی کے درمیان نسبت $= 4 : 6 = 2 : 3$

مثلث کے تیسرے اور پہلے ضلع کے درمیان نسبت $= 6 : 3 = 2 : 1$

.7 ایک مثلث میں دو زاویے 54° اور 72° ہیں۔ تیسرے زاویے کی دیئے گئے دو زاویوں کی مقداروں کے مجموعہ کے درمیان نسبت معلوم کیجیے۔

حل:
مثلث کا پہلا زاویہ $= 54^\circ$

مثلث کا دوسرا زاویہ $= 72^\circ$

مثلث کے پہلے اور دوسرے زاویوں کا مجموعہ $= 54^\circ + 72^\circ = 126^\circ$

مثلث کا تیسرا زاویہ $= 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$

مطلوبہ نسبت $= 54 : 126 = \frac{54}{6} : \frac{126}{6} = \frac{9}{3} : \frac{21}{3} = 3 : 7$

.8 علی کے والد کی ماہانہ تنخواہ 40000 روپے ہے جبکہ اس کے والد کا ماہانہ خرچ 35000 روپے ہے، نسبت معلوم کیجیے۔

حل:

علی کے والد کی ماہانہ تنخواہ $= \text{Rs. } 40,000$

علی کے والد کا ماہانہ خرچ $= \text{Rs. } 35,000$

علی کے والد کی ماہانہ بچت $= 40,000 - 35,000 = Rs.\ 5,000$

(i) آمدنی اور اخراجات میں نسبت:

$40,000 : 35,000$

$= \frac{40,000}{1000} : \frac{35,000}{1000} = \frac{40}{5} : \frac{35}{5} = 8 : 7$

(ii) اخراجات اور بچت میں نسبت:

$35,000 : 5,000$

$= \frac{35000}{1000} : \frac{5000}{1000} = \frac{35}{5} : \frac{5}{5} = 7 : 1$

(iii) آمدنی اور بچت میں نسبت:

$40,000 : 5,000$

$= \frac{40,000}{1000} : \frac{5000}{1000} = \frac{40}{5} : \frac{5}{5} = 8 : 1$

.9 اگر مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی 6 سینٹی میٹر اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی 8 سینٹی میٹر ہو تو درج ذیل میں نسبتیں معلوم کیجیے۔

(i) مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی میں

(ii) مربع 'A' کے رقبہ اور مربع 'B' کے رقبہ کے درمیان

حل:

مربع A کے ضلع کی لمبائی $A = 6\text{cm}$

مربع A کا رقبہ $A = 6 \times 6 = 36\text{cm}^2$

مربع B کے ضلع کی لمبائی $B = 8\text{cm}$

مربع B کا رقبہ $B = 8 \times 8 = 64\text{cm}^2$

(i) مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی میں

$6 : 8 = 3 : 4$

(ii) مربع 'A' کے رقبہ اور مربع 'B' کے رقبہ کے درمیان

$36 : 64 = 9 : 16$

.10 اگر ایک خاندان کے پاس 12 پرندے ہیں جن میں سے 6 طوطے، 2 چڑیاں اور بقیہ کبوتر ہوں تو:

(i) کبوتروں اور چڑیوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجیے۔

(ii) کبوتروں اور پرندوں کی مقدار میں نسبت معلوم کیجیے۔

حل:
کل پرندے $= 12$
طوطوں کی تعداد $= 6$
چڑیوں کی تعداد $= 2$
کبوتروں کی تعداد $= 12 - (6 + 2) = 12 - 8 = 4$

(i) کبوتروں اور چڑیوں کی تعداد میں نسبت:
$4 : 2 = 2 : 1$

(ii) کبوتروں اور پرندوں کی مقدار میں نسبت:
$4 : 12 = 1 : 3$

Proportion تناسب

دو نسبتوں کے درمیان برابری تناسب کہلاتی ہے۔ تناسب کے لیے علامت "::" یا "=" ہے۔

Extremes and Means طرفین اور وسطین

اگر $a : b = c : d$ یا $a : b :: c : d$ تناسب ہے جب ہم اسے اس طرح پڑھتے ہیں۔
a سے b کو نسبت وہی ہے جو کہ c کو d سے۔
a, b, c اور d تناسب کی رقوم کہلاتی ہے۔
پہلی اور آخری رقم یعنی a اور b کو طرفین (extremes) کہتے ہیں۔
دوسری اور تیسری رقم یعنی b اور c کو وسطین (mean) کہتے ہیں۔

طرفین
$a : b :: c : d$
وسطین

$ad = bc$

نوٹ: طرفین کا حاصل ضرب برابر ہوتا ہے وسطین کے حاصل ضرب کے

مثال: تناسب $x : 3 :: 60 : 15$ میں x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: تناسب $x : 3 :: 60 : 15$ میں:
$a = x, b = 3, c = 60$ اور $d = 15$
طرفین کا حاصل ضرب $= ad$
$= x \times 15 = 15x$
وسطین کا حاصل ضرب $= cd$
$= 3 \times 60 = 180$
وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب
$15x = 180$

$$x = \frac{180}{15} = 12$$

پس $x = 12$

تناسب (راست اور معکوس)

تناسب راست Direct Proportion

دونسبتوں کے درمیان تعلق جس میں ایک مقدار میں اضافہ دوسری مقدار میں اسی تناسب سے اضافہ کا باعث بنے یا ایک مقدار میں کمی دوسری مقدار میں اسی تناسب میں کمی کا باعث بنے "راست تناسب" کہلاتی ہے۔

تناسب معکوس Inverse proportion

دونسبتوں کے درمیان تعلق جس میں ایک مقدار میں اضافہ دوسری مقدار میں کمی کا باعث بنے یا ایک مقدار میں کمی اسی تناسب سے دوسری مقدار میں اضافہ کا باعث بنے "تناسب معکوس" کہلاتا ہے۔

مثال: 20 قلم 2000 روپے کے ہوں تو ایسے 40 قلم کی کیا قیمت ہوگی؟

حل: فرض کیا 40 قلم کی قیمت x روپے ہے۔ تب:

قلم	قیمت
20	2000
40	x

اس لیے

$$20 : 40 :: 2000 : x$$

$$\frac{20}{40} = \frac{2000}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2000}{x}$$

$$x \times 1 = 2 \times 2000$$

$$x = 4000$$

پس 40 قلم کی قیمت 4000 روپے ہوگی۔

مرکب تناسب Compound Proportion

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔

مثال: اگر 4 افراد کے ایک خاندان کے لیے 40 دن کے لیے 4000 روپے کافی ہوں تو 5 افراد کے خاندان کے لیے 15000 روپے کتنے دنوں کے لیے کافی ہوں گے؟

حل: فرض کیجیے مطلوبہ دنوں کی تعداد x ہے۔
دی گئی مقداروں کو جدول میں رکھنے سے:

روپے	افراد کی تعداد	دن
4000	4	40
15,000	5	x

چونکہ دنوں کی تعداد مطلوب ہے لہٰذا ہم جدول کے آخری کالم کا پہلے دو کالموں سے موازنہ کریں گے۔

اگر روپوں کی تعداد بڑھتی ہے تب دنوں کی تعداد بھی بڑھتی ہے۔
(تناسب راست)

اگر افراد کی تعداد بڑھتی ہے تو دنوں کی تعداد کم ہو جاتی ہے۔
(تناسب معکوس)

روپے	افراد کی تعداد	دن
↑ 4000	4	↑ 40
15,000	↓ 5	x

تیر کے نشان کو استعمال کرتے ہوئے ہمارے پاس:

$$\frac{x}{40} = \frac{4}{5} \times \frac{15000}{4000}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{5} \times \frac{15000}{4000} \times 40$$

$$\Rightarrow x = 120 \text{ دن}$$

پس 15000 روپے 120 دن کے لیے کافی ہوں گے۔

حل مشق 1.5

.1 x : 8 :: 50 : 20 کے تناسب میں x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل:

$$20 : 50 :: 8 : x$$

$$\frac{20}{50} = \frac{8}{x}$$

$$20 \times x = 50 \times 8$$

$$x = \frac{50 \times 8}{20} = 20$$

.2 اگر کپڑے کے 15 جوڑوں کی قیمت 6750 روپے ہو تو 4050 روپوں میں کتنے جوڑے خریدے جا سکتے ہیں؟

حل: فرض کیا مطلوبہ جوڑوں کی تعداد 'x' ہے۔

سوٹ	قیمت	
15 ↑	6750 ↑	(تناسب راست)
x	4050	

$x : 15 :: 4050 : 6750$

یا $x : 15 = 4050 : 6750$

$$\frac{x}{15} = \frac{4050}{6750}$$

$$x = \frac{4050 \times 15}{6750} = 9 \text{ سوٹ}$$

3. اگر ایک موٹر سائیکل 2 لٹر پٹرول میں 90 کلو میٹر فاصلہ طے کرے تو 225 کلو میٹر فاصلہ طے کرنے کے لیے کتنا پٹرول درکار ہوگا؟

حل: فرض کیا مطلوبہ پٹرول کی مقدار 'x' ہے۔

فاصلہ	پٹرول لٹر	
90 ↓	2 ↓	(تناسب راست)
225	x	

$90 : 225 :: 2 : x$

یا $90 : 225 = 2 : x$

$$\frac{90}{225} = \frac{2}{x}$$

$$90 \times x = 225 \times 2$$

$$x = \frac{450}{90} = 5 \text{ لٹر}$$

4. ایک گاڑی کو ایک خاص سفر کے لیے 45 کلو میٹر فی گھنٹہ کے حساب سے 5 گھنٹے درکار ہیں، تین گھنٹوں میں اسی سفر کو مکمل کرنے کے لیے گاڑی کی رفتار کیا ہوگی؟

حل: فرض کیا کہ مطلوبہ ٹرین کی رفتار 'x' ہے۔

گھنٹے	رفتار	
5 ↓	45 ↑	(تناسب معکوس)
3	x	

$5 : 3 :: x : 45$

یا $5 : 3 = x : 45$

$$\frac{5}{3} = \frac{x}{45}$$

$$3 \times x = 5 \times 45$$

$$x = \frac{5 \times 45}{3} = 5 \times 15 = 75 \text{ کلومیٹر فی گھنٹہ}$$

5. 6 آدمی ایک گھر کو چار دنوں میں رنگ کر سکتے ہیں۔ اگر تین آدمیوں کو رکھا جائے تو وہ کتنے عرصہ میں گھر کو رنگ کریں گے؟

حل: فرض کیا مطلوبہ دنوں کی تعداد 'x' ہے۔

آدمی	دن	
6 ↓	4 ↑	(تناسب معکوس)
3	x	

$$6 : 3 :: x : 4$$

یا $6 : 3 = x : 4$

$$\frac{6}{3} = \frac{x}{4}$$

$$3 \times x = 4 \times 6$$

$$x = \frac{4 \times 6}{3} = 4 \times 2 = 8$$ دن

6. ایک فیجر 25 آدمیوں کی مدد سے چار گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر 100 بائیسکل بنانے کا منصوبہ بناتا ہے۔ اگر تین گھنٹے روزانہ کام کیا جائے تو 40 آدمی کتنے بائیسکل بنائیں گے؟

حل: فرض کیا مطلوبہ بائیسکلوں کی تعداد 'x' ہے۔

بائیسکل	آدمی	گھنٹے
↑ 100	↑ 25	↑ 4
x	40	3

$$\frac{x}{100} = \frac{40}{25} \times \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{40}{25} \times \frac{3}{4} \times 100 = 40 \times 3 = 120$$ بائیسکل

7. 20 مشینوں کی مدد سے ایک فیکٹری میں 7 دنوں میں 560 پنکھے بنتے ہیں۔ 18 مشینوں کی مدد سے 12 دنوں میں کتنے پنکھے بن سکیں گے؟

حل: فرض کیا مطلوبہ پنکھوں کی تعداد 'x' ہے۔

پنکھے	دن	مشینیں
↑ 560	↑ 7	↑ 20
x	12	18

$$\frac{x}{560} = \frac{12}{7} \times \frac{18}{20}$$

$$x = \frac{12}{7} \times \frac{18}{20} \times 560 = 12 \times 18 \times 4 = 864$$ پنکھے

8. ایک فیکٹری میں 20 مشینوں پر 9 دنوں میں 600 سوٹ تیار ہوتے ہیں۔ 18 مشینوں کی مدد سے 12 دنوں میں کتنے سوٹ تیار ہوں گے؟

حل: فرض کیا مطلوبہ سوٹوں کی تعداد 'x' ہے۔

مشینیں	دن	سوٹ
20	9	600
18	12	x

$$\frac{x}{600} = \frac{12}{9} \times \frac{18}{20}$$

$$x = \frac{12}{9} \times \frac{18}{20} \times 600 = 12 \times 2 \times 30 = 720$$ سوٹ

.9 اگر ایک ہاسٹل میں 12 آدمیوں کا 28 دن رہنے کا خرچہ 6720 روپے ہو تو 8 آدمیوں کا 14 دن رہنے کے لیے کتنا خرچ آئے گا؟

حل: فرض کیا مطلوبہ خرچ کی تعداد 'x' ہے۔

خرچ	دن	آدمی
6720	28	12
x	14	8

$$\frac{x}{6720} = \frac{14}{28} \times \frac{8}{12}$$

$$x = \frac{14}{28} \times \frac{8}{12} \times 6720 = 14 \times 8 \times 20 = 2240$$ روپے

.10 اگر ایک ہوٹل میں 14 آدمیوں کا 8 دن رہنے کے لیے 22400 روپے خرچ آتا ہو تو 7 آدمیوں کا 13 دن کے لیے کتنا خرچ آئے گا؟

حل: فرض کیا مطلوبہ خرچ 'x' ہے۔

خرچ	دن	آدمی
22400	8	14
x	13	7

$$\frac{x}{22400} = \frac{13}{8} \times \frac{7}{14}$$

$$x = \frac{13}{8} \times \frac{7}{14} \times 22400 = 13 \times 7 \times 200 = 18200$$ روپے

.11 14 گائے 63 کلوگرام چارا 18 دن میں کھاتی ہیں۔ 28 دن میں 770 کلوگرام چارا کتنی گائیں کھائیں گی؟

حل: فرض کیا مطلوبہ گائیں 'x' ہیں۔

دن	چارا (کلوگرام)	گائیں
18	63	14
28	770	x

$$\frac{x}{14} = \frac{770}{63} \times \frac{18}{28}$$

$$x = \frac{770}{63} \times \frac{18}{28} \times 14 = 110$$ گائیں

12. 15 کاریگر 8 گھنٹے روزانہ کام کرتے ہوئے 3000 بوتل جوس ایک دن میں تیار کرتے ہیں۔ 18 کاریگر 6 گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر روزانہ جوس کی کتنی بوتلیں تیار کریں گے؟

حل: فرض کیا مطلوبہ جوس کی بوتلیں کی تعداد 'x' ہے۔

بوتلیں	کاریگر	گھنٹے
↑ 3000	↑ 15	↑ 8
x	18	6

$$\frac{x}{3000}=\frac{18}{15}\times\frac{6}{8}$$

$$x=\frac{18}{15}\times\frac{6}{8}\times 3000 = 18\times 6\times 25=2700$$ بوتلیں

حل جائزہ مشق 1

1. صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) 20% کا $600 = ?$:

(a) 12 (b) 120 (c) 20 (d) 200

(ii) 70% کی کسری شکل:

(a) 7 (b) $\frac{7}{10}$ (c) $\frac{10}{7}$ (d) 7

(iii) $\frac{7}{20}$ فی صد کی شکل میں:

(a) 35 % (b) 35 (c) 20 (d) 20 %

(iv) $\frac{1}{3}$ فی صد کی شکل میں:

(a) 3 % (b) 1 % (c) 33 % (d) $33\frac{1}{3}\%$

(v) $0.13 = ?$ فی صد کی شکل میں:

(a) 13 (b) 30 (c) 13% (d) 10%

(vi) $a : b = ?$ کی نسبت میں "a" کو کیا کہتے ہیں؟

(a) انتہائی (b) اینٹی سی ڈینٹ (c) کانسی کوئنٹ (d) درمیان

(vii) $a : b = ?$ کی نسبت میں "b" کو کیا کہتے ہیں؟

(a) انتہائی (b) اینٹی سی ڈینٹ (c) درمیان (d) کانسی کوئنٹ

(viii) $a : b :: c : d = ?$ کی تناسب میں "a" اور "d" کو کیا کہتے ہیں؟

(a) طرفین (b) وسطین (c) اینٹی سی ڈینٹ (d) کانسی کوئنٹ

(ix) $a : b :: c : d = ?$ کی تناسب میں "b" اور "c" کو کیا کہتے ہیں؟

(a) وسطین (b) طرفین (c) کانسی کوئنٹ (d) اینٹی سی ڈینٹ

(x) 75 : 95 کی آسان شکل کیا ہے؟

(a) 15:17 (b) 15:19 (c) 19:15 (d) 17:15

جوابات:

(i) b (ii) b (iii) a (iv) d (v) c

(vi) b (vii) d (viii) a (ix) a (x) b

.2 خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) 1500 کا 30% = ________

(ii) 15% کی کسری شکل = ________

(iii) $\frac{7}{25}$ فی صد کی شکل میں = ________

(iv) $\frac{2}{3}$ فی صد کی شکل میں = ________

(v) 0.29 فی صد کی شکل میں = ________

(vi) a:b کی نسبت میں "a" = ________

(vii) a:b کی نسبت میں "b" = ________

(viii) a:b::c:d کی تناسب میں a اور d = ________

(ix) a:b::c:d کی تناسب میں طرفین کا ضرب = ________

(x) $\frac{2}{3}:\frac{3}{5}$ کی آسان شکل = ________

جوابات:

(i) 450 (ii) $\frac{3}{20}$ (iii) 28% (iv) 67% (v) 29%

(vi) اینٹی سی ڈینٹ (vii) کانسی کوئنٹ (viii) طرفین (ix) وسطین کا ضرب (x) 10 : 9

.3 ایک ریل گاڑی میں 800 مسافر سوار ہو سکتے ہیں۔ اگر 55% مسافر مرد اور 15% بچے ہوں تو عورتیں کتنی فی صد ہوں گی؟

حل:

فی صد مسافر مرد $= 55\%$

فی صد مسافر بچے $= 15\%$

فی صد مسافر عورتیں $= 100\% - (55\% + 15\%)$

$= 100\% - 70\%$

$= 30\%$

.4 عظیم اپنی آمدنی کا 25% کرایہ مکان پر خرچ کرتا ہے جبکہ بقیہ رقم کا 60% گھریلو اخراجات پر، اگر اس کی بچت 2100 روپے ہو تو اس کی کل آمدنی بتایئے؟

حل:

فرض کیا کل آمدنی $= x$

عظیم کا کرایہ مکان پر خرچ = 25% کا $x = 0.25x$

بقیہ آمدنی $= 100\% - 25\% = 75\%$

عظیم کی بقیہ آمدنی میں سے گھریلو اخراجات پر خرچ = 75% کا 60% کا x

$= 75\% \times 60\% x$

$= 0.75 \times 0.60x = 0.45\,x$

عظیم کی بچت = 2100 روپے

دی گئی شرط کے مطابق

$$x = 0.25x + 0.45x + 2100$$
$$x = 0.70x + 2100$$
$$x - 0.70x = 2100$$
$$(1 - 0.70)x = 2100$$
$$0.30x = 2100$$
$$x = \frac{2100}{0.30} = 7000$$ روپے

5. ایک سکول میں 220 طلبہ کے لیے کرسیاں، 110 طلبہ کے لیے میزیں، 50 کرسیاں سٹاف کے لیے اور 30 میزیں سٹاف کے لیے ہوں تو درج ذیل میں نسبت معلوم کیجیے۔

(i) طلبہ کی کرسیوں اور طلبہ کی میزوں کی تعداد کے درمیان:
(ii) طلبہ کی کرسیوں اور سٹاف کی کرسیوں کی تعداد کے درمیان:
(iii) طلبہ کی میزوں اور سٹاف کی میزوں کی تعداد کے درمیان:

حل:

طلبہ کے لیے کرسیوں کی تعداد $= 220$
طلبہ کے لیے میزوں کی تعداد $= 110$
سٹاف کے لیے کرسیوں کی تعداد $= 50$
سٹاف کے لیے میزوں کی تعداد $= 30$

(i) طلبہ کی کرسیوں اور طلبہ کی میزوں کی تعداد کے درمیان نسبت:

$$220:110 = \frac{220}{110} : \frac{110}{110} = 2:1$$

(ii) طلبہ کی کرسیوں اور سٹاف کی کرسیوں کی تعداد کے درمیان نسبت:

$$220:50 = \frac{220}{10} : \frac{50}{10} = 22:5$$

(iii) طلبہ کی میزوں اور سٹاف کی میزوں کی تعداد کے درمیان نسبت:

$$110:30 = \frac{110}{10} : \frac{30}{10} = 11:3$$

6. ایک مثلث میں دو زاویے 48° اور 60° ہوں تو تیسرے زاویے کی پہلے دو زاویوں کے مجموعہ کے درمیان نسبت معلوم کیجیے۔

پہلا زاویہ $= 48^\circ$
دوسرا زاویہ $= 60^\circ$
زاویوں کا مجموعہ $= 48^\circ + 60^\circ = 108^\circ$
تیسرا زاویہ $= 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$
مطلوبہ نسبت $= 72 : 108$

$$= \frac{72}{6} : \frac{108}{6}$$

$$= \frac{12}{6} : \frac{18}{6}$$

$$= 2 : 3$$

.7 8 لوگ ایک کام کو 24 دنوں میں کرتے ہیں اگر 4 مزید لوگ شامل ہو جائیں تو وہی کام کتنے دنوں میں مکمل ہوگا؟

حل: فرض کیا کہ مطلوبہ وقت 'x' ہے۔

آدمی	وقت (دن)
8 ↑	24 ↓
12	x

$$12 : 8 :: 24 : x$$

یا $$12 : 8 = 24 : x$$

$$\frac{12}{8} = \frac{24}{x}$$

$$x \times 12 = 24 \times 8$$

$$x = \frac{24 \times 8}{12} = 2 \times 8 = 16$$ دن

.8 ایک ہاسٹل میں 18 طلبہ کا 36 دن رہنے کا خرچہ 58320 روپے ہے۔ 9 طلبہ کا 12 دن ہاسٹل میں رہنے کا خرچ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا کہ مطلوبہ خرچ 'x' ہے۔

طلبہ	دن	خرچ
↑ 18	↑ 36	↑ 58320
9	12	x

$$\frac{x}{58320} = \frac{12}{36} \times \frac{9}{18}$$

$$x = \frac{12}{36} \times \frac{9}{18} \times 58320$$

$$= 12 \times 9 \times 90$$

$$= 9720$$ روپے

خلاصہ

☆ فی صد کا مطلب "سو میں سے" ہے

☆ دو ایک جیسی چیزوں کے درمیان موازنہ کو نسبت کہتے ہیں۔

☆ a : b میں "a" کو اینٹی سی ڈینٹ کہتے ہیں۔

- ☆ a : b میں "b" کو کانسی کوئنٹ کہتے ہیں۔
- ☆ دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔
- ☆ a : b :: c : d میں "a" اور "b" کو طرفین اور "c" اور "d" کو وسطین کہتے ہیں۔
- ☆ دو نسبتوں کے تعلق میں اگر ایک کی مقدار میں اضافہ دوسری کی مقدار میں اسی تناسب میں اضافہ کا باعث ہو تو اسے تناسب راست کہتے ہیں۔
- ☆ دو نسبتوں کے تعلق میں اگر ایک کی مقدار میں اضافہ دوسرے کی مقدار میں کمی یا ایک کی مقدار میں کمی دوسرے کی مقدار میں اضافہ کا باعث ہو تو اسے ہم تناسب معکوس کہتے ہیں۔
- ☆ دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو "مرکب تناسب" کہتے ہیں۔

معروضی سوالات

❋ درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔

1- لفظ پرسنٹ (Percent) لفظ پرسنٹم کی مختصر شکل ہے۔

(a) لاطینی (b) انگریزی (c) یونانی (d) اردو

2- فی صد کا مطلب ہے۔

(a) دس میں سے (b) پچاس میں سے (c) سو میں سے (d) ہزار میں سے

3- 40 % کا مطلب 100 میں سے ہے۔

(a) 4 (b) 14 (c) 40 (d) 140

4- $\frac{75}{100}$ کا مطلب ہے۔

(a) 100 میں سے 10 (b) 100 میں سے 15 (c) 100 میں سے 25 (d) 100 میں سے 75

5- $\frac{65}{100}$ کو فی صد میں لکھتے ہیں۔

(a) 6.5 % (b) 0. 65 % (c) 0.67% (d) 65 %

6- 60 % کو بطور کسر آسان ترین شکل میں لکھیں گے۔

(a) $\frac{6}{100}$ (b) $\frac{60}{100}$ (c) $\frac{3}{5}$ $\frac{0.60}{100}$

7- $12\frac{1}{2}\%$ کی بطور کسر آسان ترین شکل ہے۔

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{7}$ (c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{1}{9}$

8- $35\frac{1}{2}\%$ کی بطور کسر آسان ترین شکل ہے۔

(a) $\frac{71}{50}$ (b) $\frac{71}{100}$ (c) $\frac{71}{150}$ (d) $\frac{71}{200}$

-9 $\frac{1}{50}$ فی صد کی شکل میں ہے۔

(a) 2 % (b) 4 % (c) 0.2 % (d) 0.4 %

-10 $27\frac{1}{3}\%$ اعشاریہ کی صورت میں ہوگا۔

(a) 0. 372 (b) 0. 273 (c) 0. 237 (d) 0. 732

-11 $\frac{60}{75} \times 100\%$ برابر ہے۔

(a) 80 % (b) 70 % (c) 65 % (d) 60 %

-12 $\frac{72}{50} \times 100\%$ برابر ہے۔

(a) 144 % (b) 96 % (c) 79 % (d) 86 %

-13 $0.8 \times 100\%$ برابر ہے۔

(a) 8 % (b) 18 % (c) 80 % (d) 38 %

-14 $2.28 \times 100\%$ برابر ہے۔

(a) 22. 8 % (b) 2.28 % (c) 228 % (d) 0.228 %

-15 اگر ایک سکول میں کل طلبہ کا $\frac{4}{5}$ چھٹی پر ہوں تو سکول میں کتنے فیصد طلبہ چھٹی پر تھے؟

(a) 65 (b) 70 (c) 75 (d) 80

-16 اگر ایک سکول کے طلبہ میں سے 45% لڑکیاں ہوں تو لڑکوں کی تعداد فی صد ہوگی۔

(a) 50 % (b) 53 % (c) 55 % (d) 58 %

-17 اگر 82% گھروں میں ٹیلی وژن ہوں تو کتنے فی صد گھروں میں ٹیلی وژن نہیں ہوگا؟

(a) 18 % (b) 20 % (c) 22 % (d) 28 %

-18 اگر کسی کتاب کا 84% حصہ 420 صفحات پر مشتمل ہو تو کتاب میں کل کتنے صفحے ہوں گے؟

(a) 500 (b) 600 (c) 650 (d) 700

-19 نسبت کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) :: (b) : (c) ∵ (d) ∴

-20 1 میٹر برابر ہے۔

(a) 10 سم (b) 100 سم (c) 0.10 سم (d) 1000 سم

-21 18 : 36 کی آسان ترین شکل ہے۔

(a) 3 : 2 (b) 2 : 1 (c) 1 : 2 (d) 1 : 3

-22 انٹی سی ڈینٹ کا مطلب ہے نسبت کی رقوم میں:

(a) پہلا آنے والا (b) درمیان میں آنے والا (c) بعد میں آنے والا (d) آخر میں آنے والا

-23   7 : 6 میں انٹی سی ڈینٹ ہے۔

(a) 3   (b) 6   (c) 7   (d) 2

-24   5 : 8 میں کانسی کوئنٹ ہے۔

(a) 4   (b) 8   (c) 5   (d) 6

-25 $\frac{4}{10}:20$ کی آسان ترین شکل ہے۔

(a) 2 : 15   (b) 2 : 51   (c) 1 : 50   (d) 1 : 48

-26 $\frac{2}{5}:\frac{1}{3}$ کی آسان ترین شکل ہے۔

(a) 15 : 2   (b) 15 : 8   (c) 6 : 5   (d) 13 : 6

-27   (چوڑائی+لمبائی) × 2 برابر ہے۔

(a) مربع کا احاطہ   (b) مستطیل کا احاطہ   (c) مستطیل کا رقبہ   (d) مربع کا رقبہ

-28   اگر a : b = 2:3 ہو تو 6a : 5b برابر ہوگا۔

(a) 4 : 5   (b) 2 : 3   (c) 3 : 2   (d) 5 : 4

-29   160 روپے فی میٹر اور 150 روپے فی میٹر کے درمیان نسبت ہوگی۔

(a) 16 : 17   (b) 15 : 16   (c) 16 : 15   (d) 14 : 15

-30   دو نسبتوں کے درمیان برابری کہلاتی ہے۔

(a) نسبت   (b) فی صد   (c) طرفین   (d) تناسب

-31   a,b,c اور d تناسب کی کہلاتی ہیں۔

(a) رقوم   (b) نسبتیں   (c) اطراف   (d) علامات

-32   a : b = c :d میں 'b' اور 'c' کو کہتے ہیں۔

(a) طرفین   (b) رقوم   (c) مقداریں   (d) وسطین

-33   اگر x : 3 = 60 : 15 ہو تو x کی قیمت ہوگی۔

(a) 10   (b) 12   (c) 15   (d) 18

-34   دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو کہتے ہیں۔

(a) تناسب معکوس   (b) تناسب مسلسل   (c) تناسب مرکب   (d) تناسب راست

-35   6 آدمی ایک گھر کو 4 دنوں میں رنگ کرتے ہوں تو 3 آدمی کتنے دنوں میں گھر کو رنگ کریں گے؟

(a) 5 دن   (b) 6 دن   (c) 7 دن   (d) 8 دن

-36 $\frac{2}{3}:\frac{2}{5}$ کی آسان ترین شکل ہوگی۔

(a) 5 : 3   (b) 9 : 10   (c) 10 : 9   (d) 10 : 5

-37   a : b = c : d کی تناسب میں طرفین کا حاصل ضرب برابر ہوگا۔

(a) ad   (b) bc   (c) cd   (d) ad

38- a : b کی نسبت میں 'b' ہوگا۔

(a) کانسی کوئنٹ (b) اینٹی سی ڈینٹ (c) وسطین (d) طرفین

39- 0.69 فی صد کی شکل میں ہوگا۔

(a) 6.9 % (b) 69 % (c) 690 % (d) 0.69 %

40- $\frac{7}{25}$ فی صد کی شکل میں ہوگا۔

(a) 24 % (b) 26 % (c) 28 % (d) 30 %

جوابات:

-1	لاطینی	-2	سو میں سے	-3	40	-4	100 میں سے 75
-5	65 %	-6	$\frac{3}{5}$	-7	$\frac{1}{8}$	-8	$\frac{71}{200}$
-9	2 %	-10	0.273	-11	80 %	-12	144%
-13	80 %	-14	228 %	-15	80	-16	55 %
-17	18 %	-18	500	-19	:	-20	100 سم
-21	2 : 1	-22	پہلا آنے والا	-23	6	-24	5
-25	1 : 50	-26	6 : 5	-27	مستطیل کا احاطہ	-28	4 : 5
-29	16 : 15	-30	تناسب	-31	رقوم	-32	وسطین
-33	12	-34	تناسب مرکب	-35	8 دن	-36	5 : 3
-37	ad	-38	کانسی کوئنٹ	-39	69 %	-40	28 %

❀ **مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔**

-1 فی صد سے کیا مراد ہے؟

جواب: فی صد عربی زبان کا لفظ ہے۔ جس کا مطلب "سو میں سے" یا "سو پر" ہے۔ فی صد کے لیے علامت "%" استعمال ہوتی ہے۔

-2 $22\frac{1}{2}\%$ کو بطور کسر آسان شکل میں واضح کریں۔

حل:

$$22\frac{1}{2}\% = \frac{45}{2}\% = \frac{45}{2} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{9}{2} \times \frac{1}{20} = \frac{9}{40}$$

-3 $\frac{7}{20}$ کو فی صد میں تبدیل کریں۔

حل:

$$\frac{7}{20} = \frac{7}{20} \times 100\% = 7 \times 5\% = 35\%$$

-4 $27\frac{1}{3}\%$ کو اعشاریہ میں تبدیل کیجئے۔

حل:

$$27\frac{1}{3}\% = \frac{82}{3} \times \frac{1}{100} = \frac{27.3}{100}$$

$$= \frac{273}{10\times100} = \frac{273}{1000}$$
$$= 0.273$$

-5 سطح زمین پر کتنے فی صد پانی ہے؟

جواب: سطح زمین پر 71% پانی ہے۔

-6 سطح زمین پر کتنے فی صد خشکی ہے؟

جواب: سطح زمین پر 29% خشکی ہے۔

-7 1.26 کو فی صد کی شکل میں واضح کریں۔

حل:
$$1.26 = 1.26\times100\% = \frac{126}{100}\times100\%$$
$$= 126\%$$

-8 87.5 % کو کسر کی آسان شکل میں واضح کریں۔

حل:
$$87.5\% = 87.5\times\frac{1}{100} = \frac{875}{10}\times\frac{1}{100}$$
$$= \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$$

-9 $42\frac{1}{2}\%$ کو کسر کی آسان شکل میں واضح کریں۔

حل:
$$42\frac{1}{2}\% = 42\frac{1}{2}\times\frac{1}{100} = \frac{85}{2}\times\frac{1}{100}$$
$$= 42.5\times\frac{1}{100} = \frac{425}{10}\times\frac{1}{100}$$
$$= \frac{425}{1000} = \frac{17}{40}$$

-10 $\frac{21}{40}$ کو فی صد کی شکل میں لکھیں اور جواب ایک درجہ اعشاریہ تک لکھیے۔

حل:
$$\frac{21}{40} = \frac{21}{40}\times100\% = \frac{2100}{40}\%$$
$$= \frac{210}{4}\% = \frac{105}{2}\%$$
$$= 52.5\%$$

-11 $58\frac{1}{3}\%$ کو اعشاریہ میں تبدیل کریں اور جواب تین درجہ اعشاریہ تک لکھیں۔

حل:
$$58\frac{1}{3}\% = \frac{175}{3}\% = \frac{175}{3}\times\frac{1}{100}$$

$$= \frac{175}{300}\% = \frac{7}{12} = 0.583$$

-12 2.64 کو فی صد میں تبدیل کریں۔

حل:

$$2.64 = 2.64\times100\,\% = \frac{264}{100}\times100\%$$
$$= 264\,\%$$

-13 0.065 کو فی صد میں تحویل کریں۔

حل:

$$0.065 = 0.065\times100\,\% = \frac{65}{1000}\times100\%$$
$$= 6.5\,\%$$

-14 اگر ایک اسکول میں کل طلبہ کا $\frac{4}{5}$ چھٹی پر ہوں تو ہر سو میں کتنے طلبہ چھٹی پر تھے؟

حل:

ہر سکول میں چھٹی پر طلبہ کی تعداد $= \frac{4}{5}\times100$

$$= 4\times 20 = 80$$

-15 اگر 82 % گھروں میں ٹیلی وژن ہوں تو کتنے فی صد گھروں میں ٹیلی وژن نہیں ہوگا؟

حل:

جتنے فی صد گھروں میں ٹیلی وژن ہیں۔ $= 82\,\%$

جتنے فی صد گھروں میں ٹیلی وژن نہیں ہیں۔ $= 100\,\% - 82\,\% = 18\%$

-16 ایک ترکھان کی ایک میز بنانے پر 720 روپے لاگت آئی۔ اگر اس نے یہ میز 920 روپے میں بیچی ہو تو اس کا منافع فیصد میں بتایئے۔

حل:

کل لاگت = 720 روپے

قیمت فروخت = 920 روپے

منافع = 920 - 720 = 200 روپے

منافع فی صد = $\frac{\text{نفع}}{\text{کل لاگت}}\times100$

$$= \frac{200}{720}\times100 = 27.78\%$$

-17 اگر کسی کتاب کا 84 % حصہ 420 صفحات پر مشتمل ہو تو کتاب میں کل کتنے صفحات ہوں گے؟

حل:

کتاب کے 84 % حصہ پر مشتمل صفحات = 420

کل صفحات = $\frac{420}{84\%} = \frac{420}{84\times\frac{1}{100}}$

$= \frac{420}{84}\times100 =$ 500 صفحات

-18 نسبت سے کیا مراد ہے؟

جواب: ایک جیسی اکائیوں والی ایک جیسی مقداروں کے موازنہ کو نسبت کہتے ہیں۔

-19 دو مقداروں کی نسبت کو کیسے ظاہر کرتے ہیں۔

جواب: اگر 'a' اور 'b' دو مقداریں ہوں جبکہ 'b' غیر صفر ہو تو 'a' کی 'b' سے نسبت کو a : b اور کسر کی شکل میں $\frac{a}{b}$ لکھتے ہیں۔

-20 نسبت 12 : 8 کو آسان ترین شکل میں لکھیے۔

حل:

$$8 : 12 = \frac{8}{4} : \frac{12}{4}$$
$$= 2 : 3$$

-21 انٹی سی ڈینٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: نسبت a : b میں "a" کو انٹی سی ڈینٹ (پہلا آنے والا) کہتے ہیں۔

-22 کانسی کوینٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: نسبت a : b میں "b" کو کانسی کوینٹ (بعد میں آنے والا) کہتے ہیں۔

-23 ایک طالب علم 70 روپے روزانہ خرچ کرتا ہے لیکن اتوار کو وہ صرف 20 روپے خرچ کرتا ہے۔ اتوار اور ہر روز خرچ کیے گئے روپوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجیے۔

حل:

مطلوبہ نسبت $= 20 : 70 = \frac{20}{10} : \frac{70}{10}$

$= 2 : 7$

-24 40 کتب کی نسبت میں 4 : 5 کا اضافہ کیا جائے تو اضافہ کی گئی کتب کی تعداد کیا ہوگی؟

حل:

اضافہ کی گئی کتب کی تعداد $= 40$

دی گئی نسبت $= 5 : 4 = \frac{5}{4}$

کتب کی تعداد میں اضافہ $= 40 \times \frac{5}{4} = 10 \times 5 = 50$

-25 کس نسبت میں 60 مربع میٹر کو 24 مربع میٹر کم کیا جا سکتا ہے؟

حل:

مطلوبہ نسبت = پرانی مقدار : نئی مقدار

$= 24 : 60 = \frac{24}{12} : \frac{60}{12}$

$= 2 : 5$

-26 $\frac{5}{6} : \frac{7}{10}$ کو آسان شکل میں لکھیے۔

حل:

$$\frac{5}{6} : \frac{7}{10} = \frac{5}{6} \times 30 : \frac{7}{10} \times 30$$
$$= 5 \times 5 : 7 \times 3$$
$$= 25 : 21$$

-27 ایک سکول میں 1029 طلبہ ہیں۔ جن میں سے 504 لڑکیاں ہیں۔ لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد کے درمیان کیا نسبت ہوگی؟

حل:

طلبہ کی کل تعداد $= 1029$

لڑکیوں کی تعداد $= 1029 - 504 = 525$

مطلوبہ نسبت $= 525 : 504 = 25 : 24$

-28 اگر $a : b = 2 : 3$ تو $6a : 5b$ معلوم کیجئے۔

حل:

یعنی $a : b = 2 : 3$ $\quad a = 2, b = 3$

$$6a : 5b = 6(2) : 5(3)$$
$$= 12 : 15$$
$$= \frac{12}{3} : \frac{15}{3}$$
$$= 4 : 5$$

-29 ہر 6 روپے کے عوض 72 روپے فی درجن کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

حل: 72 روپے فی درجن کا مطلب $= \frac{72}{12} = 6$ روپے

اس لیے ہر 6 روپے اور 72 روپے فی درجن کے درمیان وہی نسبت ہے جو کہ ہر 6 روپے اور ہر 6 روپے کے درمیان یعنی:

$$6 : 6$$
$$= 1 : 1$$

-30 72 روپے 24 کے لیے اور ہر ایک کے لیے 4 روپے کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

حل:

مطلوبہ نسبت $= 72 : 24 \times 4 = 72 : 96$

$$= \frac{72}{24} : \frac{96}{24} = \frac{18}{6} : \frac{24}{6}$$
$$= 3 : 4$$

-31 ایک مثلث میں دو زاویے 54° اور 72° ہیں۔ تیسرے زاویے کی دیئے گئے دو زاویوں کے مجموعہ کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

حل:

مثلث کا پہلا زاویہ $= 54^\circ$

مثلث کا دوسرا زاویہ $= 72^\circ$

مثلث کے پہلے اور دوسرے زاویوں کا مجموعہ $= 54^\circ + 72^\circ = 126^\circ$

مثلث کا تیسرا زاویہ $= 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$

مطلوبہ نسبت $= 54^\circ : 126^\circ$

$$= \frac{54}{6} : \frac{126}{6} = 9 : 21$$
$$= \frac{9}{3} : \frac{21}{3} = 3 : 7$$

32- تناسب کی تعریف کریں۔

جواب: دو نسبتوں کے درمیان برابری تناسب کہلاتی ہے۔ تناسب کے لیے علامت "::" یا "=" ہے۔

33- تناسب x : 3 :: 60 :15 میں x کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل: x : 3 :: 60 : 15

ہم جانتے ہیں کہ

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$(15)(x) = (3)(60)$$

$$15x = 180$$

$$x = \frac{180}{15} = 12$$

34- تناسب راست سے کیا مراد ہے؟

جواب: دو نسبتوں کے درمیان تعلق جس میں ایک مقدار میں اضافہ دوسری مقدار میں اسی تناسب سے اضافہ کا باعث بنے یا ایک مقدار میں کمی دوسری مقدار میں اسی تناسب میں کمی کا باعث بنے۔ "راست تناسب" کہلاتی ہے۔

35- تناسب معکوس کی تعریف کریں۔

جواب: دو نسبتوں کے درمیان تعلق جس میں ایک مقدار میں اضافہ دوسری مقدار میں کمی کا باعث بنے یا ایک مقدار میں کمی اسی تناسب سے دوسری مقدار میں اضافہ کا باعث بنے۔ "راست معکوس" کہلاتا ہے۔

36- مرکب تناسب سے کیا مراد ہے؟

جواب: دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔

37- اگر کپڑے کے 15 جوڑوں کی قیمت 6750 روپے ہو تو 4050 روپے میں کتنے جوڑے خریدے جاسکتے ہیں؟

حل: فرض کیا مطلوبہ جوڑوں کی تعداد 'x' ہے۔

سوٹ	قیمت	تناسب راست
15 ↑	6750 ↑	
x	4050	

$$x : 15 :: 4050 : 6750$$

یا

$$x : 15 = 4050 : 6750$$

$$(x)(6750) = (15)(4050)$$

$$x = \frac{15 \times 4050}{6750}$$

$x = 9$ سوٹ

38- 6 آدمی ایک گھر کو 4 دنوں میں رنگ کر سکتے ہیں۔ اگر تین آدمیوں کو رکھا جائے تو وہ کتنے عرصہ میں گھر کو رنگ کریں گے؟

حل: فرض کیا مطلوبہ دنوں کی تعداد 'x' ہے۔

-39 ایک ریل گاڑی میں 800 مسافر سوار ہو سکتے ہیں۔ اگر 55% مسافر مرد اور 15% بچے ہوں تو عورتیں کتنے فی صد ہوں گی؟

حل:

فی صد مسافر مرد $= 55\%$

فی صد مسافر بچے $= 15\%$

فی صد مسافر عورتیں $= 100\% - (55\% + 15\%)$

$= 100\% - 70\%$

$= 30\%$

-40 ایک ہاسٹل میں 18 طلبہ کا 36 دن رہنے کا خرچ 58320 روپے ہے۔ 9 طلبہ کا 12 دن ہاسٹل میں رہنے کا خرچ معلوم کیجئے۔

حل: فرض کیا کہ مطلوبہ خرچ 'x' ہے۔

طلبہ	دن	خرچ
↑ 18	↑ 36	↑ 58320
9	12	x

$$\frac{x}{58320}=\frac{12}{36}\times\frac{9}{18}$$

$$x=\frac{12}{36}\times\frac{9}{18}\times 58320$$

$$x=12\times 9\times 90$$

$$x=9720$$ روپے

ZAKAT, USHR AND INHERITANCE

- زکوٰۃ
- عشر
- وراثت (ترکہ)

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- نصاب تولہ اور گرام کے حوالے سے زکوٰۃ کس پر واجب ہے۔
- زکوٰۃ کی شرح۔
- کسی شخص کی جائیداد کی مالیت پر زکوٰۃ کی رقم کا تعین کرنا۔
- عشر کی شرح کا تعین جو زمین کی ملکیت اور پیداوار پر ہو۔
- عشر کی رقم کا تعین جو کسی زمین کی پیداوار پر ہو۔
- زکوٰۃ اور عشر کے حوالے سے روزمرہ زندگی کے مسائل کو حل کرنا۔
- کسی ترکہ یا وراثت میں ہر قانونی وارث کے حصے کا تعین کرنا۔
- ہر وارث کے حصے کی رقم کا تعین کرنا۔

ZAKAT زکوٰۃ

زکوٰۃ اسلام کے پانچ بنیادی ارکان میں سے ایک ہے۔ زکوٰۃ وہ رقم ہے جو کہ صاحب نصاب مسلمان دی گئی شرح پر غربا اور ضرورت مندوں میں بذات خود یا اسلامی ریاست کے ذریعے سال میں ایک بار ادا کرتے ہیں۔

نصاب Nisab:

ایک مسلمان جو ایک سال تک اپنی ملکیت میں 7.5 تولہ (86.1562 گرام) سونا یا 52.5 تولہ (603 گرام) چاندی یا اس کے برابر روپیہ، پیسہ رکھتا / رکھتی ہو صاحب نصاب مسلمان کہلاتا / کہلاتی ہے۔ اسے چاہیے کہ قرآن اور حدیث میں دی گئی شرح کے حساب سے زکوٰۃ ادا کرے۔ زکوٰۃ دو قسم کی دولت پر ادا کی جاتی ہے۔

(i) ظاہری دولت (exposed wealth)

(ii) غیر ظاہری دولت (unexposed wealth)

ظاہری دولت میں زرعی سامان، اونٹ، بھیڑیں، بکریاں، معدنیات اور کاروباری سامان وغیرہ شامل ہیں جبکہ غیر ظاہری دولت میں سونا، چاندی، روپیہ اور اثاثہ جات شامل ہیں۔

زکوٰۃ کی شرح Rate of Zakat:

زکوٰۃ صاحب نصاب مسلم ظاہری اور غیر ظاہری دولت پر ادا کرتا / کرتی ہے۔ زکوٰۃ کی شرح 2.5 فیصد یا سامان یا روپیہ کا چالیس واں $\frac{1}{40}$ حصہ ہے۔ تاہم زیر استعمال سامان جیسا کہ مشینی آلات، خام مال، کارخانہ کی عمارت وغیرہ پر زکوٰۃ لاگو نہیں ہوتی۔

مثال: 3,00,000 روپے کی رقم، 40 گرام سونا اور 500 گرام چاندی پر زکوٰۃ کی رقم نکالیے جبکہ سونے کی قیمت 3500 روپے فی گرام اور چاندی کی قیمت 400 روپے فی گرام ہو۔

حل:

رقم = 3,00,000 روپے .... (i)

سونے کا وزن = 40 گرام

سونے کی قیمت فی گرام = 3500 روپے

40 گرام سونے کی قیمت = 3500×40 روپے

= 1,40,000 روپے .... (ii)

چاندی کا وزن = 500 گرام

چاندی کی قیمت فی گرام = 400 روپے

500 گرام چاندی کی قیمت = 500×400 = 2,00,000 روپے .... (iii)

زکوٰۃ کے لیے کل رقم = 3,00,000 روپے + 1,40,000 روپے + 2,00,000 روپے

= 6,40,000 روپے

زکوٰۃ کی شرح = 2.5%

6,40,000 روپے پر زکوٰۃ = 6,40,000×2.5%

$$= 6,40,000 \times \frac{25}{10} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{6,40,000 \times 25}{1000}$$

= 640×25 = 16,000 روپے

عشر USHR

قدرتی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر 10 فیصد کی شرح ادائیگی کو عشر کہتے ہیں۔ تاہم مصنوعی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر عشر کی ادائیگی کی شرح 5 فیصد ہے۔ مصنوعی ذرائع سے مراد نہروں اور ٹیوب ویل وغیرہ سے کاشت ہے۔

وراثت (ترکہ) Inheritance

جب ایک شخص وفات پا جاتا ہے تو اس کے چھوڑے ہوئے اثاثہ کو ورثہ یا ترکہ کہتے ہیں اور اس کو اس کے قانونی وارثوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ وراثت کی تقسیم کے قوانین کو اسلام میں بڑے واضح طریقے سے بیان کیا ہے۔ وارثوں میں ورثہ تقسیم کرنے سے پہلے درج ذیل رقم کی ادائیگی کرنی ہوتی ہے۔

1. کفن، دفن کے اخراجات کی ادائیگی
2. مرحوم یا مرحومہ کے ذمہ قرض کی ادائیگی
3. مرحوم یا مرحومہ کی وصیت پر عمل کرنا

جائیداد میں قانونی وارثوں کے حصوں کی نسبت

Ratio of Shares Among Legal Inheritors of a Property

یہاں ہم مرحوم یا مرحومہ کے رشتہ داروں میں سے ہر ایک کا / کی وراثت میں حصہ کا ذکر کریں گے۔
اسلام میں کل 12 رشتے ہیں جو کہ قانونی وارث ہوتے ہیں۔ ہم ان میں سے دس کا ذکر کرتے ہیں۔

1. اگر خاوند وفات پا جائے تو بیوی (بیوہ) کا حصہ اولاد یا والد سے رشتہ میں کسی اور اولاد کی عدم موجودگی میں $\left(\frac{1}{4}\right)$ ہوگا۔
2. اولاد یا والد سے رشتہ میں کسی اور اولاد کی موجودگی میں بیوی (بیوہ) کا حصہ $\left(\frac{1}{8}\right)$ ہوگا۔
3. دو یا دو سے زیادہ بیویاں اس حصہ کو برابر، برابر حاصل کریں گیں۔
4. ایک بیٹے کو دو بیٹیوں کے برابر حصہ ملے گا۔ یعنی بھائی کو بہن کے حصہ کا دوگنا ملے گا۔
5. پوتے کو پوتی سے دوگنا حصہ ملے گا۔
6. اگر دو یا دو سے زیادہ بیٹیاں ہی ہیں تو انہیں وراثت کا $\left(\frac{2}{3}\right)$ حصہ ملے گا۔
7. اگر بیٹی ایک ہی ہے یا باپ میں رشتہ سے کوئی اور ایک پوتی ہے تو مختص حصہ $\left(\frac{1}{2}\right)$ ہے۔
8. دو یا دو سے زیادہ بیٹیاں ہوں تو پوتی / نواسی کا حصہ نہیں ہوگا۔
9. اگر ایک بیٹی ہو اور باپ سے رشتہ میں ایک پوتی / نواسی ہو تو بیٹی کا حصہ $\left(\frac{1}{2}\right)$ اور باپ سے رشتہ میں پوتی / نواسی کا بقیہ کا $\left(\frac{1}{6}\right)$ ہوگا جو کہ میزان کو $\left(\frac{2}{3}\right)$ بناتا ہے۔
10. اگر بیوی وفات پا جائے تو خاوند کو ورثہ کا $\left(\frac{1}{2}\right)$ حصہ ملے گا۔

یاد رکھیں۔
جب ایک مسلمان وفات پا جاتا ہے تو اس کے ورثہ کو شریعت کے مطابق تقسیم کرنا چار ذمہ داریوں میں سے ایک ہے۔

ہر ایک قانونی وارث کا جائیداد میں حصہ معلوم کرنا

Calculate Amount of Share of Each Legal Inheritor of a Property

مثال: اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ، ایک بیٹا اور دو بیٹیاں چھوڑی ہوں تو ان میں سے ہر ایک کے حصہ کی جائیداد میں مالیت معلوم کیجیے۔ جبکہ چھوڑی گئی جائیداد کی مالیت 48,00,000 روپے ہے۔

حل:

جائیداد کی کل مالیت = 48,00,000 روپے

بیوہ کا حصہ = $\frac{1}{8}$

بیوہ کے حصے کی مالیت = $48,00,000 \times \frac{1}{8} = 6,00,000$ روپے

باقی مالیت = $48,00,000 - 6,00,000 = 42,00,000$ روپے

بیٹے اور بیٹیوں کے حصوں میں نسبت = 2:1:1

نسبتی مجموعہ $= 2 + 1 + 1 = 4$

بیٹے کے حصے کی مالیت $= \frac{2}{4} \times 42,00,000$

$= 2 \times 10,50,000 = 21,00,000$ روپے

ہرایک بیٹی کے حصے کی مالیت $= \frac{1}{4} \times 42,00,000 = 10,50,000$ روپے

حل مشق 2.1

-1 اگر سونے کی مالیت 11,10,000 روپے ہو تو اس پر زکوۃ معلوم کیجیے۔

حل: سونے کی مالیت = 11,10,000 روپے

زکوۃ کی شرح $= 2.5\%$

زکوۃ کی رقم $= 11,10,000 \times 2.5\%$

$= 11,10,000 \times 2.5 \times \frac{1}{100}$

$= 11,10,000 \times \frac{25}{10} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{27750000}{1000} = 27,750$ روپے

-2 اگر چاندی کی مالیت 3,00,000 روپے ہو تو اس پر زکوۃ معلوم کیجیے۔

حل: چاندی کی مالیت = 3,00,000 روپے

زکوۃ شرح $= 2.5\%$

زکوۃ کی رقم $= 3,00,000 \times 2.5\%$

$= 3,00,000 \times 2.5 \times \frac{1}{100}$

$= 3,00,000 \times \frac{25}{10} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{75,00,000}{1000} = 7500$ روپے

-3 10 تولہ سونا اور 40 تولہ چاندی پر زکوۃ کی رقم معلوم کیجیے جبکہ سونے کی قیمت 40,000 روپے فی تولہ اور چاندی کی قیمت 5000 روپے فی تولہ ہو۔

حل: سونے کی قیمت فی تولہ = 40,000 روپے

سونے کی قیمت فی 10 تولہ $= 40,000 \times 10 = 4,00,000$ روپے

چاندی کی قیمت فی تولہ = 5000 روپے

چاندی کی قیمت فی 40 تولہ = $5000 \times 40 = 2,00,000$ روپے
زکوٰۃ کے لیے کل رقم = $4,00,000 + 2,00,000 = 6,00,000$ روپے
زکوٰۃ کی شرح = 2.5%
زکوٰۃ کی رقم = $6,00,000 \times 2.5\%$
$= 6,00,000 \times \frac{25}{10} \times \frac{1}{100} = 15000$ روپے

-4 سونے کی مالیت 8,00,000 روپے، نقد رقم 4,00,000 روپے اور چاندی 50 تولہ (5000 روپے فی تولہ) پر زکوٰۃ معلوم کیجیے۔

حل
سونے کی مالیت = 8,00,000 روپے
نقد رقم = 4,00,000 روپے
چاندی کی قیمت فی تولہ = 5000 روپے
چاندی کی قیمت فی 50 تولہ = $5000 \times 50 = 2,50,000$ روپے
زکوٰۃ کے لیے کل رقم = $8,00,000 + 4,00,000 + 2,50,000$
$= 14,50,000$ روپے
زکوٰۃ کی شرح = 2.5%
زکوٰۃ کی رقم = $14,50,000 \times 2.5\%$
$= 14,50,000 \times \frac{25}{10} \times \frac{1}{100} = 36,250$ روپے

-5 قدرتی ذرائع سے پیداشدہ چاول کی فصل مالیتی 6,00,000 روپے پر عُشر معلوم کیجیے۔

حل:
فصل کی مالیت = 6,00,000 روپے
(قدرتی ذرائع سے) عشر کی شرح = 10%
عشر کی رقم = $6,00,000 \times 10\%$
$= 6,00,000 \times \frac{10}{100} = 60,000$ روپے

-6 مصنوعی ذرائع سے پیداشدہ گندم کی فصل مالیتی 3,50,000 روپے پر عُشر معلوم کیجیے۔

حل:
گندم کی فصل کی مالیت = 3,50,000 روپے
(مصنوعی ذرائع سے) عُشر کی شرح = 5%
عُشر کی رقم = $3,50,000 \times 5\%$
$= 3,50,000 \times \frac{5}{100} = 17,500$ روپے

-7 اگر ایک شخص نے 7,50,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی ہو تو اس کی ایک بیوہ، 2 بیٹوں اور ایک بیٹی میں ہر ایک کی جائیداد کی مالیت معلوم کیجیے۔

حل:
جائیداد کی مالیت = 7,50,000 روپے

بیوہ کا حصہ $= 7,50,000 \times \frac{1}{8} = 93,750$ روپے

باقی مالیت $= 7,50,000 - 93,750$ روپے $= 6,56,250$ روپے

بیٹے اور بیٹی کے حصوں میں نسبت $= 2:2:1$

نسبتی مجموعہ $= 2+2+1 = 5$

ہر ایک بیٹے کے حصے کی مالیت $= 6,56,250 \times \frac{2}{5} = 2,62,500$ روپے

بیٹی کے حصے کی مالیت $= 6,56,250 \times \frac{1}{5} = 1,31,250$ روپے

-8 اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ اور چار بیٹیاں چھوڑیں ہوں تو اس کی 4,00,000 روپے مالیتی وارثت میں ہر ایک کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

حل:

جائیداد کی مالیت $= 4,00,000$ روپے

بیوہ کا حصہ $= 4,00,000 \times \frac{1}{8} = 50,000$ روپے

باقی مالیت $= 4,00,000 - 50,000 = 3,50,000$ روپے

چار بیٹیوں کا حصہ $= 3,50,000$ روپے

بیٹیوں کے حصے میں نسبت $= 1:1:1:1$

نسبتی مجموعہ $= 1+1+1+1 = 4$

ہر ایک بیٹی کے حصے کی مالیت $= 350,000 \times \frac{1}{4} = 87,500$ روپے

-9 اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ اور 15,00,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی ہو تو اس کی بیوہ کے حصے کی مالیت معلوم کیجیے۔

حل:

جائیداد کی مالیت $= 15,00,000$ روپے

بیوہ کا حصہ $= 15,00,000 \times \frac{1}{4} = 3,75,000$ روپے

-10 اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ اور دو بیٹے چھوڑے ہوں تو اس کی وراثت مالیتی 20,00,000 روپے میں سے ہر ایک کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

حل:

جائیداد کی مالیت $= 20,00,000$ روپے

بیوہ کا حصہ $= 20,00,000 \times \frac{1}{8} = 2,50,000$ روپے

باقی مالیت $= 20,00,000 - 2,50,000 = 17,50,000$ روپے

بیٹوں کے حصوں میں نسبت $= 2:2$

نسبتی مجموعہ $= 2+2 = 4$

ہر ایک بیٹے کے حصے کی مالیت $= 17,50,000 \times \frac{2}{4} = 8,75,000$ روپے

-11 اصغر نے ایک جائیداد 4,80,000 روپے کی چھوڑی۔ اس نے اپنے پیچھے ایک بیوہ، تین بیٹے اور چار بیٹیاں چھوڑیں جائیداد میں سے ہر ایک کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

حل:

جائیداد کی مالیت $= 4,80,000$ روپے

بیوہ کا حصہ $= 4,80,000 \times \frac{1}{8} = 60,000$ روپے

باقی مالیت $= 4,80,000 - 60,000 = 4,20,000$ روپے

بیٹے اور بیٹوں کے حصوں میں نسبت $= 2:2:2:1:1:1:1$

نسبتی مجموعہ $= 2+2+2+1+1+1+1 = 10$

ہر ایک بیٹے کے حصے کی مالیت $= 4,20,000 \times \frac{2}{10} = 84,000$ روپے

ہر ایک بیٹی کے حصے کی مالیت $= 4,20,000 \times \frac{1}{10} = 42,000$ روپے

-12 نجیب نے 4,00,000 روپے اپنے ورثہ میں چھوڑے۔ اس نے اپنے پیچھے ایک بیوہ چھوڑی جبکہ ان کے ہاں کوئی بچہ نہ تھا۔ نجیب کی بیوہ کا حصہ معلوم کیجیے۔

حل:

جائیداد کی مالیت $= 4,00,000$ روپے

بیوہ کا حصہ $= 4,00,000 \times \frac{1}{4} = 1,00,000$ روپے

جائزہ مشق 2

-1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) زکوٰۃ کی کٹوتی کس شرح سے ہوتی ہے؟

(a) 2.5% (b) 3.5% (c) 4.5% (d) 5.5%

(ii) قدرتی ذرائع سے کاشت کی گئی فصل پر عشر کی کٹوتی کی شرح کیا ہے؟

(a) 2.5% (b) 5% (c) 10% (d) 20%

(iii) مصنوعی ذرائع سے کاشت کی گئی فصل پر عشر کی کٹوتی کی شرح کیا ہے؟

(a) 5% (b) 10% (c) 2.5% (d) 25%

(iv) 1,00,000 روپے پر زکوٰۃ کی کٹوتی کیا ہے؟

(a) 2500 روپے (b) 25000 روپے (c) 2000 روپے (d) 15000 روپے

(v) قدرتی ذرائع سے پیدا کی گئی گندم کی فصل مالیتی 1,50,000 روپے پر عشر کی کٹوتی کیا ہے؟

(a) 10,000 روپے (b) 5000 روپے (c) 15000 روپے (d) 20000 روپے

(vi) بیوہ کا وراثتی جائیداد میں حصہ (اولاد کی موجودگی میں) کتنا ہے؟

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

(vii) بیوہ کا وراثت میں اولاد یا باپ کی طرف سے کسی اور اولاد کی غیر موجودگی میں کیا حصہ ہوگا؟

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{6}$

(viii) صرف ایک پوتی/نواسی یا باپ کی طرف سے کسی اور ایک پوتی/نواسی کی موجودگی میں ان کا حصہ کیا ہوگا؟

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$

(ix) دو یا دو سے زیادہ پوتیاں/نواسیاں یا باپ کی طرف سے کسی اور ایک پوتی/نواسی کی موجودگی میں ان کا حصہ کیا ہوگا؟

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$

(x) اگر ایک بیٹی ہو اور باپ کی طرف سے کسی اور پوتیوں کی موجودگی میں اس کا حصہ کتنا ہوگا؟

(a) $\frac{1}{2},\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{2},\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2},\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2},\frac{1}{8}$

جوابات: (i) a (ii) c (iii) a (iv) a (v) c
(vi) b (vii) a (viii) c (ix) a (x) a

-2 خالی جگہ پُر کیجیے۔

(i) زکوٰۃ کی کٹوتی کی شرح ________

(ii) قدرتی ذرائع سے حاصل کی گئی فصل پر عشر کی شرح ________

(iii) مصنوعی ذرائع سے حاصل کی گئی فصل پر عشر کی شرح ________

(iv) 2,00,000 روپے مالیت پر زکوٰۃ کی کٹوتی ________

(v) 1,00,000 روپے پر 10% کے حساب سے عشر کی مالیت ________

(vi) ایک وراثتی جائیداد میں بیوہ کا حصہ (اولاد کی موجودگی میں) ________

(vii) ایک وراثتی جائیداد میں اولاد کی عدم موجودگی میں بیوہ کا حصہ ________

(viii) اگر صرف ایک ہی بیٹی ہو تو وراثت میں حصہ ________

(ix) وارثت میں بیٹے اور بیٹی کے حصوں میں نسبت ________

(x) دو یا دو سے زیادہ بیٹیوں کی موجودگی میں ان کا وراثت میں حصہ ________

جوابات: (i) 2.5% (ii) 10% (iii) 5% (iv) 5000 روپے (v) 10,000 روپے
(vi) $\frac{1}{8}$ (vii) $\frac{1}{4}$ (viii) $\frac{1}{2}$ (ix) 2:1 (x) $\frac{2}{3}$

-3 15,00,000 روپے مالیت کے سونے پر زکوٰۃ کی کٹوتی معلوم کیجیے۔

حل:
سونے کی مالیت = 15,00,000 روپے
زکوٰۃ کی شرح = 2.5%
زکوٰۃ کی مالیت = 15,00,000 × 2.5%

$= 15,00,000 \times 2.5 \times \frac{1}{100}$

$= 15,00,000 \times \frac{25}{10} \times \frac{1}{100} = 37,500$ روپے

4- اگر مصنوعی ذرائع سے حاصل کی گئی چاول کی فصل مالیت 4,90,000 روپے ہو تو عشر معلوم کیجیے۔

حل:
فصل کی مالیت $= 4,90,000$ روپے
عشر کی شرح $= 5\%$
عشر کی رقم $= 4,90,000 \times 5\%$

$= 4,90,000 \times \frac{5}{100}$

$= 24,500$ روپے

5- ایک شخص نے اپنے پیچھے 45,00,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی۔ اس کی ایک بیوہ اور دو بیٹوں میں سے ہر ایک کا جائیداد میں حصہ معلوم کیجیے۔

حل:
جائیداد کی مالیت $= 45,00,000$ روپے
بیوہ کا حصہ $= 45,00,000 \times \frac{1}{8}$

$= 5,62,500$ روپے

باقی مالیت $= 45,00,000 - 5,62,500 = 39,37,500$ روپے
بیٹوں کے حصوں میں نسبت $= 2 : 2$
نسبتی مجموعہ $= 2 + 2 = 4$
ہر ایک بیٹے کے حصے کی مالیت $= 19,68,750$ روپے

6- اکرم نے 48,00,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی۔ اس نے اپنے پیچھے ایک بیوہ، تین بیٹے اور چار بیٹیاں چھوڑیں جائیداد میں ہر ایک کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

حل:
جائیداد کی مالیت $= 48,00,000$ روپے
بیوہ کا حصہ $= 48,00,000 \times \frac{1}{8} = 6,00,000$ روپے
باقی مالیت $= 48,00,000 - 6,00,000 = 42,00,000$ روپے
بیٹے اور بیٹیوں کے حصوں کی نسبت $= 2 : 2 : 2 : 1 : 1 : 1 : 1$
نسبتی مجموعہ $= 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 10$

ہر ایک بیٹے کے حصے کی مالیت $= 42,00,000 \times \frac{2}{10} = 8,40,000$ روپے

ہر ایک بیٹی کے حصے کی مالیت $= 42,00,000 \times \frac{1}{10} = 4,20,000$ روپے

خلاصہ

☆ زکوٰۃ اسلام کے پانچ بنیادی ارکان میں سے ایک ہے۔ زکوٰۃ وہ رقم ہے جو کہ صاحب نصاب مسلمان دی گئی شرح پر غربا اور ضرورت مندوں میں بذات خود یا اسلامی ریاست کے ذریعے سال میں ایک بار ادا کرتے ہیں۔

☆ ایک مسلمان جو ایک سال تک اپنی ملکیت میں 7.5 تولہ (86.1562 گرام) سونا یا 52.5 تولہ (603 گرام) چاندی یا اس کے برابر روپیہ، پیسہ رکھتا/رکھتی ہو صاحب نصاب مسلمان کہلاتا ہے۔ اسے چاہیے کہ قرآن اور حدیث میں دی گئی شرح کے حساب سے زکوٰۃ ادا کرے۔ زکوٰۃ دو قسم کے دولت پر ادا کی جاتی ہے۔

(i) ظاہری دولت (ii) غیر ظاہری دولت

☆ ظاہری دولت میں زرعی سامان، اونٹ، بھیڑیں، بکریاں، معدنیات اور کاروباری سامان وغیرہ شامل ہیں۔

☆ غیر ظاہری دولت میں سونا، چاندی، روپیہ اور اثاثہ جات شامل ہیں۔

☆ زکوٰۃ صاحب نصاب مسلمان ظاہری اور غیر ظاہری دولت پر ادا کرتا/کرتی ہے۔ زکوٰۃ کی شرح 2.5 فی صد یا سامان یا روپیہ کا چالیس واں $\left(\frac{1}{40}\right)$ حصہ ہے۔

☆ قدرتی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر 10 فیصد کی شرح ادائیگی کو عشر کہتے ہیں۔ تاہم مصنوعی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر عشر کی شرح 5 فیصد ہے۔

☆ جب ایک شخص وفات پا جاتا ہے تو اس کے چھوڑے ہوئے اثاثہ کو ورثہ یا ترکہ کہتے ہیں۔

معروضی سوالات

درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔

-1 زکوٰۃ اسلام کے بنیادی ارکان میں سے ایک ہے۔

(a) تین (b) چار (c) پانچ (d) چھ

-2 زکوٰۃ ادا کرنے کے لیے صاحب نصاب مسلمان کے لیے کتنا سونا رکھنا ضروری ہوتا ہے؟

(a) 6.5 تولہ (b) 7.5 تولہ (c) 8.5 تولہ (d) 9.5 تولہ

-3 زکوٰۃ ادا کرنے کے لیے صاحب نصاب مسلمان کے لیے کتنی چاندی رکھنی ضروری ہوتی ہے؟

(a) 603 گرام (b) 604 گرام (c) 605 گرام (d) 606 گرام

-4 زکوٰۃ کتنی قسم کی دولت پر ادا کی جاتی ہے؟

(a) دو (b) تین (c) چار (d) پانچ

-5 زرعی سامان، اونٹ، بھیڑیں، بکریاں، معدنیات اور کاروباری سامان وغیرہ شامل ہیں۔

(a) انفرادی دولت میں (b) غیر ظاہری دولت میں (c) ظاہری دولت میں (d) مشترکہ دولت میں

-6 سونا، چاندی، روپیہ اور اثاثہ جات شامل ہیں۔

(a) ظاہری دولت میں (b) غیر ظاہری دولت میں (c) وراثتی دولت میں (d) اجتماعی دولت میں

-7 صاحب نصاب مسلم ظاہری اور غیر ظاہری دولت پر ادا کرتا/ کرتی ہے۔

(a) زکوٰۃ (b) صدقہ (c) عشر (d) خیرات

-8 زکوٰۃ کی شرح فی صد ہوتی ہے۔

(a) 0.5 (b) 1.5 (c) 2.5 (d) 3.5

-9 زکوٰۃ سامان یا روپیہ کا کونسا حصہ ہوتی ہے؟

(a) $\frac{1}{30}$ (b) $\frac{1}{40}$ (c) $\frac{1}{50}$ (d) $\frac{1}{60}$

-10 3,00,000 روپے کی رقم پر زکوٰۃ ہوگی۔

(a) 7300 روپے (b) 7500 روپے (c) 7700 روپے (d) 7900 روپے

-11 5,00,000 روپے کی رقم پر زکوٰۃ ہوگی۔

(a) 10250 روپے (b) 11500 روپے (c) 12500 روپے (d) 13500 روپے

-12 40 گرام سونے پر زکوٰۃ کی رقم ہوگی جبکہ سونے کی قیمت 3500 روپے فی گرام ہو۔

(a) 3500 روپے (b) 3600 روپے (c) 3700 روپے (d) 3900 روپے

-13 500 گرام چاندی پر زکوٰۃ کی رقم ہوگی جبکہ چاندی کی قیمت 400 روپے فی گرام ہو۔

(a) 4000 روپے (b) 4500 روپے (c) 5000 روپے (d) 5500 روپے

-14 قدرتی ذرائع سے کاشت کی گئی زمین پر عشر کی شرح ہے۔

(a) 2.5 % (b) 5 % (c) 8 % (d) 10 %

-15 مصنوعی ذرائع سے کاشت کی گئی زمین پر عشر کی شرح ہے۔

(a) 5 % (b) 7 % (c) 8 % (d) 8.5 %

-16 جب ایک شخص وفات پا جاتا ہے تو اس کے چھوڑے ہوئے اثاثہ کو کہتے ہیں۔

(a) جائیداد (b) مال غنیمت (c) ورثہ یا ترکہ (d) پراپرٹی

-17 وارثوں میں ورثہ تقسیم کرنے سے پہلے کتنی رقوم کی ادائیگی کرنی ضروری ہوتی ہے۔

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

-18 اسلام میں کتنے رشتے ہیں جو کہ قانونی وارث ہوتے ہیں؟

(a) 8 (b) 10 (c) 12 (d) 14

-19 بیوی (بیوہ) کا حصہ اولاد یا والد سے رشتہ میں کسی اور اولاد کی عدم موجودگی میں ہوتا ہے۔

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{5}$

-20 اولاد یا والد سے رشتہ میں کسی اور اولاد کی موجودگی میں بیوی (بیوہ) کا حصہ ہوتا ہے۔

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{7}$ (c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{1}{9}$

21- وراثت میں بیٹے کو کتنی بیٹیوں کے برابر حصہ ملے گا؟

(a) دو (b) تین (c) چار (d) پانچ

22- وراثت میں پوتے کو پوتی سے کتنے گنا حصہ ملے گا؟

(a) دو (b) تین (c) چار (d) پانچ

23- اگر دو یا دو سے زیادہ بیٹیاں ہی ہیں تو انہیں وراثت کا ملے گا۔

(a) $\frac{1}{3}$ حصہ (b) $\frac{2}{3}$ حصہ (c) $\frac{1}{4}$ حصہ (d) $\frac{2}{5}$ حصہ

24- اگر بیٹی ایک ہی ہے یا باپ میں سے رشتہ میں کوئی اور ایک پوتی ہے تو مختص حصہ ہے۔

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

25- اگر بیوی وفات پا جائے تو خاوند کو ورثہ کا حصہ ملے گا۔

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$

26- اگر ایک آدمی نے 24,00,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی۔ اس میں سے اس کی بیوی کو حصہ ملے گا۔

(a) 2,40,000 روپے (b) 2,60,000 روپے (c) 2,80,000 روپے (d) 3,00,000 روپے

27- اگر سونے کی مالیت 11,10,000 روپے ہو تو اس پر زکوٰۃ ہو گی۔

(a) 27,550 روپے (b) 27,650 روپے (c) 27,750 روپے (d) 27,850 روپے

28- اگر چاندی کی مالیت 3,00.000 روپے ہو تو اس پر زکوٰۃ ہو گی۔

(a) 7500 روپے (b) 7700 روپے (c) 7900 روپے (d) 8300 روپے

29- قدرتی ذرائع سے پیداشدہ چاول کی فصل مالیتی 6,00,000 روپے پر عشر ہو گا۔

(a) 45,000 روپے (b) 50,000 روپے (c) 55,000 روپے (d) 60,000 روپے

30- مصنوعی ذرائع سے پیداشدہ گندم کی فصل مالیتی 3,50,000 روپے پر عشر ہو گا۔

(a) 15500 روپے (b) 16500 روپے (c) 17500 روپے (d) 18500 روپے

31- 2,00,000 روپے مالیت پر زکوٰۃ کی کٹوتی ہوتی ہے۔

(a) 4000 روپے (b) 5000 روپے (c) 6000 روپے (d) 7000 روپے

32- 1,00,000 روپے پر 10 % کے حساب سے عشر کی مالیت ہو گی۔

(a) 10,000 روپے (b) 11,000 روپے (c) 12,000 روپے (d) 15,000 روپے

33- وراثت میں بیٹے اور بیٹی کے حصوں میں نسبت ہو گی۔

(a) 2.5 : 105 (b) 1 : 2 (c) 2 : 1 (d) 2 : 3

34- اگر صرف ایک ہی بیٹی ہو تو وراثت میں حصہ ہو گا۔

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

-35 دو یا دو سے زیادہ بیٹیوں کی موجودگی میں ان کا وراثت میں حصہ ہوگا۔

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{3}$

جوابات:

-1 پانچ	-2 7.5 تولہ	-3 603 گرام	-4 دو
-5 ظاہری دولت میں	-6 غیر ظاہری دولت میں	-7 زکوۃ	-8 2.5
-9 $\frac{1}{40}$	-10 7500 روپے	-11 12500 روپے	-12 3500 روپے
-13 5000 روپے	-14 10 %	-15 5 %	-16 ورثہ یا ترکہ
-17 3	-18 12	-19 $\frac{1}{4}$	-20 $\frac{1}{8}$
-21 دو	-22 دو	-23 $\frac{2}{3}$ حصہ	-24 $\frac{1}{2}$
-25 $\frac{1}{2}$	-26 3,00,000	-27 27,750	-28 7500
-29 60,000	-30 17500 روپے	-31 5000 روپے	-32 10,000
-33 2 : 1	-34 $\frac{1}{2}$	-35 $\frac{2}{3}$	

مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔

-1 زکوۃ سے کیا مراد ہے؟

جواب: زکوۃ وہ رقم ہے جو کہ صاحب نصاب مسلمان دی گئی شرح پر غربا اور ضرورت مندوں میں بذاتِ خود یا اسلامی ریاست کے ذریعے سال میں ایک بار ادا کرتے ہیں۔

-2 نصاب کسے کہتے ہیں؟

جواب: ایک مسلمان جو ایک سال تک اپنی ملکیت میں 7.5 تولہ (86.1562 گرام) سونا یا 52.5 تولہ (603 گرام) چاندی یا اس کے برابر روپیہ پیسہ رکھتا/رکھتی ہو صاحب نصاب مسلمان کہلاتا/کہلاتی ہے۔

-3 زکوۃ کتنی قسم کی دولت پر ادا کی جاتی ہے؟

جواب: زکوۃ دو قسم کی دولت پر ادا کی جاتی ہے: (i) ظاہری دولت (ii) غیر ظاہری دولت

-4 ظاہری دولت سے کیا مراد ہے؟

جواب: ظاہری دولت میں زرعی سامان، اونٹ، بھیڑیں، بکریاں، معدنیات اور کاروباری سامان وغیرہ شامل ہے۔

-5 غیر ظاہری دولت کونسی ہوتی ہے؟

جواب: غیر ظاہری دولت میں سونا، چاندی، روپیہ اور اثاثہ جات شامل ہیں۔

-6 زکوۃ کی شرح سے کیا مراد ہے؟

جواب: زکوۃ کی شرح 2.5 فی صد یا سامان یا روپیہ کا چالیس واں $\frac{1}{40}$ حصہ ہے۔

-7 زکوۃ کن اشیاء پر لاگو نہیں ہوتی؟

جواب: زیر استعمال سامان جیسا کہ مشینی آلات، خام مال، کارخانہ کی عمارت وغیرہ پر لاگو نہیں ہوتی۔

-8 5,00,000 روپے کی رقم پر زکوۃ معلوم کریں۔

حل:

رقم = 5,00,000 روپے

زکوۃ کی شرح = 2.5 %

زکوۃ کی رقم = $2.5\% \times 5,00,000$

$= 2.5 \times \frac{1}{100} \times 5,00,000$

$= \frac{25}{10} \times \frac{1}{100} \times 5,00,000$

$= 25 \times 500 = 12,500$

-9 40 گرام سونے پر زکوۃ کی رقم معلوم کریں جبکہ سونے کی قیمت 3500 روپے فی گرام ہو۔

حل:

سونے کا وزن = 40 گرام

سونے کی قیمت فی گرام = 3500 روپے

40 گرام سونے کی مالیت = $3500 \times 40 = 1,40,000$ روپے

زکوۃ کی شرح = 2.5 %

زکوۃ کی رقم = $2.5\% \times 1,40,000$

$= 2.5 \times \frac{1}{100} \times 1,40,000$

$= \frac{25}{10} \times \frac{1}{100} \times 1,40,000$

$= 25 \times 140 = 3500$ روپے

-10 500 گرام چاندی پر زکوۃ کی رقم معلوم کریں جبکہ چاندی کی قیمت 400 روپے فی گرام ہو۔

حل:

چاندی کا وزن = 500 گرام

چاندی کی قیمت فی گرام = 400 روپے

500 گرام چاندی کی قیمت = $500 \times 400 = 2,00,000$ روپے

زکوۃ کی شرح = 2.5 %

زکوۃ کی رقم = $2.5\% \times 2,00,000$

$= 2.5 \times \frac{1}{100} \times 2,00,000$

$= \frac{25}{10} \times \frac{1}{100} \times 2,00,000$

$= 25 \times 200 = 5000$ روپے

-11 عشر سے کیا مراد ہے؟

جواب: قدرتی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر 10 فیصد کی شرح ادائیگی کو عشر کہتے ہیں۔ تاہم مصنوعی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر عشر کی ادائیگی کی شرح 5 فیصد ہوتی ہے۔

-12 مصنوعی ذرائع کون کونسے ہیں؟

جواب: مصنوعی ذرائع سے مراد نہریں اور ٹیوب ویل وغیرہ ہیں۔

-13 اگر قدرتی ذرائع سے گندم کی فصل کی پیداوار 40000 کلوگرام ہو تو عشر کی رقم معلوم کیجیے جبکہ گندم کی قیمت 950 روپے فی 40 کلوگرام ہے۔

حل:

گندم کا وزن = 40000 کلوگرام

40 کلوگرام گندم کی قیمت = 950 روپے

1 کلوگرام گندم کی قیمت = $\frac{950}{40}$ روپے

40000 کلوگرام گندم کی قیمت = $\frac{950}{40} \times 40000 = 9,50,000$ روپے

عشر کی رقم = $9,50,000 \times 10\%$

$= 9,50,000 \times \frac{10}{100} = 95,000$ روپے

-14 مصنوعی ذرائع کی مدد سے پیدا کی گئی 3000 کلوگرام چاول کی فصل پر عشر کی رقم نکالیے جبکہ 40 کلوگرام چاول کی قیمت 2000 روپے ہے۔

حل:

چاول کی فصل کا وزن = 3000

40 کلوگرام چاول کی قیمت = 2000

1 کلوگرام چاول کی قیمت = $\frac{2000}{40} = 50$ روپے

3000 کلوگرام چاول کی قیمت = $3000 \times 50 = 1,50,000$ روپے

عشر کی رقم = $1,50,000 \times 5\%$

$= 1,50,000 \times \frac{5}{100}$

$= 1500 \times 5 = 7500$ روپے

-15 وراثت / ترکہ سے کیا مراد ہے؟

جواب: جب ایک شخص وفات پا جاتا ہے تو اس کے چھوڑے ہوئے اثاثہ کو ورثہ یا ترکہ کہتے ہیں۔

-16 وارثوں کو ورثہ تقسیم کرنے سے پہلے کونسی رقم ادا کرنی چاہیے؟

جواب: وارثوں کو ورثہ تقسیم کرنے سے پہلے درج ذیل رقم کی ادائیگی کرنی ہوتی ہے۔

(i) کفن دفن کے اخراجات کی ادائیگی (ii) مرحوم یا مرحومہ کے ذمہ قرض کی ادائیگی

(iii) مرحوم یا مرحومہ کی وصیت پر عمل کرنا

-17 اسلام میں کل کتنے رشتے ہیں جو قانونی طور پر وارث ہوتے ہیں؟

جواب: اسلام میں کل 12 رشتے ہیں جو کہ قانونی طور پر وارث ہوتے ہیں۔

-18 ایک شخص نے ایک جائیداد 30,00,000 روپے مالیت کی چھوڑی۔ اگر اس کے ہاں کوئی بچہ نہ ہو تو اس کی بیوی کے حصہ کی رقم معلوم کیجیے۔

حل:

جائیداد کی مالیت = 30,00,000 روپے

بیوی کا حصہ = $\frac{1}{4}$

بیوی کے حصہ کی مالیت = $30,00,000 \times \frac{1}{4} = 7,50,000$ روپے

-19 ایک شخص جو جائیداد چھوڑ کر وفات پا گیا اس کی جائیداد کی مالیت 3,30,000 روپے ہے۔ اگر اس نے اپنے پیچھے تین بیٹیاں چھوڑی ہوں تو ہر بیٹی کا حصہ معلوم کیجیے۔

حل:

چھوڑی گئی جائیداد کی مالیت = 3,30,000 روپے

تینوں بیٹیوں کا حصہ = $\frac{2}{3}$

تینوں بیٹیوں کے حصہ کی مالیت = $3,30,000 \times \frac{2}{3}$

= $1,10,000 \times 2 = 2,20,000$ روپے

ہر ایک بیٹی کا حصہ = $2,20\,000 \times \frac{1}{3} = 7,33,33.33$ روپے

-20 اگر سونے کی مالیت 11,10,000 روپے ہو تو اس پر زکوٰۃ معلوم کیجیے۔

حل:

سونے کی مالیت = 11,10,000 روپے

زکوٰۃ کی شرح = 2.5%

زکوٰۃ کی رقم = $11,10,000 \times 2.5\%$

= $11,10,000 \times 2.5 \times \frac{1}{100}$

= $11,10,000 \times \frac{25}{10} \times \frac{1}{100}$

= $1110 \times 25 = 27,750$ روپے

-21 اگر چاندی کی مالیت 3,00,000 روپے ہو تو اس پر زکوٰۃ معلوم کیجیے۔

حل:

چاندی کی مالیت = 3,00,000 روپے

زکوٰۃ کی شرح = 2.5 %

زکوٰۃ کی رقم = $2.5\,\% \times 3,00,000$

$= 2.5 \times \frac{1}{100} \times 3,00,000$

$= \frac{25}{10} \times \frac{1}{100} \times 3,00,000$

$= 25 \times 300 = 7500$ روپے

-22 اگر مصنوعی ذرائع سے حاصل کی گئی چاول کی فصل کی مالیت 4,90,000 روپے ہو تو عشر معلوم کیجیے۔

حل:

فصل کی مالیت $= 4,90,000$ روپے

عشر کی شرح $= 5\%$

عشر کی رقم $= 4,90,000 \times 5\%$

$= 4,90,000 \times \frac{5}{100} = 4900 \times 5 = 24,500$ روپے

-23 15,00,000 روپے مالیت کے سونے پر زکوۃ کی کٹوتی معلوم کیجیے۔

حل:

سونے کی مالیت $= 15,00,000$ روپے

زکوۃ کی شرح $= 2.5\%$

زکوۃ کی رقم $= 15,00,000 \times 2.5\%$

$= 15,00,000 \times \frac{25}{10} \times \frac{1}{100}$

$= 1500 \times 25 = 37,500$ روپے

-24 ایک شخص نے اپنے پیچھے 45,00,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی۔ اس کی ایک بیوہ اور دو بیٹوں میں سے ہر ایک کا جائیداد میں حصہ معلوم کیجیے۔

حل:

جائیداد کی مالیت $= 45,00,000$ روپے

بیوہ کا حصہ $= 45,00,000 \times \frac{1}{8} = 5,62,500$ روپے

باقی مالیت $= 45,00,000 - 5,62,500 = 39,37,500$ روپے

بیٹوں کے حصوں میں نسبت $= 2 : 2$

نسبتی مجموعہ $= 2 + 2 = 4$

ہر ایک بیٹے کے حصہ کی مالیت $= 39,37,500 \times \frac{2}{4} = 19,68,750$ روپے

-25 نجیب نے 4,00,000 روپے اپنے ورثہ میں چھوڑے۔ اس نے اپنے پیچھے ایک بیوہ چھوڑی جبکہ ان کے ہاں کوئی بچہ نہ تھا۔ نجیب کی بیوہ کا حصہ معلوم کیجیے۔

حل:

جائیداد کی مالیت $= 4,00,000$ روپے

بیوہ کا حصہ $= 4,00,000 \times \frac{1}{4} = 1,00,000$ روپے

❋❋❋

BUSINESS MATHEMATICS

- نفع اور نقصان
- رعایت
- کاروباری شراکت

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- قیمت خرید کیا ہے۔
- قیمت فروخت کیا ہے۔
- منافع سے متعلق درج ذیل کی شناخت (جبکہ: قیمت خرید < قیمت فروخت)

- $\text{قیمت خرید} = \text{قیمت فروخت} - \text{منافع}$
- $\text{منافع} = \text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید}$
- $\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} + \text{منافع}$
- $\text{منافع} = \dfrac{\text{\%منافع} \times \text{قیمت خرید}}{100}$
- $\text{\%منافع} = \dfrac{\text{منافع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$
- $\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\dfrac{100 + \text{\%منافع}}{100}\right)$
- $\text{قیمت خرید} = \dfrac{\text{قیمت فروخت} \times 100}{100 + \text{\%منافع}}$

- نقصان سے متعلق درج ذیل تعلقات کی شناخت (جبکہ: قیمت خرید > قیمت فروخت)

- $\text{نقصان} = \left(\dfrac{\text{\%نقصان} \times \text{قیمت خرید}}{100}\right)$
- $\text{\%نقصان} = \dfrac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$
- $\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\dfrac{100 - \text{\%نقصان}}{100}\right)$
- $\text{قیمت خرید} = \dfrac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{\%نقصان}}$

- نفع اور نقصان سے متعلق روزمرہ کے مسائل کو حل کیسے کرتے ہیں۔
- کسی چیز کی مارکڈ پرائس اور لسٹ پرائس کی شناخت کیسے کرتے ہیں۔
- رعایت سے متعلق درج ذیل تعلقات شناخت کیسے کرتے ہیں۔

- $\text{رعایت} = \text{درج شدہ قیمت} - \text{قیمت فروخت}$
- $\text{قیمت فروخت} = \text{درج شدہ قیمت} - \text{رعایت}$
- $\text{\% رعایت} = \dfrac{\text{رعایت}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$
- $\text{قیمت فروخت} = \text{درج شدہ قیمت} \times \left(\dfrac{100 - \text{\%رعایت}}{100}\right)$
- $\text{درج شدہ قیمت} = \dfrac{\text{قیمت فروخت} \times 100}{100 \times \text{\%رعایت}}$

نفع اور نقصان (Profit and Loss)

تاجر اشیاء خریدتے اور فروخت کرتے ہیں۔ انہیں تجارت میں نفع یا نقصان بھی ہو سکتا ہے۔

قیمت خرید اور قیمت فروخت (Cost Price and Selling Price)

وہ قیمت جس پر ایک دکاندار کوئی چیز خریدتا ہے اسے چیز کی قیمت خرید کہتے ہیں۔
وہ قیمت جس پر ایک دکاندار کوئی چیز گاہک کو فروخت کرتا ہے اس چیز کی قیمت فروخت کہلاتی ہے۔

نفع (Profit)

اگر کسی چیز کی قیمت فروخت اس کی قیمت خرید سے زیادہ ہو تو نفع حاصل ہوتا ہے۔ نفع فی صد، قیمت فروخت اور قیمت خرید کے درمیان درج ذیل تعلقات ہیں۔

$$\text{نفع} = \text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید}$$

$$\text{قیمت فروخت} = \text{نفع} + \text{قیمت خرید}$$

$$\text{نفع}\ \% = \left(\frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}}\right) \times 100 \Rightarrow \text{نفع} = \frac{\text{قیمت خرید} \times \text{نفع}\%}{100}$$

چونکہ
$$\text{قیمت فروخت} = \text{نفع} + \text{قیمت خرید}$$

اس لیے
$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} + \frac{\text{قیمت خرید} \times \text{نفع}\%}{100}$$

یا
$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 + \text{نفع}\%}{100}\right)$$

اور
$$\text{قیمت خرید} = \text{قیمت فروخت} \times \left(\frac{100}{100 + \text{نفع}\%}\right)$$

نقصان Loss

اگر کسی چیز کی قیمت فروخت اس کی قیمت خرید سے کم ہو تو ہمیشہ نقصان ہوگا۔ نقصان، قیمت فروخت، قیمت خرید اور نقصان فی صد میں درج ذیل حسابی تعلق ہے۔

$$\text{نقصان} = \text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت}$$

$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} - \text{نقصان}$$

$$\text{قیمت خرید} = \text{نقصان} + \text{قیمت فروخت}$$

$$\text{نقصان}\ \% = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$\text{نقصان} = \frac{\text{قیمت خرید}}{100} \times \text{نقصان}\ \%$$

$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 - \text{نقصان}\%}{100}\right)$$

$$\text{قیمت خرید} \% = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{نقصان}\%}$$

مثال: دانیال ایک روپیہ کی 6 ٹافیاں خریدتا ہے اور ایک روپیہ کی 8 ٹافیاں فروخت کرتا ہے۔ اس کا نقصان فی صد میں معلوم کیجیے۔

حل: 6 اور 8 کا ذواضعاف اقل 24 ہے۔

فرض کیا دانیال 24 ٹافیاں خریدتا ہے۔

$$\text{24 ٹافیوں کی قیمت خرید} = \left(\frac{1}{6}\times 24\right) = 4 \text{ روپے}$$

$$\text{24 ٹافیوں کی قیمت فروخت} = \left(\frac{1}{8}\times 24\right) = 3 \text{ روپے}$$

$$\text{نقصان} = \text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت}$$

$$= (4-3) = 1 \text{ روپیہ}$$

پس

$$\text{نقصان}\% = \left(\frac{\text{نقصان} \times 100}{\text{قیمت خرید}}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\times 100 \quad = 25\%$$

حل مشق 3.1

1. قیمت فروخت معلوم کیجیے جبکہ

(i) قیمت خرید = 950 روپے، نفع = 10% (ii) قیمت خرید = 1540 روپے، نفع = 5%

(iii) قیمت خرید = 9600 روپے، نفع = 10% (iv) قیمت خرید = 126000 روپے، نقصان = 5%

(v) قیمت خرید = 480 روپے، نفع = 3% (vi) قیمت خرید = 760 روپے، نقصان = 4%

حل:

(i) قیمت خرید = 950 روپے ، نفع = 10 %

قیمت خرید = 950 روپے ، نفع = 10 % ، قیمت فروخت = ?

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 - \text{نفع}\%}{100}\right)$$

$$= 950 \times \left(\frac{100+10}{100}\right) = 950 \times \left(\frac{110}{100}\right) = 1045 \text{ روپے}$$

(ii) قیمت خرید = 1540 روپے ، نقصان = 5%

حل:

قیمت خرید = 1540 روپے ، نقصان = 5% ، قیمت فروخت = ?

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 - \text{نقصان}\%}{100}\right) = 1540 \times \left(\frac{100-5}{100}\right)$$

$$= 1540 \times \left(\frac{95}{100}\right) = 1463 \text{ روپے}$$

(iii) قیمت خرید = 9600 روپے ، نفع = 10%

حل: قیمت خرید = 9600روپے ، نفع = 10% ، قیمت فروخت = ?

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 + \text{نفع}\%}{100}\right) = 9600 \times \left(\frac{100+10}{100}\right)$$

$$= 9600 \times \left(\frac{110}{100}\right) = 10560 \text{ روپے}$$

(iv) قیمت خرید = 126000روپے ، نقصان = 5%

حل: قیمت خرید = 126000روپے ، نقصان = 5%، قیمت فروخت = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 - \text{نقصان}\%}{100}\right) = 126000 \times \left(\frac{100-5}{100}\right)$$

$$= 126000 \times \left(\frac{95}{100}\right) = 1,19,700 \text{ روپے}$$

(v) قیمت خرید = 480 روپے ، نفع = 3%

حل: قیمت خرید = 480روپے ، نفع = 3% ، قیمت فروخت = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 + \text{نفع}\%}{100}\right) = 480 \times \left(\frac{100+3}{100}\right)$$

$$= 480 \times \left(\frac{103}{100}\right) = 494.40 \text{ روپے}$$

(vi) قیمت خرید = 760روپے ، نقصان = 4%

حل: قیمت خرید = 760 روپے ، نقصان = 4%، قیمت فروخت = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 - \text{نقصان}\%}{100}\right)$$

$$= 760 \times \left(\frac{96}{100}\right) = 729.60 \text{ روپے}$$

.2 حارث نے ایک کار 2,48,000 روپے میں خریدی اور 12000 روپے اس کی ڈینٹنگ اور پینٹنگ (رنگ) پر خرچ کیے۔ اس نے اسے 5 فی صد نفع پر فروخت کر دیا۔ گاہک نے حارث کو کیا ادا کیا؟

حل: قیمت خرید = 248000 روپے

کل قیمت خرید = 248000 روپے + 12000 روپے = 260000 روپے ، نفع = 5%

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 - \%\text{نفع}}{100}\right) = 260000 \times \left(\frac{100+5}{100}\right)$$

$$= 260000 \times \left(\frac{105}{100}\right) = 2,73,000 \text{ روپے}$$

.3 قیمت خرید معلوم کیجیے جبکہ:

(i) قیمت فروخت = 672 روپے ، نفع = 5%
(ii) قیمت فروخت = 851 روپے ، نقصان = 8%
(iii) قیمت فروخت = 1755 روپے ، نفع = 12½%
(iv) قیمت فروخت = 2640 روپے ، نقصان = 12%
(v) قیمت فروخت = 100 روپے ، نفع = $33\frac{1}{2}$%

(i) قیمت فروخت = 672 روپے، نفع = 5%

حل: قیمت فروخت = 672 روپے ، نفع = 5%، قیمت خرید = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت خرید} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 + \text{نفع}} = \frac{100 \times 672}{100+5} = \frac{67200}{105} = 640 \text{ روپے}$$

(ii) قیمت فروخت = 851 روپے، نقصان = 8%

حل: قیمت فروخت = 851 روپے ، نقصان = 8 %، قیمت خرید = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت خرید} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{نقصان}} = \frac{100 \times 851}{100-8} = \frac{85100}{92} = 925 \text{ روپے}$$

(iii) قیمت فروخت = 1755 روپے، نفع = 12½%

حل: قیمت فروخت = 1755، نفع = $12\frac{1}{2}$%، قیمت خرید = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت خرید} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{نفع}} = \frac{100 \times 1755}{100+12.5} = \frac{175500}{112.5} = 1560 \text{ روپے}$$

(iv) قیمت فروخت = 2640 روپے، نقصان = 12%

حل: قیمت فروخت = 2640 روپے ، نقصان = 12%، قیمت خرید = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت خرید} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{نقصان}} = \frac{100 \times 2640}{100-12} = \frac{264000}{88} = 3000 \text{ روپے}$$

(v) قیمت فروخت = 100 روپے، نفع = $33\frac{1}{2}\%$:

حل:

قیمت فروخت = 100 روپے، نفع = $33\frac{1}{2}\% = 33.5\%$، قیمت خرید = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت خرید} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 + \text{نفع}} = \frac{100\times100}{100+33.5} = \frac{10000}{133.5} = 75 \text{ روپے}$$

4. ایک دوکاندار ایک ڈنر سیٹ کو 3852 روپے میں فروخت کر کے 7 فی صد نفع حاصل کرتا ہے۔ اگر وہ ڈنر سیٹ 4050 روپے میں فروخت کرے تو اس کا نفع فی صد میں معلوم کیجیے۔

حل: نفع = 7%، قیمت فروخت = 3852، قیمت خرید = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت خرید} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 + \text{نفع}} = \frac{100\times3852}{100+7} = \frac{385200}{107} = 3600 \text{ روپے}$$

نفع = قیمت فروخت - قیمت خرید = 4050 روپے - 3600 روپے = 450 روپے

$$\text{نفع}\% = \left(\frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\right)\% = \left(\frac{450}{3600}\times100\right)\% = 12.5\% = 12\frac{1}{2}\%$$

5. 12 اشیاء کی قیمت فروخت 15 اشیاء کی قیمت خرید کے برابر ہے۔ نفع فی صد میں معلوم کیجیے۔

حل:

فرض کیا 1 شے کی قیمت فروخت = 1 روپے

12 اشیاء کی قیمت فروخت = 12 روپے

15 اشیاء کی قیمت فروخت = 15 روپے

چونکہ 15 اشیاء کی قیمت خرید = 12 اشیاء کی قیمت فروخت

15 اشیاء کی قیمت خرید = 12

اب نفع = قیمت فروخت - قیمت خرید

نفع = 15 - 12 = 3 روپے

$$\text{نفع}\% = \left(\frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\right)\% = \left(\frac{3}{12}\times100\right)\%$$

$$= \left(\frac{1}{4}\times100\right) = 25\% \text{ روپے}$$

6. قیمت خرید کا $\frac{1}{6}$ نفع حاصل کرنے کے لیے اگر ایک پنکھے کو 1470 روپے میں فروخت کیا جاتا ہے تو پنکھے کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا، قیمت خرید = x

قیمت فروخت = 1470، نفع = $\frac{1}{6}x$

$\text{قیمت فروخت} = 1470 \,,\ \text{نفع} = \frac{1}{6}x$

اب

$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} + \text{نفع}$

$$1470 = \frac{x}{6} + x$$

$$1470 = \frac{7}{6}x$$

$$7x = 1470 \times 6$$

$$7x = 8820$$

$$x = \frac{8820}{7}$$

$\text{قیمت خرید} = x = 1260$ روپے

.7 ایک آدمی نے ایک الماری $7\frac{1}{2}$ فی صد نفع پر فروخت کی۔ اگر وہ اسے 209 روپے میں فروخت کرتا تو اسے 2 فی صد نقصان ہوتا۔ آدمی نے اسے کتنے میں خریدا؟

حل: فرض کیا

$\text{قیمت خرید} = x$ روپے

$\text{قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 - \text{نقصان}\%}{100}\right)$

$$209 = x\left(\frac{100-2}{100}\right) = \frac{98x}{100}$$

$$\frac{100}{98} \times 209 = x$$

$$213 = x$$

یا $x = 213$ روپے

.8 تین کرسیاں 450 روپے فی کرسی کے حساب سے خریدی گئیں۔ ان میں سے ایک 10 فی صد نقصان پر فروخت کر دی گئی۔ باقی دو کرسیوں کو کس قیمت پر فروخت کیا جائے کہ کل فروخت پر نفع 20 فی صد حاصل ہو؟

حل:

$\text{قیمت خرید فی کرسی} = 450$ روپے

$\text{ایک کرسی پر نقصان} = 10\%$

$\text{ایک کرسی کی قیمت فروخت} = \text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 - \text{نقصان}\%}{100}\right)$

$= 450 \times \left(\frac{100-10}{100}\right) = 450\left(\frac{90}{100}\right) = 45 \times 9 = 405$ روپے

$\text{3 کرسیوں کی قیمت خرید} = 450 \times 3 = 1350$ روپے

$\text{مطلوبہ نفع} = 20\%$

$\text{قیمت فروخت} = 1350 \times \left(\frac{100+20}{100}\right) = 1350 \times \frac{120}{100} = 1620$ روپے

$\text{2 کرسیوں کی قیمت فروخت} = 1620 - 405 = 1215$ روپے

Discount چھوٹ

خریدار کو فروخت کنندہ کی طرف سے اشیاء پر درج قیمت سے کم وصول کرنے کو قیمت میں چھوٹ (Discount) کہتے ہیں۔

اشیاء پر درج قیمت اور فہرست میں درج قیمت Marked Price (MP) and List Price

چٹ پر درج ہوئی قیمت یا اشیاء کے گرد لپٹے ہوئے کاغذ پر درج قیمت کو درج شدہ قیمت (Marked Price) کہتے ہیں۔ وہ قیمت جو اشیاء بنانے والے نے تاجر کو دی گئی فہرست میں درج کی ہوتی ہے وہ فہرست میں درج قیمت (List Price) کہلاتی ہے۔

چھوٹ = چٹ پر درج قیمت یا قیمت فہرست × چھوٹ %

چھوٹ = چٹ پر درج قیمت − قیمت فروخت

چھوٹ = قیمت فہرست − قیمت فروخت

چھوٹ سے متعلق کلیات Relations Regarding Discount

چھوٹ = چٹ پر درج قیمت − قیمت فروخت

قیمت فروخت = چٹ پر درج قیمت − چھوٹ

$$\text{چھوٹ فی صد} = \frac{\text{چھوٹ}}{\text{چٹ پر درج قیمت}} \times 100$$

$$\text{قیمت فروخت} = \text{چٹ پر درج قیمت} \times \frac{100 - \text{چھوٹ فی صد}}{100}$$

$$\text{چٹ پر درج قیمت} = \frac{\text{قیمت فروخت} \times 100}{100 - \text{چھوٹ فی صد}}$$

حل مشق 3.2

1. قیمت فروخت معلوم کیجیے جبکہ:

(i) درج شدہ قیمت = 728 روپے ، چھوٹ = 6%

حل:

درج شدہ قیمت = 728 روپے، چھوٹ = 6%، قیمت فروخت = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت فروخت} = \text{درج شدہ قیمت} \times \left(\frac{100 - \text{چھوٹ فی صد}}{100}\right)$$

$$= 728 \times \left(\frac{100-6}{100}\right) = 728 \times \frac{94}{100} = 684.32 \text{ روپے}$$

(ii) درج شدہ قیمت = 2760 روپے ، چھوٹ = 5%

حل:

درج شدہ قیمت = 2760 روپے، چھوٹ = 5%، قیمت فروخت = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت فروخت} = \text{درج شدہ قیمت} \times \left(\frac{100 - \text{چھوٹ فی صد}}{100}\right)$$

$$= 2760 \times \left(\frac{100-5}{100}\right) = 2760 \times \frac{95}{100} = 2622 \text{ روپے}$$

(iii) درج شدہ قیمت = 395.75 روپے چھوٹ = 8%

حل: درج شدہ قیمت = 395.75 روپے، چھوٹ = 8%، قیمت فروخت = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{قیمت فروخت} = \text{درج شدہ قیمت} \times \left(\frac{100 - \text{چھوٹ فی صد}}{100}\right)$$

$$= 395.75 \times \left(\frac{100-8}{100}\right) = 395.75 \times \frac{92}{100} = 364.09 \text{ روپے}$$

2. درج شدہ قیمت معلوم کیجیے جبکہ:

(i) قیمت فروخت = 515.20 روپے، چھوٹ = 8%

حل: قیمت فروخت = 515.20 روپے، چھوٹ = 8%، درج شدہ قیمت = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{درج شدہ قیمت} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{چھوٹ فی صد}} = \frac{100 \times 515.20}{100-8} = \frac{51520}{92} = 560 \text{ روپے}$$

(ii) قیمت فروخت = 858 روپے، چھوٹ = 12%

حل: قیمت فروخت = 858 روپے، چھوٹ = 12%، درج شدہ قیمت = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{درج شدہ قیمت} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{چھوٹ فی صد}} = \frac{100 \times 858}{100-12} = \frac{85800}{88} = 975 \text{ روپے}$$

(iii) قیمت فروخت = 2400 روپے، چھوٹ = 4%

حل: قیمت فروخت = 2400 روپے، چھوٹ = 4%، درج شدہ قیمت = ?

ہم جانتے ہیں کہ:

$$\text{درج شدہ قیمت} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{چھوٹ فی صد}} = \frac{100 \times 2400}{100-4} = \frac{240000}{96} = 2500 \text{ روپے}$$

3. ایک چھت والے پنکھے پر درج قیمت 720 روپے ہے۔ اس کو 684 روپے میں فروخت کر دیا جاتا ہے۔ پنکھے کی قیمت فروخت پر کتنے فی صد چھوٹ کی اجازت دی گئی؟

حل: درج شدہ قیمت = 720 روپے، قیمت فروخت = 684، چھوٹ % = ?

چھوٹ = درج شدہ قیمت − قیمت فروخت = 720 روپے − 684 روپے = 36

$$\text{چھوٹ}\% = \frac{\text{چھوٹ}}{\text{درج شدہ قیمت}} \times 100 = \frac{36}{720} \times 100 = 5\%$$

4. ایک کپڑے دھونے والی مشین پر درج قیمت 3640 روپے ہے اس کو 3367 روپے میں فروخت کر دیا جاتا ہے۔ مشین کی قیمت فروخت پر چھوٹ کتنے فی صد ہے؟

حل: درج شدہ قیمت = 3640 روپے، قیمت فروخت = 3367، چھوٹ % = ?

چھوٹ = درج شدہ قیمت − قیمت فروخت = 3640 روپے − 3367 روپے = 273 روپے

$$\text{چھوٹ \%} = \frac{\text{چھوٹ}}{\text{درج شدہ قیمت}}\times 100 = \frac{273}{3640}\times 100 = 7.5\%$$

5. ایک کتاب پر درج شدہ قیمت 480 روپے ہے۔ دوکاندار اس پر 10 فی صد چھوٹ دینے کے باوجود 8 فی صد نفع حاصل کرتا ہے کتاب کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔

حل: درج شدہ قیمت = 480، چھوٹ = 10% × درج شدہ قیمت = $\frac{10}{100}\times 480 = 48$ روپے

قیمت فروخت = درج شدہ قیمت − چھوٹ = 480 − 48 = 432

نفع = 8%

$$\text{قیمت خرید} = \frac{100\times \text{قیمت فروخت}}{100-\text{نفع}} = \frac{100\times 432}{100+8} = \frac{43200}{108} = 400 \text{ روپے}$$

6. ایک دوکاندار اشیاء پر ایسی قیمت درج کرتا ہے کہ 10 فی صد چھوٹ کے باوجود اسے 15 فی صد نفع حاصل ہوتا ہے۔ اگر ایک چیز پر قیمت خرید 720 روپے ہو تو اس پر درج شدہ قیمت معلوم کیجیے۔

حل: قیمت خرید = 720، درج شدہ قیمت =?، چھوٹ = 10% × درج شدہ قیمت = 0.10 درج شدہ قیمت

قیمت فروخت = درج شدہ قیمت − چھوٹ = درج شدہ قیمت − 0.10 درج شدہ قیمت

= (1 − 0.10) درج شدہ قیمت = 0.90 درج شدہ قیمت

نفع % = 15%

$$\text{قیمت خرید} = \frac{100\times \text{قیمت فروخت}}{100-\text{نفع}} \Rightarrow 720 = \frac{100\times 0.90(\text{درج شدہ قیمت})}{100+15}$$

$$\Rightarrow 720 = \frac{90(\text{درج شدہ قیمت})}{115} \Rightarrow 90 \text{ درج شدہ قیمت} = 720\times 115$$

$$\text{درج شدہ قیمت} = \frac{720\times 115}{90} \Rightarrow \text{درج شدہ قیمت} = 920 \text{ روپے}$$

7. فہرست میں درج ایک ٹیلی ویژن کی قیمت 12600 روپے ہے۔ اس پر 5 فی چھوٹ کی اجازت ہے مزید نقد رقم کی ادائیگی پر دوسری مرتبہ 2 فی صد چھوٹ کی اجازت ہے۔ اسے خریدنے کے لیے کتنی نقد رقم کی ضرورت ہے؟

حل: درج شدہ قیمت = 12600 روپے

چھوٹ = 5% × درج شدہ قیمت = 5% × 12600 = $\frac{5}{100}\times 12600 = 630$ روپے

قیمت فروخت = درج شدہ قیمت − چھوٹ

= 12600 روپے − 630 روپے = 11970 روپے

کیش حکمت پر سپیشل چھوٹ

چھوٹ = $2\% \times$ قیمت فروخت $= 2\% \times 11970 =$ روپے

$= \frac{2}{100} \times 11970 = 239.40$ روپے

قیمت خرید = قیمت فروخت - چھوٹ

$= 11970 - 239.40 = 11730.60$ روپے

8. اگر ایک ہیٹر پر درج قیمت پر 15 فی صد چھوٹ کی اجازت ہو جبکہ ابھی بھی 2 فی صد نفع ہو تو نفع فی صد کیا ہوگا؟ اگر اسے درج شدہ قیمت پر بیچا جائے۔

حل: فرض کیا،

ہیٹر پر درج قیمت = 100 روپے

چھوٹ = $\frac{15}{100} \times 100 = 15$ روپے

قیمت فروخت $= 100 - 15 = 85$ روپے

85 روپے قیمت فروخت میں نفع کی شرح $= 2\%$

اگر قیمت خرید x ہو تو،

$x + 0.02x = 85$

$1.02x = 85$

$x = \frac{85}{1.02}$

قیمت خرید $= x = 83.33$

اگر ہیٹر کو درج قیمت پر فروخت کیا جائے تو

نفع $= 100 - 83.33 = 16.67$

نفع % $= \left(\frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\right)\%$

$= \frac{16.67}{83.33} \times 100$

نفع % $= 20\%$

Business Partnership کاروباری شراکت

دو یا دو سے زیادہ اشخاص کے مل کر نفع کی غرض سے ایک کاروبار کو چلانے کو شراکت داری کہتے ہیں۔

شراکت داری کی اقسام:

شراکت داری کو دو اقسام میں تقسیم کیا جاتا ہے۔

(i) سادہ کاروباری شراکت (ii) مرکب کاروباری شراکت

(i) سادہ کاروباری شراکت

جب شراکت داروں کا سرمایہ یکساں مدت کے لیے لگایا جائے تو اس کو سادہ کاروباری شراکت کہتے ہیں۔ ان معاملات میں نفع یا نقصان کو ہر شراکت دار کی کاروبار میں لگائی گئی رقم کے لحاظ سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

(ii) مرکب کاروباری شراکت

جب شراکت داروں کا سرمایہ جو کہ برابر یا نابرابر ہو کو مختلف مدت کے لیے لگایا جائے تو شراکت کو مرکب شراکت کہتے ہیں۔ ان معاملات میں نفع یا نقصان کو سرمایہ اور سرمایہ کی مدت پیداوار کے حاصل ضرب کے لحاظ سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

حل مشق 3.3

.1 تین اشخاص میں 2,00,000 روپے نفع کو تقسیم کیجیے اگر ان کے حصوں میں نسبت 3:2:5 ہو۔

حل:

کمایا گیا منافع $= 2,00,000$ روپے

دی گئی نسبتیں $= 3:2:5$

نسبتی مجموعہ $= 3+2+5 = 10$

پہلے شخص نے جتنا نفع کمایا $= 2,00,000 \times \frac{3}{10} = 60,000$ روپے

دوسرے شخص نے جتنا نفع کمایا $= 2,00,000 \times \frac{2}{10} = 40,000$ روپے

تیسرے شخص نے جتنا نفع کمایا $= 2,00,000 \times \frac{5}{10} = 1,00,000$ روپے

.2 اگر علی، دانیال اور عبداللہ 7,50,000 روپے کی سرمایہ کاری پر 15 فی صد نفع حاصل کرتے ہوں تو نفع میں ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے اگر ان کے حصوں میں نسبت 2:3:5 ہو۔

حل:

کل سرمایہ $= 7,50,000$ روپے

کمایا گیا منافع $= 15\%$

نفع کی رقم $= 7,50,000 \times 15\%$

$= 7,50,000 \times \frac{15}{100} = 1,12,500$ روپے

دی گئی نسبتیں $= 2:3:5$

نسبتی مجموعہ $= 2+3+5 = 10$

نفع میں علی کا حصہ $= 1,12,500 \times \frac{2}{10} = 22,500$ روپے

نفع میں دانیال کا حصہ $= 1,12,500 \times \frac{3}{10} = 33,750$ روپے

نفع میں عبداللہ کا حصہ $= 1,12,500 \times \frac{5}{10} = 56,250$ روپے

.3 تین اشخاص میں 720 روپے نفع کی رقم تقسیم کیجیے اگر ان کی حصوں میں نسبت 3:4:5 ہو۔

حل:

منافع $= 720$ روپے

دی گئی نسبتیں $= 3:4:5$

نسبتی مجموعہ $= 3+4+5 = 12$

پہلے شخص نے جتنا نفع کمایا $= 720 \times \frac{3}{12} = 180$ روپے

دوسرے شخص نے جتنا نفع کمایا $= 720 \times \frac{4}{12} = 240$ روپے

تیسرے شخص نے جتنا نفع کمایا $= 720 \times \frac{5}{12} = 300$ روپے

.4 تین اشخاص نے ایک کاروبار میں 30,00,000 روپے کی سرمایہ کاری 2:3:7 کی نسبت سے کی۔ انھوں نے 6,00,000 روپے نفع حاصل کیا۔ اگر وہ اپنا کاروبار ختم کرنے میں دلچسپی رکھتے ہوں تو ہر حصہ دار کے حصہ میں کتنی رقم آئے گی۔

حل:

کل سرمایہ کاری $= 3,000,000$ روپے

کمایا گیا منافع $= 6,00,000$ روپے

دی گئی نسبتیں $= 2:3:7$

نسبتی مجموعہ $= 2+3+7 = 12$

پہلے شخص نے جتنا نفع کمایا $= 6,00,000 \times \frac{2}{12} = 1,00,000$ روپے

دوسرے شخص نے جتنا نفع کمایا $= 6,00,000 \times \frac{3}{12} = 1,50,000$ روپے

تیسرے شخص نے جتنا نفع کمایا $= 6,00,000 \times \frac{7}{12} = 3,50,000$ روپے

پہلے شخص نے جتنی سرمایہ کاری کی $= 3,000,000 \times \frac{2}{12} = 500,000$ روپے

دوسرے شخص نے جتنی سرمایہ کاری کی $= 3,000,000 \times \frac{3}{12} = 750,000$ روپے

تیسرے شخص نے جتنی سرمایہ کاری کی $= 3,000,000 \times \frac{7}{12} = 1,750,000$ روپے

پہلے شخص کے حصہ میں جتنی رقم آئی $= 500,000 + 100,000 = 600,000$ روپے

دوسرے شخص کے حصہ میں جتنی رقم آئی $= 750,000 + 150,000 = 900,000$ روپے

تیسرے شخص کے حصہ میں جتنی رقم آئی $= 1,750,000 + 350,000 = 2,100,000$ روپے

.5 ایک فرم کے تین اشخاص 67,200 روپے نفع کو آپس میں 2:3:7 کی نسبت میں تقسیم کرتے ہیں۔ نفع میں سب سے بڑا حصہ کیا ہوگا؟

حل:

کل نفع $= 67,200$ روپے

دی گئی نسبتیں $= 2:3:7$

نسبتی مجموعہ $= 2 + 3 + 7 = 12$

پہلے شخص نے جتنا منافع کمایا $= 67,200 \times \frac{2}{12} = 11,200$ روپے

دوسرے شخص نے جتنا منافع کمایا $= 67,200 \times \frac{3}{12} = 16,800$ روپے

تیسرے شخص نے جتنا منافع کمایا $= 67,200 \times \frac{7}{12} = 39,200$ روپے

نفع میں سب سے بڑا حصہ 39,200 روپے ہوگا۔

.6 تین اشخاص A، B اور C میں ایک رقم 10:7:5 کی نسبت میں تقسیم کی جاتی ہے۔ اگر B کو C کی نسبت 14 روپے اضافی ملتے ہوں تو A کو کتنے روپے ملیں گے اور رقم مجموعی طور پر کتنی ہوگی؟

حل: فرض کریں

$$\text{A کو ملنے والی رقم} = x$$
$$\text{C کو ملنے والی رقم} = y$$
$$\text{B کو ملنے والی رقم} = y + 14$$
$$\text{C کا حصہ} = y$$
$$\text{A، B اور C کو ملنے والی رقموں میں نسبت} = 10:7:5$$
$$10:5 = x:y$$
$$\frac{10}{5} = \frac{x}{y}$$
$$x = \frac{10}{5}y \quad \text{(1)}$$

اور

$$y : y+14 = 5:7$$
$$\frac{5}{7} = \frac{y}{y+14}$$
$$5y + 70 = 7y$$
$$5y + 70 = 7y$$
$$70 = 7y - 5y$$
$$70 = 2y$$
$$70 = 2y$$
$$\boxed{35 = y}$$

y کی قیمت مساوات (1) میں درج کرنے سے $x = \frac{10}{5_1} \times 35_7 = x = 70$

کل رقم $= x + y + y + 14 = 70 + 35 + 49 = 154$

پس، A کو ملنے والی رقم 70 روپے ہوگی اور کل رقم 154 روپے ہوگی

حل جائزہ مشق 3

.1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) نفع حاصل کیا جاتا ہے اگر:

(a) قیمت خرید = قیمت فروخت
(b) قیمت خرید > قیمت فروخت
(c) قیمت خرید < قیمت فروخت
(d) ان میں سے کوئی بھی نہیں

(ii) نقصان ہوتا ہے اگر:

(a) قیمت خرید = قیمت فروخت
(b) قیمت خرید < قیمت فروخت
(c) قیمت خرید > قیمت فروخت
(d) چیٹ پر درج قیمت = قیمت فروخت

(iii) نفع % معلوم کیجیے اگر قیمت خرید < قیمت فروخت ہو تو:

(a) $\frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}}$
(b) $\frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$

(c) $\frac{\text{نفع} \times \text{قیمت خرید}}{100}$ (d) $\frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 + \text{نفع فی صد}}$

(iv) قیمت فروخت معلوم کیجیے اگر قیمت فروخت > قیمت خرید سے ہو تو:

(a) قیمت خرید − نفع (b) $\text{قیمت خرید} \times \left(\frac{100 + \text{نفع فی صد}}{100}\right)$

(c) نقصان − قیمت خرید (d) $\frac{\text{نفع فی صد} + \text{قیمت فروخت}}{100}$

(v) ? = قیمت خرید:

(a) $\frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 + \text{نفع فی صد}}$ (b) قیمت فروخت − نقصان

(c) چھوٹ + چٹ پر درج قیمت (d) $\frac{100 \times \text{چھوٹ}}{\text{چٹ پر درج قیمت}}$

جوابات: c (i) c (ii) b (iii) b (iv) a (v)

2. خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) اگر ایک چیز ایک قیمت پر خریدی جائے تو اسے ________ کہتے ہیں۔

(ii) وہ قیمت جس پر ایک چیز فروخت کی جائے اسے ________ کہتے ہیں۔

(iii) جب، قیمت خرید < قیمت فروخت تو، ______ − قیمت فروخت = قیمت خرید

(iv) جب، قیمت خرید > قیمت فروخت تو ________ = %نقصان

(v) $\frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{?}$ = کسی چیز پر درج قیمت ________

جوابات:

(i) قیمت خرید (ii) قیمت فروخت (iii) نفع (iv) $100 \times \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}}$ (v) چھوٹ فی صد−100

3. ایک دوکاندار ایک کپڑے دھونے والی مشین کو 12000 روپے میں فروخت کر کے 8 فی صد نفع حاصل کرتا ہے۔ اگر وہ اُسے 10,500 روپے میں فروخت کرے تو اس کا % نقصان معلوم کیجیے۔

حل: قیمت فروخت = 12000 روپے , نفع = 8%

$$\text{قیمت خرید} = \frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 + \text{نفع}\%} = \frac{100 \times 12000}{100+8} = \frac{1200000}{108} = 11111 \text{ روپے}$$

اگر دوکاندار اسے 10,500 میں فروخت کرے تو:

نقصان = قیمت فروخت − قیمت خرید

نقصان = $11111 - 10500 = 611$

%نقصان = $100 \times \frac{611}{11111} = 5.5\%$

4. اگر ٹیلی ویژن پر درج قیمت پر چھوٹ 10 فی صد ہو تو پھر بھی نفع 5 فی صد ہوتا ہے اگر ٹیلی ویژن کو درج قیمت پر فروخت کیا جائے تو نفع فی صد کیا ہوگا؟

حل: فرض کیا درج قیمت = 100 روپے

چھوٹ = 10% × درج قیمت = $\frac{10}{100}\times 100 = 10$ روپے

قیمت فروخت = درج قیمت - چھوٹ

= $100 - 10 = 90$ روپے

نفع = 5%

قیمت خرید = $\frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 + \%\text{نفع}} = \frac{100\times 90}{100+5} = 85.72$ روپے

اگر ٹیلی ویژن کو درج قیمت پر فروخت کیا جائے تو

نفع = قیمت خرید - قیمت فروخت

نفع = $100 - 85.72$

نفع = 14.28

%نفع = $\frac{14.28}{85.72}\times 100$

%نفع = 16.66%

.5 ایک کاروبار میں 33,000 روپے نفع کو تین اشخاص میں تقسیم کیجیے جبکہ ان کے حصوں میں نسبت 3:5:3 ہو

حل:

کل منافع = 33,000 روپے

نسبت = 3 : 5 : 3

نسبتی مجموعہ = $3 + 5 + 3 = 11$

پہلے شخص نے جتنا منافع حاصل کیا = $\frac{3}{11}\times 33,000 = 9,000$ روپے

دوسرے شخص نے جتنا منافع حاصل کیا = $\frac{5}{11}\times 33,000 = 15,000$ روپے

تیسرے شخص نے جتنا منافع حاصل کیا = $\frac{3}{11}\times 33,000 = 9,000$ روپے

.6 کسی فرم کے تین اشخاص نفع کی رقم 1,44,000 روپے آپس میں 3:4:5 کی نسبت میں تقسیم کرتے ہیں۔ بتائیے:

(i) نفع میں سب سے بڑی رقم کیا ہوگی؟ (ii) نفع میں سب سے کم رقم کیا ہوگی؟

حل:

کل منافع = 1,44,000 روپے

نسبت = 3 : 4 : 5

نسبتی مجموعہ = $3 + 4 + 5 = 12$

پہلے شخص نے جتنا منافع حاصل کیا = $\frac{3}{12}\times 1,44,000 = 36,000$ روپے

دوسرے شخص نے جتنا منافع حاصل کیا = $\frac{4}{12}\times 1,44,000 = 48,000$ روپے

تیسرے شخص نے جتنا منافع حاصل کیا = $\frac{5}{12}\times 1,44,000 = 60,000$ روپے

(i) نفع میں سب سے بڑی رقم = 60,000 روپے

(ii) نفع میں سب سے چھوٹی رقم = 36,000 روپے

خلاصہ

☆ وہ قیمت جس پر کوئی چیز خریدی جائے قیمت خرید کہلاتی ہے۔
☆ وہ قیمت جس پر ایک چیز فروخت کی جائے قیمت فروخت کہلاتی ہے۔
☆ اگر کسی چیز کی قیمت فروخت اس کی قیمت خرید سے زیادہ ہو تو ان دونوں قیمتوں کے فرق کو نفع کہتے ہیں۔
☆ اگر کسی چیز کی قیمت فروخت اس کی قیمت خرید سے کم ہو تو ان دونوں قیمتوں کے فرق کو نقصان کہتے ہیں۔
☆ بعض اوقات کسی چیز کی قیمت فروخت پر رعایت دی جاتی ہے اس رعایت کو چھوٹ (discount) کہتے ہیں۔
☆ کسی دوکان میں رکھی ہوئی ہر چیز پر درج قیمت کو Marked Price کہتے ہیں اور اسے MP سے ظاہر کرتے ہیں۔

معروضی سوالات

✿ درست جواب پر (✓) کا نشان لگائیں۔

-1 وہ قیمت جس پر ایک دوکاندار کوئی چیز خریدتا ہے اسے کہتے ہیں۔
(a) قیمت فروخت (b) قیمت خرید (c) نفع (d) نقصان

-2 قیمت خرید ۔ قیمت فروخت برابر ہے۔
(a) نقصان (b) رعائیت (c) نفع (d) درج شدہ قیمت

-3 قیمت خرید + نفع برابر ہے۔
(a) قیمت فروخت (b) نقصان (c) درج شدہ قیمت (d) رعائیت

-4 ایک بائیسکل 3450 روپے میں خریدا گیا اور 3850 روپے میں فروخت ہوا۔ نفع معلوم کریں۔
(a) 100 روپے (b) 200 روپے (c) 300 روپے (d) 400 روپے

-5 ایک تاجر ایک کرسی کو 1700 روپے میں فروخت کرتا ہے۔ اسکی قیمت خرید 2250 روپے ہے۔ نقصان معلوم کریں۔
(a) 550 روپے (b) 450 روپے (c) 350 روپے (d) 250 روپے

-6 اگر ایک ٹیلی ویژن 6590 روپے میں خرید کر 6850 روپے میں فروخت کیا گیا ہو تو نفع معلوم کریں۔
(a) 160 روپے (b) 260 روپے (c) 360 روپے (d) 460 روپے

-7 ایک کتاب کی قیمت خرید 10 روپے اور نفع 1 روپیہ ہے۔ اس کا نفع فی صد معلوم کریں۔
(a) 1 فی صد (b) 5 فی صد (c) 10 فی صد (d) 20 فی صد

-8 20 بالٹیوں کی قیمت خرید 80 روپے اور نفع 20 روپے ہے۔ نفع فی صد معلوم کریں۔
(a) 10 فی صد (b) 15 فی صد (c) 20 فی صد (d) 25 فی صد

-9 ایک کرسی 30 فی صد منافع پر 650 روپے میں بیچ دی گئی۔ میز کی قیمت خرید معلوم کریں۔
(a) 50 روپے (b) 500 روپے (c) 5000 روپے (d) 5500 روپے

-10 $\frac{7x}{6} = 2100$ ہو تو x کی قیمت معلوم کریں۔
(a) 1800 (b) 180 (c) 1080 (d) 18

-11 ایک دوکاندار نے 40 روپے فی گیند کے حساب سے 80 گیند خریدے۔ گیندوں کی قیمت خرید معلوم کریں۔

(a) 320 روپے (b) 3200 روپے (c) 302 روپے (d) 3020 روپے

-12 کسی شے کی قیمت خرید 1800 روپے ہو اور نفع 300 روپے ہو تو نفع فی صد معلوم کریں۔

(a) 14.44 % (b) 15.55 % (c) 16.66 % (d) 17.77 %

-13 اگر کسی چیز کی قیمت فروخت اس کی قیمت خرید سے کم ہو تو کیا ہوگا۔

(a) نقصان (b) نقصان فی صد (c) نفع (d) نفع فی صد

-14 نقصان - قیمت خرید برابر ہے۔

(a) رعایت (b) نفع (c) درج شدہ قیمت (d) قیمت فروخت

-15 $100 \times \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}}$ برابر ہے۔

(a) نفع فی صد (b) نقصان فی صد (c) قیمت فروخت (d) قیمت خرید

-16 دانیال ایک روپیہ کی 6 ٹافیاں خرید کر 8 ٹافیاں فروخت کرتا ہے۔ نقصان معلوم کریں۔

(a) 33 فیصد (b) 25 فیصد (c) 30 فیصد (d) $33\frac{1}{3}$ فیصد

-17 $1020 \times \frac{100}{80}$ کو مختصر کر کے قیمت خرید معلوم کریں۔

(a) 975 روپے (b) 1075 روپے (c) 1175 روپے (d) 1275 روپے

-18 ایک کتاب کی قیمت خرید 575 روپے اور نقصان 255 روپے ہو تو نقصان فی صد معلوم کریں۔

(a) 15.43 % (b) 25.75 % (c) 44.34 % (d) 57.25 %

-19 قیمت فروخت - قیمت فہرست برابر ہے۔

(a) قیمت خرید (b) چھوٹ (c) نفع (d) نقصان

-20 چھوٹ - درج شدہ قیمت برابر ہے۔

(a) قیمت فروخت (b) قیمت خرید (c) نفع (d) نقصان

-21 $\frac{\text{قیمت فروخت} \times 100}{100 - \text{چھوٹ فی صد}}$ برابر ہے۔

(a) قیمت خرید (b) نقصان (c) چھوٹ (d) درج شدہ قیمت

-22 وہ قیمت جو تاجر کو دی گئی فہرست میں درج کی جاتی ہے وہ کہلاتی ہے۔

(a) درج شدہ قیمت (b) قیمت فروخت (c) رعایت (d) چھوٹ

-23 ایک کھلونے پر درج قیمت 750 روپے ہے اور 2 فی صد چھوٹ ہے چھوٹ روپوں میں معلوم کریں۔

(a) 5 روپے (b) 10 روپے (c) 15 روپے (d) 20 روپے

-24 120 کا 10 فی صد معلوم کریں۔

(a) 10 (b) 12 (c) 102 (d) 120

-25 100 روپے کا 19 فی صد معلوم کریں۔

(a) 90 روپے (b) 91 روپے (c) 10 روپے (d) 19 روپے

-26 ایک ڈنرسیٹ کی درج قیمت 8450 روپے ہو اور 10 فی صد چھوٹ ہو تو چھوٹ روپوں میں معلوم کریں۔

(a) 845 روپے (b) 450 روپے (c) 410 روپے (d) 810 روپے

-27 دو یا دو سے زیادہ اشخاص کے مل کر نفع کی غرض سے کاروبار چلانے کو کہتے ہیں۔

(a) سرمایہ کاری (b) شراکت داری (c) بنک کاری (d) نفع بخش کاروبار

-28 شراکت کی اقسام ہیں۔

(a) دو (b) تین (c) چار (d) پانچ

-29 مرکب شراکت میں نفع یا نقصان کو سرمایہ اور سرمایہ کی مدت پیداوار کے حاصل ضرب کے لحاظ سے کیا جاتا ہے۔

(a) جمع (b) تقسیم (c) تفریق (d) ضرب

-30 $4 : 7 : 14$ کا نسبتی مجموعہ معلوم کریں۔

(a) 14 (b) 11 (c) 25 (d) 21

-31 $x = \frac{4}{25} \times 2,50,000$ میں x کی قیمت معلوم کریں۔

(a) 25,000 روپے (b) 42,500 روپے (c) 40,000 روپے (d) 45,000 روپے

-32 $x : y : z = 15 : 10 : 6$ کا نسبتی مجموعہ معلوم کریں۔

(a) 1506 (b) 106 (c) 16 (d) 31

-33 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ نسبت کو لکھا جا سکتا ہے۔

(a) 3 : 2 (b) 2 : 3 (c) 1 : 3 (d) 2 : 1

-34 عالیہ نے ایک سال میں 200 روپے مہینے کے حساب سے ایک کاروبار میں رقم لگائی۔ اُس کی ایک سال میں کل رقم ہوگی۔

(a) 1200 روپے (b) 2400 روپے (c) 3000 روپے (d) 3600 روپے

-35 3,00,000: 5,00,000 کی مختصر ترین شکل ہے۔

(a) 3,000 : 5, 000 (b) 300 : 500 (c) 30 : 50 (d) 3 : 5

-36 اگر $3 \times \frac{2,20,000}{8}$ = عمر کا حصہ ہو تو اسے کتنے روپے ملیں گے؟

(a) 22,030 روپے (b) 27,500 روپے (c) 82,500 روپے (d) 83,200 روپے

-37 $3 : 4 : 5$ کا نسبتی مجموعہ بتائیں۔

(a) 12 (b) 34 (c) 45 (d) 53

-38 کسی چیز پر درج قیمت کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) PM سے (b) MP سے (c) PDM سے (d) MPD سے

-39 اگر قیمت خرید < قیمت فروخت ہو تو ہوتا ہے۔

(a) نفع (b) نقصان (c) چھوٹ (d) نقصان فی صد

-40 وہ قیمت جس پر کوئی چیز فروخت کی جائے اُسے کہتے ہیں۔

(a) قیمت خرید (b) قیمت فروخت (c) درج شدہ قیمت (d) نفع

جوابات:

-1 قیمت خرید	-2 نفع	-3 قیمت فروخت	-4 400 روپے
-5 550 روپے	-6 260 روپے	-7 10 فی صد	-8 25 فی صد

9- 500روپے	10- 1800روپے	11- 3200روپے	12- 16.66 %
13- نقصان	14- قیمت فروخت	15- نقصان فی صد	16- 25فیصد
17- 1275روپے	18- 44.34 %	19- چھوٹ	20- قیمت فروخت
21- درج شدہ قیمت	22- درج شدہ قیمت	23- 15روپے	24- 12
25- 19روپے	26- 845روپے	27- شراکت داری	28- دو
29- تقسیم	30- 25	31- 40,000روپے	32- 31
33- 3 : 2	34- 2400روپے	35- 3 : 5	36- 82,500روپے
37- 12	38- MP سے	39- نفع	40- قیمت فروخت

❁ **مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔**

1- قیمت خرید سے کیا مراد ہے؟

جواب: وہ قیمت جس پر کوئی چیز خریدی جائے اُسے قیمت خرید کہتے ہیں۔

2- قیمت فروخت سے کیا مراد ہے؟

جواب: وہ قیمت جس پر کوئی چیز فروخت کی جائے اُسے قیمت فروخت کہتے ہیں۔

3- نفع کسے کہتے ہیں؟

جواب: اگر کسی چیز کی قیمت فروخت اسکی قیمت خرید سے زیادہ ہو تو نفع حاصل ہوتا ہے۔

4- نفع معلوم کرنے کا کلیہ تحریر کریں۔

جواب: نفع درج ذیل کلیے کے ذریعے معلوم کیا جاسکتا ہے: قیمت خرید - قیمت فروخت = نفع

5- قیمت فروخت کیسے معلوم کی جاسکتی ہے؟

جواب: قیمت خرید + نفع = قیمت فروخت

6- ایک سائیکل کی قیمت خرید 3450روپے ہو اور نفع 400روپے ہو تو نفع فی صد معلوم کریں۔

جواب: حل

قیمت خرید = 3450 روپے

نفع = 400 روپے

$$\text{نفع فی صد} = \left[\frac{100 \times \text{نفع}}{\text{قیمت خرید}}\right]\%$$

$$= \left[\frac{100\times 400}{3450}\right]\%$$

$$= 11.59\,\% = 11.6\,\%$$

7- نقصان سے کیا مراد ہے؟

جواب: اگر کسی شے کی قیمت فروخت اس کی قیمت خرید سے کم ہو تو ہمیشہ نقصان ہوگا۔

-8 نقصان معلوم کرنے کا کلیہ تحریر کریں۔

حل: قیمت فروخت - قیمت خرید = نقصان

-9 نقصان فی صد کیسے معلوم کرتے ہیں؟

حل: $\frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$ = نقصان فی صد

-10 اگر قیمت خرید 1540 روپے ہو اور نقصان 5% ہو تو قیمت فروخت معلوم کریں۔

حل: قیمت خرید = 1540 روپے

نقصان = 5 %

قیمت فروخت = قیمت خرید × $\frac{100 - \text{نقصان فی صد}}{100}$

$= 1540 \times \left[\frac{100-5}{100}\right]$

$= 1540 \times \left[\frac{95}{100}\right] = 1463$ روپے

-11 اگر کسی چیز کی قیمت خرید 480 روپے ہو اور نفع 3% ہو تو قیمت فروخت معلوم کریں۔

حل: قیمت خرید = 480 روپے

نفع = 3%

قیمت فروخت = قیمت خرید × $\left[\frac{100 + \text{نفع فی صد}}{100}\right]$

قیمت فروخت $= 480 \times \left[\frac{100+3}{100}\right]$

$= 480 \times \frac{103}{100} = 494.40$ روپے

-12 قیمت خرید معلوم کریں جبکہ قیمت فروخت = 672 روپے، نفع = 5 %

حل: قیمت خرید = $\frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 + \text{نفع فی صد}}$

$= \frac{100 \times 672}{100+5} = \frac{67200}{105} = 640$ روپے

-13 کسی شے کی قیمت فروخت 2640 روپے ہو اور نقصان 12 فی صد ہو تو قیمت خرید معلوم کریں۔

حل: قیمت خرید = $\frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{نقصان فی صد}}$

$= \frac{100 \times 2640}{100-12} = \frac{264000}{88} = 3000$ روپے

14- چھوٹ (Discount) کسے کہتے ہیں؟

جواب: خریدار کو فروخت کنندہ کی طرف سے اشیاء پر درج قیمت سے کم وصول کرنے کو قیمت میں چھوٹ (Discount) کہتے ہیں۔

15- اشیاء پر درج قیمت اور فہرست میں درج قیمت میں کیا فرق ہے؟

جواب: چٹ پر درج ہوئی قیمت یا اشیاء کے گرد لپٹے ہوئے کاغذ پر درج قیمت کو درج شدہ قیمت کہتے ہیں اور تاجر کو دی گئی فہرست میں درج قیمتوں کو فہرست میں درج قیمت کہتے ہیں۔

16- چھوٹ معلوم کرنے کا کلیہ تحریر کریں۔

جواب: قیمت فروخت − چٹ پر درج قیمت = چھوٹ

17- چھوٹ فی صد معلوم کرنے کا کلیہ تحریر کریں۔

حل: چھوٹ فی صد = $\frac{\text{چھوٹ}}{\text{چٹ پر درج قیمت}} \times 100$

18- ایک کرسی پر درج قیمت 728 روپے ہے اور چھوٹ 6 فی صد ہے اس کی قیمت فروخت معلوم کریں۔

حل: قیمت فروخت = درج قیمت $\times \left[\frac{100 - \text{چھوٹ فی صد}}{100}\right]$

$= 728 \times \left[\frac{100-6}{100}\right]$

$= 728 \times \frac{94}{100} = 684.32$ روپے

19- اگر قیمت فروخت 515.20 روپے ہو اور چھوٹ 8 فی صد ہو تو درج قیمت معلوم کریں۔

حل: درج قیمت = $\frac{100 \times \text{قیمت فروخت}}{100 - \text{چھوٹ}}$

$= \frac{100 \times 515.20}{100-8} = \frac{51520}{92} = 560$ روپے

20- کپڑے دھونے کی مشین پر درج قیمت 3640 روپے ہے اس کی قیمت فروخت 3367 ہے۔ مشین کی قیمت پر چھوٹ معلوم کریں۔

حل: چھوٹ = درج قیمت - قیمت فروخت

$= 3640 - 3367 = 273$ روپے

21- ایک ٹیلی ویژن کی درج قیمت 12600 روپے ہے اور چھوٹ 630 روپے ہے۔ اس کی قیمت فروخت معلوم کریں۔

حل: قیمت فروخت = درج قیمت − چھوٹ

$= 12600 - 630 = 11970$ روپے

22- کاروباری شراکت کسے کہتے ہیں؟

جواب: دو یا دو سے زیادہ اشخاص کے مل کر نفع کی غرض سے ایک کاروبار کو چلانے کو شراکت داری کہتے ہیں۔

-23 شراکت داری کی کتنی اور کون سی اقسام ہیں؟

جواب: شراکت داری کی مندرجہ ذیل دو اقسام ہیں۔

(i) سادہ کاروباری شراکت (ii) مرکب کاروباری شراکت

-24 سادہ کاروباری شراکت سے کیا مراد ہے؟

جواب: جب شراکت داروں کا سرمایہ یکساں مدت کے لیے لگایا جائے تو اس کو سادہ کاروباری شراکت کہتے ہیں۔ ان معاملات میں نفع یا نقصان کو ہر شراکت دار کی کاروبار میں لگائی گئی رقم کے لحاظ سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

-25 مرکب کاروباری شراکت کسے کہتے ہیں؟

جواب: جب شراکت داروں کا سرمایہ جو کہ برابر یا نابرابر ہو کر مختلف مدت کے لیے لگایا جائے تو شراکت کو مرکب شراکت کہتے ہیں۔

-26 تین اشخاص میں 2,00,000 روپے کا منافع تقسیم کریں اگر ان کے حصوں میں نسبت 5 : 2 : 3 ہو۔

حل:

نسبتی مجموعہ $= 3 + 2 + 5 = 10$

پہلے شخص کا منافع $= 2,00,000 \times \frac{3}{10} = 60,000$ روپے

دوسرے شخص کا منافع $= 2,00,000 \times \frac{2}{10} = 40,000$ روپے

تیسرے شخص کا منافع $= 2,00,000 \times \frac{5}{10} = 1,00,000$ روپے

-27 7,50,000 روپے کے سرمایہ کا 15 فی صد منافع معلوم کریں۔

حل: نفع کی رقم $= 7,50,000 \times \frac{15}{100} = 1,12,500$ روپے

-28 دو اشخاص میں 720 روپے نفع کی رقم تقسیم کریں جبکہ ان کے حصوں کی نسبت 5 : 4 ہے۔

حل:

نسبتی مجموعہ $= 5 + 4 = 9$

پہلے شخص کا حصہ $= 720 \times \frac{4}{9} = 320$ روپے

دوسرے شخص کا حصہ $= 720 \times \frac{5}{9} = 400$ روپے

-29 7 : 3 : 2 دی گئی نسبتوں کا نسبتی مجموعہ معلوم کریں۔

حل:

دی گئی نسبتیں $= 2 : 3 : 7$

نسبتی مجموعہ $= 2 + 3 + 7 = 12$

-30 نفع فی صد معلوم کرنے کا کلیہ تحریر کریں۔

حل: نفع فی صد $= \left[\frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\right]\%$

❋❋❋

FINANCIAL MATHEMATICS

- کمرشل بینکنگ
- کرنسی کا تبادلہ
- منافع/مارک اپ
- انشورنس
- لیزنگ/فنانسنگ

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- کمرشل بینک ڈیپازٹ اور بینک اکاؤنٹس کی اقسام
- نیگوشی ایبل انسٹرومنٹس جیسا کہ چیک، ڈیمانڈ ڈرافٹ اور پے آڈر
- آن لائن بینکنگ، اے ٹی ایم کے ذریعے لین دین، ڈیبٹ اور کریڈٹ کارڈز
- ایک ملک کی دی گئی کرنسی کو کسی دوسرے ملک کی کرنسی میں تبدیل کیسے کرتے ہیں۔
  - منافع/مارک اپ
  - اصل زر
  - منافع/مارک اپ کی شرح
  - مدت
- کمرشل بینکنگ اور نیشنل سیونگ سکیم سے متعلق مسائل کا حل
- بیمہ کو اس کی سادہ شکل میں بیان کرنا
- بیمہ زندگی اور گاڑی کے متعلق
- بیمہ زندگی اور گاڑی سے متعلق حقیقی زندگی کے مسائل کو حل کرنا
  - لیزنگ/موٹر وہیکل کی فنانسنگ
  - اصل زر ڈاؤن پے منٹ
  - موٹر وہیکل انشورنس
  - پروسیسنگ کے اخراجات
  - ماہانہ اقساط میں واپس ادائیگی
- لیزنگ/مختلف شرائط کے تحت موٹر وہیکل کی فنانسنگ سے متعلق مسائل کو حل کرنا

Commercial Banking کمرشل بینکنگ

بینکنگ کا کاروبار جو رقم جمع کرنے، ایڈوانس قرضہ دینے اور اپنے گاہکوں کو اس کے علاوہ بھی خدمات دینے سے متعلق و کمرشل بینکنگ کہلاتا ہے۔ بینک لوگوں سے ان کی فالتو بچت کو حاصل کرتا ہے اور انہیں مختلف اکاؤنٹس کی شکل میں اپنی تحویل میں رکھتا ہے۔

بینک میں جمع رقوم اور اکاؤنٹس کی اقسام *Bank Deposit and Types of Accounts*

امانتیں اور اضافی فنڈز کو بینک کی تحویل میں رکھنے کے لیے بینک میں تین قسم کے اکاؤنٹس ہوتے ہیں۔ان کی وضاحت درج ذیل ہے۔

1. **کرنٹ اکاؤنٹ:** اونچے درجے کی انتقال پذیری کی وجہ سے بہت زیادہ مقبول ہے۔
2. **سیونگ اکاؤنٹ:** بینکوں کے لیے فنڈز کا بہت اہم ذریعہ ہے۔
3. **فکسڈ اکاؤنٹ:** لمبی مدت کے لیے لین دین کے لیے فنڈز کا پرکشش ذریعہ ہے۔

کرنٹ اکاؤنٹ Current Account

کرنٹ اکاؤنٹ یا ڈیمانڈ ڈیپازٹ ایک رننگ (Running) اکاؤنٹ ہے جو اپنی انتقال پذیری کی بناء پر مسلسل جاری رہتا ہے۔اس میں گاہک کو رقم نکالنے یا منتقل کرنے کے لیے بینک کو پہلے نوٹس دینے کی ضرورت نہیں ہوتی۔اکاؤنٹ میں مطلوبہ رقم کی موجودگی کی صورت میں چیک کو ہر حالت میں پاس کرنے کا بینک پابند ہوتا ہے۔

پاکستان میں آپ کم سے کم رقم 1000 روپے سے 10,000 روپے تک کے ساتھ کرنٹ اکاؤنٹ کھول سکتے ہیں جس میں بینک کی طرف سے کم از کم رقم بینک اکاؤنٹ کھول سکتے ہیں جس میں بینک کی طرف سے کم از کم رقم بینک اکاؤنٹ میں موجود رہنے یا نہ رہنے کی شرائط ہو سکتی ہے۔چونکہ اس اکاؤنٹ میں رکھے گئے فنڈز کی مدت بہت کم ہوتی ہے اس لیے بینک ان پر منافع ادا نہیں کرتا۔

سیونگ اکاؤنٹ Saving Account

سیونگ اکاؤنٹ (Saving Account) بچت کی حوصلہ افزائی کرتا ہے اور کم ذرائع والے اشخاص میں بچت کو فروغ دیتا ہے۔ہر ماہ کے فنڈز کے حساب سے بینک 6 ماہ بعد برائے نام منافع ادا کرتا ہے۔پیسہ جمع کروانے والے کو ایک خاص حد تک بغیر کسی نوٹس کے رقم نکلوانے کی اجازت ہوتی ہے۔لیکن اس اکاؤنٹ سے بڑی رقم نکلوانے کے لیے بینک کو 7 سے 15 دن پہلے نوٹس دینا ہوتا ہے۔ بچتوں کو رواج دینے کے لیے اور گاہک کو سہولت پہنچانے کے لیے بینک عام طور پر نوٹس کے دورانیہ کو ختم کر دیتا ہے۔

رقم نکلوانے کی سہولت کے پیش نظر، بینک کم سے کم رقم اپنے پاس رکھتا ہے تاکہ گاہک کی ضرورت کو پورا کیا جا سکے اور باقی فنڈز بینک کسی منافع کمانے والی سکیم میں قرض ایڈوانس کی صورت میں لگا دیتا ہے۔

نفع نقصان شراکتی سیونگ اکاؤنٹ PLS Saving Account

پاکستان میں نفع اور نقصان میں شراکت کی بنیاد پر سیونگ اکاؤنٹ کو جنوری 1982ء میں متعارف کرایا گیا۔پی ایل ایس سیونگ اکاؤنٹ کو کم رقم کے ساتھ (عام طور پر 100 روپے سے کم نہ ہو) بھی کھولا جا سکتا ہے۔بینک کے نفع اور نقصان میں شراکت کے لیے اکاؤنٹ میں 100 روپے ہونے چاہیے۔پی ایل ایس اکاؤنٹ سے تھوڑی سی رقم نکلوانے کی اجازت ہوتی ہے۔جبکہ ساری رقم نکلوانے کے لیے اگر بینک خواہش ظاہر کرے تو نوٹس دینا پڑتا ہے۔6 ماہ یا سال کے آخر میں طریقہ کار کے مطابق منافع یا نقصان کی صورت میں منافع پی ایل ایس اکاؤنٹ میں جمع ہو جاتا ہے یا نقصان کی رقم اکاؤنٹ سے منہا کر لی جاتی ہے۔

فکسڈ/خاص مدت کے لیے اکاؤنٹ Fixed/ Time Deposit Account

فکسڈ یا خاص مدت کے لیے جو کہ 3 ماہ سے 5 سال تک ہے کے لیے بنک میں رقم جمع کرائی جا سکتی ہے۔کسی خاص مدت کے لیے بنک اکاؤنٹ ہولڈر کو اصل زر کے ساتھ منافع کی رقم بھی ادا کرتا ہے۔اس رقم کو کرنٹ اکاؤنٹ کی طرح ضرورت پڑنے پر استعمال نہیں کیا جا سکتا بلکہ صرف اسی صورت میں نکلوایا جا سکتا ہے جب خاص مدت کا دورانیہ پورا ہو جائے جس کے لیے رقم جمع کرائی گئی تھی۔سیونگ

اکاؤنٹ میں جمع رقم کے مقابلہ میں خاص مدت کے لیے جمع کرائی گئی رقم پر منافع کی شرح زیادہ ہوتی ہے رقم جمع کرانے کا دورانیہ جتنا زیادہ ہوگا اتنی ہی منافع کی شرح زیادہ ہوگی۔ بینک ایک خاص مدت کے لیے جمع کرائی گئی رقم پر گاہک کو ایک رسید یا خاص طور پر پرنٹ کیا گیا فارم ثبوت کے طور پر جاری کرتا ہے۔

عام طور پر ایسی رقم جمع کروانے والے کو فنڈز کو نکلوانے کے لیے چیک بک جاری نہیں کی جاتی۔ مقررہ مدت گزرنے کے بعد رقم جمع کرانے والا رسید پیش کرتا ہے جس پر پورا کاروائی کے بعد گاہک نقد رقم (منافع کے ساتھ) وصول کر لیتا ہے یا یہ رقم اپنے بینک اکاؤنٹ میں منتقل کروا لیتا ہے۔ اگر رقم جمع کروانے والے کو مقررہ مدت گذرنے سے پہلے ہی رقم کی ضرورت پڑ جاتی ہے تو بینک عام طور پر اسے قابل ادا منافع رقم کے تناسب سے جزوی طور پر ادا کرتا ہے اور کبھی کبھار مکمل ادائیگی بھی کر دیتا ہے۔ رقم جمع کروانے والا عام طور پر برائے نام مارک اپ شرح جو کہ جمع رقم کی شرح کا 1% سے 2% ہوتی ہے بینک سے فنانسنگ کی سہولت بھی حاصل کر سکتا ہے جو کہ خاص مدت کے لیے جمع کرائی گئی رقم کی ہی سیکورٹی پر ہوتی ہے۔ ڈیمانڈ ڈپازٹس کی صورت میں رقم جمع کروانے والے کی ضروریات کو پورا کرنے کے لیے بینک اپنے پاس زیادہ رقم موجود رکھتا ہے۔ لیکن خاص مدت کے لیے جمع کروائی گئی رقم کے لیے یہ شرح بہت کم ہوتی ہے۔

فارن کرنسی اکاؤنٹس Foreign currency Accounts

فارن کرنسی اکاؤنٹس وہ اکاؤنٹ ہے جو بینک میں غیر ملکی کرنسی جیسا کہ ڈالرز، پاؤنڈز اور یورو وغیرہ کے لین دین کے لیے کھولا جاتا ہے۔ یہ اکاؤنٹس سٹیٹ بینک کی ہدایت کے مطابق برقرار رکھے اور استعمال کیے جاتے ہیں۔ تمام بینک یا با اختیار ڈیلرز پاکستان یا پاکستان سے باہر رہنے والے پاکستانی شہری جن میں دوہری قومیت رکھنے والے بھی شامل ہیں کے فارن کرنسی اکاؤنٹ کسی اجازت کے بغیر کھول سکتے ہیں۔ تمام غیر ملکی افراد، فرمز اور کمپنیز جو پاکستان میں کام کر رہی ہیں یا جن میں غیر ملکی افراد شیئر ہولڈرز بھی ہیں اپنے فارن کرنسی اکاؤنٹس کھول سکتی ہیں۔ تاہم ایئر لائنز اور شپنگ کمپنیاں جو پاکستان میں یا پاکستان کے ذریعے کام کر رہی ہیں فارن کرنسی اکاؤنٹ نہیں کھول سکتیں۔

فارن کرنسی اکاؤنٹس، کرنٹ، سیونگ اور فکسڈ اکاؤنٹس میں بھی کھولے جا سکتے ہیں۔ منافع کی شرح فارن کرنسی اکاؤنٹس میں مقامی کرنسی اکاؤنٹس کی نسبت بہت برائے نام ہوتی ہے۔ فارن کرنسی اکاؤنٹس کو باہر سے بھیجی گئی رقم اور ٹریولر چیک جو کہ پاکستان سے باہر جاری کئے گئے ہوں کے ذریعے چلائے جا سکتے ہیں۔ اکاؤنٹ ہولڈر اپنی پسند کے مطابق کسی بھی کرنسی میں لین دین کر سکتا ہے۔ کریڈٹ کارڈ ہولڈر اپنی جمع کرائی گئی رقم کے حساب سے پاکستان یا پاکستان سے باہر رقم کے حصول کے لیے کریڈٹ کارڈ کی سہولت استعمال کر سکتا ہے۔

بینک پاکستان یا پاکستان سے باہر بینکنگ کی سہولیات جیسا کہ کریڈٹ کارڈ، بینک گارنٹی، قرضہ / کریڈٹ وغیرہ کی سہولت حاصل کرنے کے لیے اکاؤنٹ ہولڈرز کے لیے لی ان (Lein) کی نشاندہی بھی کر سکتا ہے۔ فارن کرنسی اکاؤنٹس زکوٰۃ اور ٹیکسوں سے مستثنیٰ ہیں۔

نیگوشی ایبل انسٹرومنٹس Negotiable Instruments

لفظ نیگوشی ایبل (Negotiable) کا مطلب ہے۔ "غور کے لیے تبادلہ" جبکہ لفظ انسٹرومنٹ (Instrument) کا مطلب ہے تحریری ثبوت جس سے حق ثابت ہو۔ اس لیے نیگوشی ایبل انسٹرومنٹس کا مطلب لکھے گئے کاغذات ہیں جو کہ کسی شخص کے حق کو ثابت کرتے ہیں جس پر آزادانہ وصولی بھی کی جا سکتی ہے اور حق کی تصدیق کروائی جا سکتی ہے۔

نیگوشی ایبل انسٹرومنٹ سے مراد ایک اقرار نامہ، پابندی، باہم تبادلہ کا بل یا چیک جو کہ تحریر کے مطابق یا حامل ہذا کو قابل ادائیگی ہوتا ہے۔

باہم تبادلہ کا بل Bill of Exchange

باہم تبادلہ کا بل ایک ایسا تحریری انسٹرومنٹ ہے۔ جو غیر مشروط حکم پر مشتمل ہوتا ہے جسے بنانے والا دستخط کرتا ہے اور خاص شخص کو

ہدایت کر رہا ہوتا ہے کہ وہ ایک خاص رقم اس شخص کو یا اس کی مرضی کے مطابق یا حامل ہذا کو ادا کر دے۔

باہمی تبادلہ کی پارٹیاں Parties of Bill ob Exchange

ڈراور (Drawer): وہ شخص جو کہ بل کی رقم ادا کرتا ہے۔
ڈرائی (Drawee): وہ شخص جس کے لیے رقم ادا کی جاتی ہے۔
پے ای (Payee): وہ شخص جس کو ادائیگی کی جاتی ہے۔

چیک Cheque

تبادلہ کا بل جو ایک مخصوص بینکر سے حاصل کیا جاتا ہے اور اس وقت تک قابل ادا نہیں ہوتا جب تک مطالبہ نہ کیا جائے۔

باہمی تبادلہ کی پارٹیاں

ڈراور
ڈرائی
پے ای

پے آڈر Pay Order

یہ بھی ایک چیک کی طرح ہوتا ہے جسے بینک اپنے گاہک کی درخواست پر جاری کرتا ہے یا ایک مخصوص شخص کو ایک مخصوص رقم کی ادائیگی اپنے اخراجات میں کرنے کے لیے کہتا ہے یا مخصوص آدمی کی ہدایت پر مخصوص رقم ادا کرنے کو کہتا ہے۔ پے آڈر عام طور پر معاملہ میں شامل پوری رقم وصول ہونے پر جاری کیے جاتے ہیں۔ جس کا مطلب ہے کہ اسے پیسوں کی کمی کی بناء پر واپس نہیں کیا جائے گا۔ اسے بینکرز کا چیک یا کیشیئر کا چیک بھی کہتے ہیں۔

بینک ڈرافٹ Bank Draft

رقم کی ادائیگی کا ایک ہدایت نامہ جس میں بینک کی ایک برانچ اپنے ہی بینک کی دوسری برانچ سے پے ای (Payee) کو ادا کرنے کے لیے یا مطالبہ پر ادا کرنے کے لیے کہتی ہے۔ چیک کی بہ نسبت بینک ڈرافٹ کی اہمیت زیادہ ہے کیونکہ یہ فنڈ کی کمی کی بناء پر کبھی بھی ادائیگی کے بغیر واپس نہیں ہوتا کیونکہ اس کی ادا شدہ رقم کی مصدقہ تحریر ہوتی ہے۔ ڈرافٹ ان برانچوں سے لیا جاتا ہے جو شہر سے باہر ہوتی ہیں۔ بینک ڈرافٹ تیار کرنے کے لیے بینک برائے نام فیس لیتا ہے۔ جبکہ پے آرڈر بہت سے بینک بغیر فیس کے جاری کر دیتے ہیں۔

آن لائن بینکنگ Online Banking

الیکٹرونک کی بنیاد پر بینک کی وہ خدمات جو کہ اے ٹی ایمز (ATMs)، پی اوایسز (POSs)، آٹومیٹڈ کلیئرنگ ہاؤس، نیٹ ورک، انٹرنیٹ یا وائر (Wire) جیسے ذریعوں سے مہیا کی جاتی ہیں آن لائن بینکنگ کہلاتی ہیں۔ دوسرے الفاظ میں آن لائن بینکنگ ایک ایسا نظام ہے جو ہر وقت الیکٹرونک مواصلات اور کمپیوٹرائیز ڈلنکس کے ذریعے بینک اور گاہک کے درمیان لین دین بذریعہ ٹیلی فون لائن یا سٹیلائیٹ یا اے ٹی ایم کے ذریعے بینک کو ہدایات نشر کرتا رہتا ہے۔
گاہک آن لائن بینکنگ نظام کے تحت کسی بھی مخصوص بینک میں اکاؤنٹ برقرار رکھ سکتا ہے اور اسی بینک کی کسی بھی برانچ سے رقم نکلوا بھی سکتا ہے اور جمع بھی کروا سکتا ہے۔ اگر گاہک کو ڈیبٹ یا کریڈٹ کارڈ جاری کیا گیا ہے تو گاہک اے ٹی ایم جو کہ ایم نیٹ یا ون لنک

بینک سے ملی ہوئی ہے کے ذریعے رقم نکلوا یا منتقل کرسکتا ہے۔ آن لائن بینکنگ نظام کے تحت پیغام والے سے رقم واپس کرنے والے بینک اور رقم واپس کرنے والے بینک سے رقم ادا کرنے والے بینک کو ہدایت بذریعہ الیکٹرونکس مواصلات نشر کی جاتی ہیں۔ فنڈز کا حصول اور رقم کی ادائیگی بہت تھوڑے وقت میں ہو جاتی ہے۔

ڈیبٹ کارڈ/اے ٹی ایم کارڈ Debit Card /Atm Card

ڈیبٹ کارڈ، کارڈ ہولڈر کو اس قابل بناتا ہے کہ اس کی خریدی گئی اشیاء پر براہ راست اس کے اکاؤنٹ میں موجود رقم سے کٹوتی کر لی جائے۔ اے ٹی ایم کارڈ ادائیگی کا کارڈ ہے جو ایک شخص کو جاری کیا جاتا ہے تاکہ وہ اے۔ ٹی۔ ایم مشین کو چلا کر اپنے فنڈز کو منتقل یا حاصل کر سکے۔ اکاؤنٹ ہولڈر کو لین دین ممکن بنانے کے لیے ایک پن کوڈ بھی الاٹ کیا جاتا ہے۔ اب ڈیبٹ کارڈ اور اے ٹی ایم کارڈز کی تقریباً ایک جیسی خوبیاں ہیں۔

کریڈٹ کارڈ (ویزا اور ماسٹر کارڈ) Credit Card (Visa and Master Card)

اس کارڈ ہولڈر کو قرض حاصل کرنے کی ایک حد دی گئی ہے۔ اس کارڈ کے ذریعے کارڈ ہولڈر خاص حد تک خریداری کرسکتا ہے یا نقد رقم وصول کرسکتا ہے۔ قرض دی گئی رقم مقررہ مدت کے اندر ادا کرنا ہوتی ہے یا حصوں میں بھی دی جا سکتی ہے جبکہ میزان یا قرض کی رقم جزوی طور پر ادا کرنے پر بقایا رقم کو اصل قرض سمجھا جاتا ہے اور اس پر بینک منافع وصول کرتا ہے۔ بعض اوقات کریڈٹ کارڈ کی سالانہ فیس بھی وصول کی جاتی ہے۔ ویزا کارڈ ہر گاہک کو جاری کیا جاتا ہے جبکہ ماسٹر کارڈ غیر معمولی گاہکوں کو جن کی بہت زیادہ قدر رہوتی ہے کو جاری کیا جاتا ہے اس کارڈ پر عام طور پر پرکشش قرض کی حدود ہوتی ہیں۔ ویزا اور ماسٹر دو مختلف کمپنیاں ہیں جن کے ذریعے بینک کریڈٹ کارڈز جاری کرنے کا انتظام کرتا ہے۔

اے ٹی ایم ATM (Automated Teller Machine)

بینک اپنے اکاؤنٹ ہولڈرز کو نقد رقم کی ادائیگی کے لیے اے ٹی ایم مشین نصب کرتا ہے۔ یہ کمپیوٹرائزڈ مشین ہے جو بینک کے ڈیٹا بیس سے جڑی ہوتی ہے۔ اس مشین کے ذریعے بینک کی طرف سے جاری کیے ہوئے مقناطیسی اشاراتی نظام والے اے ٹی ایم کارڈ کو گاہک اپنا مخصوص پن کوڈ نمبر کے ساتھ استعمال کرتے ہوئے 24 گھنٹے میں جب چاہیے نقد رقم نکلوا سکتا ہے۔ اے ٹی ایم کو گاہک رقوم کے نکلوانے، فنڈز کے منتقل کرنے، بیلنس معلوم کرنے اور اکاؤنٹ کا مختصر ریکارڈ حاصل کرنے کے لیے بھی استعمال کرسکتا ہے۔ اے ٹی ایم کو آن لائن یا آف لائن کے ذریعے بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔

کرنسیوں کا تبادلہ Exchange of Currencies

لفظ فارن ایکسچینج کرنسیوں کے تبادلہ کے طریقہ کار سے متعلق ہے۔ جس کے ذریعہ متعلقہ ادائیگیاں بین الاقوامی تجارت کے مطابق کی جاتی ہیں۔ یہ اس طریقہ کار پر مشتمل ہوتا ہے۔ جس کے ذریعے ایک ملک کی کرنسی کو دوسرے ملک کی کرنسی میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ مختلف ممالک کرنسی کی مختلف اقسام استعمال کرتے ہیں۔ ان کی کرنسیوں کے مختلف نام ہیں۔ برطانیہ پاؤنڈ سٹرلنگ استعمال کرتا ہے۔ امریکہ، امریکن ڈالر استعمال کرتا ہے۔ تھائی لینڈ بھاٹ (Bhat) استعمال کرتا ہے۔ ملائیشیا رنجیٹ (Ringgit) استعمال کرتا ہے۔ انڈونیشیا روپیہ (Rupiah) استعمال کرتا ہے فلپائنی پیسو (Peso) اور سنگاپور سنگاپوری ڈالر استعمال کرتے ہیں۔

ہر روز نامور بینک مختلف کرنسیوں کے تبدیل کروانے کی قیمت مقرر کرتے ہیں۔ یہ ریٹس روزانہ کی بنیاد پر تبدیل ہوتے ہیں۔ جن کا انحصار مختلف کرنسیوں کی طلب اور رسد پر ہوتا ہے۔

درج ذیل جدول مختلف ممالک کی کرنسیوں کے تبادلہ ریٹ کو ظاہر کرتا ہے جو کہ ایک پرائیویٹ بینک نے لگایا ہے۔

کرنسی	فروخت ٹی ٹی اور او ڈی	خرید ٹی ٹی کلین	خرید او ڈی ٹی سی
یو ایس ڈالر	84.100 روپے	83.800 روپے	83.5796 روپے
پاؤنڈ	129.7968 روپے	129.4542 روپے	129.1092 روپے
کینیڈین ڈالر	83.9412 روپے	83.7246 روپے	83.5781 روپے
آسٹریلین ڈالر	77.7588 روپے	77.5820 روپے	77.4379 روپے
ین	0.89236 روپے	0.893009 روپے	0.891447 روپے
ڈینش کرونی	15.1066 روپے	15.0598 روپے	15.0334 روپے
سعودی ریال	22.4000 روپے	22.3449 روپے	22.308 روپے
سوس فرانک	78.3363 روپے	78.1133 روپے	77.9766 روپے
درہم	22.8702 روپے	22.8145 روپے	22.7746 روپے
ایچ کے ڈی	10.8193 روپے	10.7934 روپے	10.7745 روپے
سنگاپورین ڈالر	61.4529 روپے	61.2484 روپے	61.1412 روپے
سویڈش کرونی	11.7391 روپے	11.6948 روپے	11.6743 روپے
باتھ	2.6063 روپے	2.5976 روپے	2.5931 روپے
یورو	112.4088 روپے	112.0993 روپے	111.8057 روپے

نوٹ:
- ٹی ٹی سے مراد ٹیلی گرافک ٹرانسفر ہے
- او۔ڈی سے مراد اوور ڈرافٹ ہے۔
- ٹی سی سے مراد ٹریولر چیک ہے۔

حل مشق 4.1

.1 250 یو ایس ڈالرز کو پاؤنڈ سٹرلنگ میں تبدیل کیجیے۔

حل:

ڈالر کا ریٹ (خرید) = 83.800 روپے

250 ڈالر کی رقم = 250×83.800 روپے = 20950 روپے

یو کے پاؤنڈ کا ریٹ (فروخت) = 129.7968 روپے

250 ڈالرز کے تبادلہ میں پاؤنڈز = $\frac{20950}{129.7968} = 161.406$ پاؤنڈز

.2 5000 سعودی ریال کو پاکستانی روپوں میں تبدیل کیجیے۔

حل:

سعودی ریال کا ریٹ (خرید) = 22.3449

5000 ریال کی قیمت پاکستانی روپوں میں $= 5000 \times 22.3449 = 1,11,724.5$ روپے

3. ایک امپورٹر ایک کار کو جاپان سے 5000 ین میں امپورٹ کرتا ہے۔ ڈلیوری تین ماہ بعد دی جاتی تھی۔ معاہدہ کے وقت ایک روپیہ 0.895236 ین کے برابر تھا۔ معاہدہ کے وقت ادائیگی کر دی گئی۔ ڈلیوری کے وقت ایک روپیہ 0.892236 ین ہو گیا۔ امپورٹر کا نفع یا نقصان معلوم کیجیے۔

حل: معاہدے کے وقت کرنسی کا ریٹ:

ایک ین کا ریٹ $= 0.895236$ روپے

5000 ین کی رقم $= \dfrac{5000}{0.895236} = 5585.1195$ روپے

تین مہینے کے بعد ڈلیوری کے وقت کرنسی کا ریٹ

ایک ین کا ریٹ $= 0.892236$ روپے

5000 ین کی رقم $= \dfrac{5000}{0.892236} = 5603.8985$ روپے

چونکہ کرنسی کے ریٹ میں کمی واقع ہوئی۔ اس لیے امپورٹر کو نقصان ہوا۔

نقصان = معاہدے کے وقت لاگت - ڈلیوری کے وقت لاگت

$= 5603.8985 - 5585.1195 = 18.78$ روپے

4. ایک گاہک 150 امریکن ڈالرز کو روپوں میں تبدیل کرنا چاہتا ہے۔ وہ ایک منظور شدہ ڈیلر کے پاس جاتا ہے۔ وہ اسے تبادلہ کی شرح: 1 dollar = 84.100 روپے پیش کش کرتا ہے۔ اگر وہ کسی منی چینجر سے تبدیل کرواتا ہے تو قیمت 1 dollar = 83.4495 روپے ہے۔ روپے معلوم کیجیے۔ جبکہ

(i) اگر منظور شدہ ڈیلر سے تبدیل کروائے جائیں۔ (ii) منی چینجر سے تبدیل کرائے جائیں

(iii) منی چینجر سے تبدیل کروانے سے نقصان

حل: (i) 150 ڈالر تبدیل کروائے جائیں منظور شدہ ڈیلر سے:

1 ڈالر $= 84.100$ روپے

150 ڈالر $= 150 \times 84.100$ روپے $= 12615$ روپے

(ii) 150 ڈالر تبدیل کروائے جائیں منی چینجر سے روپے:

1 ڈالر $= 83.4495$

150 ڈالر $= 150 \times 83.4495 = 12517.43$ روپے

(iii) منی چینجر سے تبدیل کروانے پر نقصان

نقصان = منی چینجر سے رقم - منظور شدہ ڈیلر سے رقم

$= 12615 - 12517.43 = 97.57$ روپے

5. پاکستان میں چائے کا ریٹ 2.1 روپے فی پونڈ ہے۔ ریٹ فی کلوگرام معلوم کیجیے۔ جبکہ

(i) 2.2 پاؤنڈ = ایک کلوگرام

(ii) اگر ایک سعودی ریال 22.400 روپے کے برابر ہو تو سعودی عرب میں کیا قیمت ہوگی؟

حل: (i) پاکستان میں چائے کا ریٹ فی پاؤنڈ = 2.1 روپے

1 پاؤنڈ = 0.4536 کلوگرام

لہٰذا، 2.1 روپے = 0.4536 کلوگرام کا ریٹ

پس، 1 کلوگرام کا ریٹ = $\left(\frac{2.1}{0.4536}\right)$ روپے

1 کلوگرام چائے کا ریٹ = 4.63 روپے

(ii) سعودی عرب میں 1 پاؤنڈ چائے کا ریٹ = $\left(\frac{2.1}{22.400}\right)$ ریال

= 0.09375 ریال

سعودی عرب میں 1 کلوگرام چائے کا ریٹ = $\left(\frac{4.63}{22.400}\right)$ ریال

سعودی عرب میں 1 کلوگرام چائے کا ریٹ = 0.21 ریال

.6 ایک ایکسپورٹر انگلستان کو 4000 پاؤنڈ سٹرلنگ کے کارپٹس ایکسپورٹ کرتا ہے۔ اس موقع پر تبادلہ ریٹ ایک پاؤنڈ سٹرلنگ 129.4542 روپے کے برابر تھا۔ وہ اس وقت رقم وصول کرتا ہے۔ جب تبادلہ کا ریٹ ایک پاؤنڈ سٹرلنگ 129.0599 روپے کے برابر تھا۔ اس کو کتنا نقصان ہوا؟

حل: ایکسپورٹ کے وقت ریٹ

1 سٹرلنگ پاؤنڈ کا ریٹ = 129.4542 روپے

40000 سٹرلنگ پاؤنڈ کی رقم = $129.4542 \times 40000 = 51,78,168$ روپے

رقم وصول کرتے وقت ریٹ

1 سٹرلنگ پاؤنڈ کا ریٹ = 129.0599

4000 سٹرلنگ پاؤنڈ کی رقم = $129.0599 \times 40000 = 51,62,396$

نقصان = $51,78,168 - 51,62,396 = 15,772$

.7 سعودی عرب میں ایک پاکستانی رہائشی 4370 ریال ماہانہ کماتا ہے اس کے ماہانہ اخراجات 3450 ریال ہیں۔ وہ اپنی بچت ہر ماہ پاکستان واپس بھیجتا ہے۔ وہ ایک سال میں کتنی بچت کرتا ہے؟

اگر تبادلہ کا ریٹ: 22.400 روپے = 1 سعودی ریال

سال بعد تبادلہ کا ریٹ: 22.3004 = 1 سعودی ریال

ماہانہ رقم واپس بھجوانے پر نقصان بتایئے۔

حل: ماہانہ آمدنی = 4370 ریال

ماہانہ اخراجات = 3450 ریال

ماہانہ بچت = $4370 - 3450 = 920$ ریال

سالانہ بچت = $920 \times 12 = 11040$ ریال

ایک ریال = 22.400 روپے

11040 ریال کی رقم = 22.400×11040 = 2,47,296 روپے

ایک سال کی بچت = 2,47,296 روپے

سال بعد تبادلے کا ریٹ

ایک ریال = 22.3004 روپے

11040 ریال کی رقم = 22.3004×11040 = 2,46,196.42 روپے

ماہانہ رقم واپس بھجوانے پر نفع = 2,47,296 − 2,46,196.42 = 1099.58 روپے

8. **رضوان سعودی عرب میں ایک کار 15000 ریال میں خریدتا ہے۔ ڈلیوری 3 ماہ بعد ہونا تھی جبکہ ادائیگی بھی ڈلیوری کے موقع پر کی جانی تھی۔ معاہدہ کے بعد تبادلہ کا ریٹ۔ روپے 22.400 = ایک سعودی ریال**
جبکہ ڈلیوری کے وقت تبادلہ کا ریٹ: روپے 22.0827 = ایک سعودی ریال
ریٹ میں تبدیلی کی بناء پر نقصان معلوم کیجیے۔

حل: کار کی قیمت خرید = 15000 ریال

معاہدے کے وقت 1 ریال کی قیمت 22.400 روپے

اس لیے معاہدے کے وقت کار کی قیمت

1 ریال = 22.400 روپے

15000 ریال = 22.400×15000 روپے = 3,36,000 روپے

جبکہ 3 ماہ بعد ڈلیوری کے وقت 1 ریال کی قیمت 22.0827 ہے۔

اس لیے ڈلیوری کے وقت کار کی قیمت

1 ریال = 22.0827 روپے

15000 ریال = 22.08270×15000 = 3,31,240.5 روپے

شرح تبادلہ میں تبدیلی کی وجہ سے نقصان = 3,36,000 − 3,31,240.50 = 4759.50 روپے

9. **علی کا ایک دوست سعودی عرب سے علی کو 450 ریال بھیجتا ہے۔ بینک تبادلہ کے دو ریٹس کی پیشکش کرتا ہے۔**
(ٹی ٹی کے ذریعہ خرید) روپے 22.3449 = 1 سعودی ریال
(ٹی سی کے ذریعہ خرید) روپے 22.2146 = 1 سعودی ریال
کونسا ریٹ قابل عمل ہوگا؟ مزید یہ کہ رقم پاکستانی روپوں میں معلوم کیجیے۔

حل: علی کو بھیجی گئی رقم = 450 ریال

(ٹی ٹی کے ذریعہ خرید) 1 ریال = 22.3449 روپے

450 ریال کی رقم = 22.3449×450

ٹی سی کے ذریعے خرید = 10055.205 روپے

(ٹی سی کے ذریعہ خرید) 1 ریال = 22.2146 روپے

450 ریال کی رقم = 22.2146×450 = 9996.57 روپے

اس لیے ٹی ٹی کے ذریعے رقم بھیجنا بہتر ہوگا۔

منافع/مارک اپ Profit / Markup

پاکستان میں اسلامی بینکنگ کے شروع ہونے سے نفع اور نقصان کی شراکت داری اور فنانسنگ کے اسلامی طریقوں کے تحت "سود" کا لفظ "منافع" یا "مارک اپ" سے تبدیل کردیا گیا ہے۔

منافع: جب ہم بینک میں اپنی بچتوں کو جمع کراتے ہیں۔تو بینک سے اپنی رقم استعمال کرنے کے عوض ہم کچھ اضافی رقم وصول کرتے ہیں۔ یہ اضافی رقم جو بینک ہماری رقم کے استعمال کے تبادلہ میں ہمیں دیتا ہے جمع کرائی گئی رقم پر منافع کہلاتا ہے۔اس طرح دیا گیا منافع بینک کے لیے اخراجات میں شمار ہوتا ہے اور گاہک کے لیے نفع شمار ہوتا ہے۔

مارک اپ: جب ہم بینک سے قرض حاصل کرتے ہیں تو ہم بینک کو اس کی دی ہوئی رقم کو استعمال کرنے کے عوض کچھ اضافی رقم دیتے ہیں۔ یہ زائد رقم جو ہم بینک کو ادا کرتے ہیں۔ مارک اپ کہلاتی ہے۔ یہ بینک کے لیے آمدنی جبکہ قرضدار یا گاہک کے لیے اخراجات ہوتی ہے۔

ریٹ: جمع شدہ رقم پر منافع یا قرض پر مارک اپ کو شرح فی صد کے حساب سے لیا جاتا ہے۔اسے ریٹ کہتے ہیں۔

اصل زر: وہ رقم جو جمع کروائی جاتی ہے یا قرض لی جاتی ہے اصل زر کہلاتی ہے۔

سالانہ ریٹ: منافع یا مارک اپ عام طور پر فکسڈ سالانہ ریٹ پر لیا جاتا ہے۔جس کو سالانہ ریٹ کہتے ہیں۔

سادہ مارک اپ: اگر منافع یا قرض کو اصل زر پر نکالا جائے تو اسے سادہ منافع یا مارک اپ کہتے ہیں۔

مرکب مارک اپ: جب پچھلے سال کے اصل زر میں نفع جمع کرنے کے بعد اگلے سال کا اصل زر سمجھا جائے اور اگلے سال کا نفع اس نئے اصل زر کے حساب سے حل کیا جائے تو اسے مرکب منافع کہتے ہیں۔جس کا مطلب اصل زر کے ساتھ منافع پر منافع۔

ضروری اصطلاحات درج ذیل ہیں۔

(i) رقم/سرمایہ جو قرض لیا گیا ہو یا دیا گیا ہو اصل زر کہلاتا ہے۔ (ii) حاصل کیے گئے فی صد منافع کو شرح (Rate) کہتے ہیں۔

(iii) قرض یا جمع کرائی گئی رقم کے دورانیہ کو مدت کہتے ہیں۔

(iv) جب اصل زر میں منافع کو جمع کیا جاتا ہے تو کل رقم کو اماؤنٹ (Amount) کہتے ہیں۔

منافع معلوم کرنا Calculate Profit

گاہک جو رقم بینک میں برقرار رکھتا ہے۔اس پر بینک جو اضافی رقم دیتا ہے اسے منافع کہتے ہیں۔فی صد شرح منافع جمع کرائی گئی رقم کی مدت پر منحصر ہوتی ہے۔منافع کی ادائیگی کا طریقہ کار ماہانہ، سہ ماہی، ششماہی یا سالانہ بھی ہوسکتا ہے۔اصل زر پر شرح منافع کا دورانیہ عام طور پر ایک سال ہوتا ہے منافع کی شرح کا بینک ششماہی یا سالانہ کی بنیاد پر اعلان کرتا ہے۔روایتی بینکنگ کے تحت جمع رقم پر سود کا ریٹ پہلے سے طے شدہ بنیاد پر ہوتا ہے۔اسلامک بینکنگ میں پہلے سے طے شدہ منافع کا کوئی تصور نہیں ہوتا۔اس کی بجائے رقم جمع کرانے والا بینک کے نفع اور نقصان میں شراکت کرتا ہے۔جمع رقم پر منافع بینک کا خرچہ ہوتا ہے اور اسے بینک کے اخراجات میں شامل کیا جاتا ہے۔

درج ذیل کلیہ کو جمع رقم یا بینک میں لگائی گئی رقم، مالی اداروں یا نیشنل سیونگ سنٹرز میں لگائی رقوم پر نفع نکالنے کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{منافع (سادہ)} = \frac{\text{شرح} \times \text{مدت} \times \text{اصل زر}}{100}$$

درج بالا کلیہ سے سالانہ کی بنیاد پر منافع معلوم کیا جاتا ہے۔ روزانہ، ماہانہ، سہ ماہی، ششماہی کی بنیاد پر منافع معلوم کرنے کے لیے مدت کے دورانیہ کو ضرورت کے مطابق عدد سے تقسیم کر کے سالوں میں تبدیل کرتے ہیں۔

درج بالا مساوات کو دوبارہ ترتیب دیتے ہوئے غیر موجود حصے کو معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\text{اصل زر} = \frac{100 \times \text{منافع کی رقم}}{\text{شرح} \times \text{مدت}}$$

(جبکہ نفع، مدت اور شرح دی گئی ہوں)

$$\text{اصل زر} = \frac{100 \times \text{کل رقم}}{100 + (\text{شرح} \times \text{مدت})}$$

(جبکہ رقم، مدت اور شرح دی گئی ہوں)

$$\text{شرح} = \frac{100 \times \text{منافع کی رقم}}{\text{اصل زر} \times \text{مدت}}$$

$$\text{مدت} = \frac{100 \times \text{منافع کی رقم}}{\text{اصل زر} \times \text{شرح}}$$

(جبکہ منافع، شرح اور اصل زر دی گئی ہوں)

کمپاؤنڈ منافع (منافع پر منافع) درج ذیل کلیہ سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$\text{منافع (کمپاؤنڈ)} = \text{اصل زر} \times \left(\frac{100 + \text{شرح}}{100}\right)^{\text{مدت}}$$

Calculation of Markup مارک اپ معلوم کرنا

قرض پر یا ادھار پر لی گئی رقم پر مارک اپ درج ذیل کلیوں کی مدد سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$\text{مارک اپ (سالانہ)} = \frac{\text{شرح} \times \text{ادھار لی گئی رقم}}{100}$$

$$\text{مارک اپ (ماہانہ)} = \frac{\text{شرح} \times \text{ادھار لی گئی رقم}}{100 \times 12}$$

$$\text{مارک اپ (روزانہ)} = \frac{\text{شرح} \times \text{ادھار لی گئی رقم}}{100 \times 365}$$

مثال: ایک آدمی 1,00,000 روپے 3 سال کے لیے 16% کی سالانہ شرح سے ادھار لیتا ہے۔ اسے کتنا مارک اپ ادا کرنا ہوگا؟

حل: اصل زر = 100,000 روپے

100,000 روپے کا ایک سال کے لیے مارک اپ $= \frac{16}{100} \times 100,000 = 16000$ روپے

100,000 روپے 3 سال کے لیے مارک اپ $= 3 \times 16000 = 48,000$ روپے

حل مشق 4.2

1. ایک مالی ادارہ نے 55 روپے سادہ منافع ایک رقم پر حاصل کیا جو کہ 5 ماہ کے لیے ادھار لی گئی تھی۔ اگر منافع کی شرح 12% سالانہ ہو تو رقم معلوم کیجیے۔

حل:

سادہ منافع = $I = 55$ روپے

منافع کی شرح = $R = 12\%$ سالانہ $= \frac{12}{100} = 0.12$ سالانہ

مدت = $T = 5$ مہینے $= \frac{5}{12}$ سال

اصل رقم = $P = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$P = \frac{I}{R \times T}$$

$$P = \frac{55}{\frac{12}{100} \times \frac{5}{12}} = \frac{55 \times 100}{5}$$

$$P = 1100$$

2. جاوید ایک سیونگ سکیم میں 800 روپے 6% سالانہ شرح کے حساب سے لگاتا ہے اور 1200 روپے 7% سالانہ شرح پر لگاتا ہے۔ ان کا ان دونوں رقوم پر کل کتنا منافع ہوگا؟

حل: پہلی سرمایہ کاری:

اصل رقم $P = 800$ روپے

منافع کی شرح $R = 6\% = \frac{6}{100} = 0.06$ سالانہ

وقت $T = 1$ سال

منافع کی رقم $= I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ $= P \times R \times T$

$I = 800 \times 0.06 \times 1 = 48$ روپے

دوسری سرمایہ کاری:

اصل رقم $P = 1200$

منافع کی شرح $R = 7\%$ سالانہ $\frac{7}{100} = 0.07$ سالانہ

مدت $T = 1$ سال

منافع کی رقم $= I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ $I = P \times R \times T$

$I = 1200 \times 0.07 \times 1 = 84$ روپے

کل منافع $= 48 + 84 = 132$ روپے

3. 1250 روپے کتنا عرصہ کے لیے 6% سالانہ شرح پر سادہ منافع 750 روپے حاصل کرنے کے لیے جمع کروائے جائیں؟

حل:

مدت $= T = ?$

اصل رقم $= P = 1250$ روپے

منافع کی شرح $= R = 6\%$ سالانہ $= \frac{6}{100} = 0.06$ سالانہ

منافع $= I = 750$ روپے

ہم جانتے ہیں کہ $I = P \times R \times T$

$$T = \frac{I}{P \times R}$$

$$T = \frac{750}{1250 \times 0.06} = \frac{750}{75}$$

$T = 10$ سال

4. علی نے عابد کو 4800 روپے 7 ماہ کے لیے دیئے۔ اس دورانیہ کے اختتام پر عابد نے علی کو 119 روپے منافع دینا ہوگا۔ منافع کی سالانہ شرح فی صد معلوم کیجیے۔

حل:

اصل رقم $= P = 4800$

مدت $= T = 7$ مہینے $= \frac{7}{12}$ سال

منافع $= I = 119$ روپے

منافع کی شرح $= R = ?$

ہم جانتے ہیں کہ $I = P \times R \times T$

$$R = \frac{I}{P \times T} \times 100\%$$

$$R = \frac{119 \times 100}{4800 \times \frac{7}{12}}\%$$

$$R = \frac{119 \times 12 \times 100}{4800 \times 7}\%$$

$$R = 4.25\% = 4\frac{1}{4}\%$$

5. ایک سال کے دوران جاوید ایک پرائیویٹ بینک میں مارچ کے آخر میں 600 روپے اور جون کے آخر میں 400 روپے جمع کرواتا ہے۔ بینک اسے 3% سالانہ شرح کے حساب سے سادہ منافع تجویز کرتا ہے۔ جاوید نے اس سال دسمبر کے آخر میں جتنی رقم وصول کی وہ معلوم کیجیے۔

حل: پہلی سرمایہ کاری:

اصل رقم $P = 600$

مدت $= T = 9$ مہینے $= \frac{9}{12}$ سال

منافع کی شرح $= R = 3\%$ سالانہ $= \frac{3}{100}$ سالانہ

منافع کی رقم $= I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ $I = P \times R \times T$

$I = 600 \times \frac{3}{100} \times \frac{9}{12} = 13.50$ روپے

پہلی سرمایہ کاری سے دسمبر کے آخر میں وصول کردہ رقم:

$A = P + I$

$= 600 + 13.50 = 613.50$

دوسری سرمایہ کاری:

اصل رقم $= P = 400$

مدت $= T = 6$ مہینے $= \frac{6}{12}$ سال

منافع کی شرح $= R = 3\%$ سالانہ $= \frac{3}{100}$ سالانہ

منافع کی رقم $= I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ $I = P \times R \times T$

$I = 400 \times \frac{3}{100} \times \frac{6}{12} = 6$ روپے

دوسری سرمایہ کاری سے سال کے آخر میں حاصل کردہ رقم $= P + I$

$= 400 + 6 = 406$ روپے

دسمبر کے آخر میں وصول کردہ کل رقم $= 613.50 + 406 = 1019.50$ روپے

.6 کس سالانہ شرح منافع پر ایک رقم 680 روپے سے بڑھ کر 3 سال 4 ماہ میں 850 روپے ہو جائے گی؟

حل:

منافع کی شرح $= R = ?$

اصل رقم $= P = 680$

اصل رقم منافع کے ساتھ $= 850$

منافع کی رقم $= I = 850 - 680 = 170$

مدت $= T = 3$ سال 4 مہینے

$= \left(3 + \frac{4}{12}\right)$ سال $= \frac{40}{12}$ سال

$= \frac{10}{3}$ سال

ہم جانتے ہیں کہ

$$R = \frac{I}{P\times T}\times 100\%$$

$$= \frac{170}{680\times\frac{10}{3}}\times 100\%$$

$$= \frac{170\times 3\times 100}{680\times 10}\% = 7.5$$

$$= 7\frac{1}{2}\%$$ سالانہ

7. اس یونٹ میں دیے گئے کلیوں کی مدد سے درج ذیل جدول کی نقل بنائیے اور مکمل کیجیے۔

	اصل زر	منافع کی شرح	مدت	سادہ منافع	رقم
(a)	12,000 روپے	8 %	7سال		
(b)	500روپے	11%		220روپے	
(c)		9%	4سال	108روپے	
(d)	3,000روپے		10سال	1,200روپے	
(e)			2سال	360روپے	3,960روپے
(f)	1,800روپے		18مہینے	189روپے	
(g)	4,500روپے		2سال		5,040روپے
(h)		5 %		90روپے	1,290روپے

حل: (a)

$$\text{اصل زر} = P = 12000$$

$$\text{منافع کی شرح} = R = 8\% \text{ سالانہ} = \frac{8}{100} \text{ سالانہ}$$

$$\text{مدت} = T = 7 \text{ سال}$$

$$\text{منافع} = I = ?$$

$$\text{کل رقم} = A = ?$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$I = P\times R\times T$$

$$I = 12000\times\frac{8}{100}\times 7 = 6720 \text{ روپے}$$

$$\text{کل رقم} = A = P + I$$

$$= 12000 + 6720 = 18720 \text{ روپے}$$

حل: (b)

$$\text{اصل زر} = P = 500 \text{روپے}$$

$$\text{منافع کی شرح} = R = 11\% \text{ سالانہ} = \frac{11}{100} \text{ سالانہ}$$

$$\text{مدت} = T = ?$$

$$\text{منافع} = I = 220 \text{ روپے}$$

$$\text{کل رقم} = A = ?$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$I = P \times R \times T$$

$$T = \frac{I}{P \times R}$$

$$T = \frac{220}{500 \times \frac{11}{100}} = \frac{220 \times 100}{500 \times 11}$$

$T = 4$ سال

کل رقم $= P + I$

$= 500 + 220 = 720$

(c) حل:

$$\text{اصل زر} = P = ?$$

منافع کی شرح $= R = 9\%$ سالانہ $= \frac{9}{100}$ سالانہ

مدت $= T = 4$ سال

منافع $= I = 108$

$$\text{کل رقم} = A = ?$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$I = P \times R \times T$$

$$\text{Or } P = \frac{I}{T \times R}$$

$$P = \frac{108}{\frac{9}{100} \times 4} = \frac{108 \times 100}{9 \times 4} = 300$$

کل رقم $= A = P + I$

$= 300 + 108 = 408$ روپے

(d) حل:

اصل زر $= P = 3000$

منافع کی شرح $= R = ?$

مدت $= T = 10$ سال

منافع $= I = 1200$ روپے

کل رقم $= A = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$R = \frac{I}{P \times T} \times 100\%$$

$$R = \frac{1200}{3000 \times 10} \times 100\%$$

$R = 4\%$ سالانہ

کل رقم $= P + I$

$= 3000 + 1200 = 4200$ روپے

(e) حل:

اصل زر $= P = ?$

منافع کی شرح $= R = ?$

مدت = T = 2 سال
منافع = I = 360 روپے
کل رقم = A = 3960 روپے
اصل زر = کل رقم - منافع
= 3960 − 360 = 3600

ہم جانتے ہیں کہ
$I = P \times R \times T$

$R = \frac{I}{P \times T} \times 100\%$

$R = \frac{360}{3600 \times 2} \times 100\%$

R = 5% سالانہ

حل: (f)
اصل زر = P = 1800
منافع کی شرح = R = ?
مدت = T = 18 مہینے = $\frac{18}{12}$ سال = 1.5 سال
منافع = I = 189 روپے
کل رقم = A = ?

ہم جانتے ہیں کہ
$R = \frac{I}{P \times T} \times 100\%$

$R = \frac{189}{1800 \times 1.5} \times 100\%$

R = 7% سالانہ

کل رقم = P + I
= 1800 + 189 = 1989 روپے

حل: (g)
اصل زر = P = 4500
منافع کی شرح = R = ?
مدت = T = 2 سال
منافع = I = ?
کل رقم = A = 5040

ہم جانتے ہیں کہ
I = کل رقم - اصل زر
I = 5040 − 4500 = 540 روپے

ہم جانتے ہیں کہ
$R = \frac{I}{P \times T} \times 100\%$

$R = \frac{540}{4500 \times 2} \times 100\%$

R = 6% سالانہ

حل: (h)

اصل زر = P = ?
منافع کی شرح = R = 5% سالانہ = $\frac{5}{100}$ سالانہ
مدت = T = ?
منافع = I = 90 روپے
کل رقم = A = 1290 روپے

ہم جانتے ہیں کہ
اصل زر = کل رقم - منافع

$P = 1290 - 90 = 1200$ روپے

ہم جانتے ہیں کہ

$$T = \frac{I}{P \times R}$$

$$T = \frac{90}{1200 \times \frac{5}{100}}$$

$$T = \frac{90}{60} = \frac{3}{2}$$

Or $T = 1\frac{1}{2}$ سال

	اصل زر	منافع کی شرح	مدت	سادہ منافع	رقم
(a)	12,000 روپے	8 %	7سال	6720روپے	18720روپے
(b)	500روپے	11%	4سال	220روپے	720روپے
(c)	300روپے	9%	4سال	108روپے	408روپے
(d)	3,000روپے	4%	10سال	1,200روپے	4200روپے
(e)	3600روپے	5%	2سال	360روپے	3,960روپے
(f)	1,800روپے	7%	18مہینے	189روپے	1989روپے
(g)	4,500روپے	6%	2سال	540روپے	5,040روپے
(h)	1200روپے	5 %	$1\frac{1}{2}$ سال	90روپے	1,290روپے

.8 ایک بینک نے سالانہ شرح منافع 3.5% سے 4% تک بڑھادی۔ بتایئے سعید کتنا اضافی منافع حاصل کرے گا اگر وہ 6400روپے 6ماہ کے لیے نئی منافع کی شرح پر جمع کرائے؟

حل: جب منافع 3.5% تھا۔

اصل زر = P = 6400 روپے
منافع کی شرح = R = 3.5% سالانہ = 0.035سالانہ
مدت = T = 6ماہ = $\frac{6}{12}$ سال = $\frac{1}{2}$ سال
منافع = I = ?

ہم جانتے ہیں کہ

$I = PRT$

$I = 6400 \times 3.5\% \times \frac{1}{2}$

$I = 6400 \times \frac{3.5}{100} \times \frac{1}{2}$

$I = 112$ روپے

جب منافع کی شرح 3.5% سے بڑھ کر 4% ہو۔

$P = 6400$

$R = 4\%$

$T = \frac{1}{2}$ سال

$I = ?$

$I = 6400 \times \frac{4}{100} \times \frac{1}{2}$

$I = 128$

لہٰذا، 4% کی شرح پر 6 ماہ کے لیے رقم جمع کروانے پر

اضافی منافع $= 128 - 112$

$= 16$ روپے

9. جمشید کی بیوی نے 4000 روپے کسی بینک میں لگائے۔ جو اپنے سرمایہ کاروں کو $7\frac{1}{4}\%$ سالانہ شرح سے سادہ منافع دیتا ہے۔ دو سال بعد شرح منافع بڑھ کر 8% ہو جاتی ہے۔ 7 سال بعد اس کے پاس کتنی رقم ہو گی؟

حل:

اصل زر $= P = 4000$

منافع کی شرح $= R = 7\frac{1}{4}\%$ سالانہ $= \frac{29}{4}\%$ سالانہ $= \frac{29}{400}$ سالانہ

مدت $= T = 2$ سال

منافع $= I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$I = P \times R \times T$

$I = 4000 \times \frac{29}{400} \times 2 = 580$ روپے

منافع کی شرح $7\frac{1}{4}\%$ سے بڑھ کر 8% ہو گئی۔

اصل زر $= P = 4000$

منافع کی شرح $= R = 8\%$ سالانہ $= \frac{8}{100}$ سالانہ

مدت $= T = 5$ سال

منافع $= I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$I = P \times R \times T$

$$I = 4000 \times \frac{8}{100} \times 5$$

$I = 1600$ روپے

7 سال بعد اس کے پاس جتنی رقم ہوگی $= 4000 + 580 + 1600$

$= 6180$ روپے

10. داؤد نے کسی بینک میں ایک خاص رقم جمع کرائی۔ اگر منافع کی شرح $3\frac{3}{4}\%$ سالانہ سے کم ہو کر $3\frac{1}{2}\%$ ہو جائے تو داؤد کا منافع ایک سال میں 50 روپے کم ہو جاتا ہے۔ اس نے کل کتنی رقم جمع کرائی؟

حل:

اصل زر $= P = ?$

منافع کی شرح $= R = 3\frac{3}{4}\%$ سالانہ $= \frac{15}{4}\%$ سالانہ $= 0.0375$ سالانہ

مدت $= T = 1$ سال

فرض کیا منافع کی رقم $= I = K$ .... (i)

ہم جانتے ہیں کہ

$$P = \frac{I}{R \times T}$$

$$P = \frac{K}{0.0375 \times 1} \quad ....(ii)$$

جب منافع کی شرح $3\frac{1}{2}\%$ ہو۔

$P = ?$

منافع کی شرح $= 3\frac{1}{2}\%$ سالانہ $= 0.035$ سالانہ

مدت $T = 1$ سال

منافع $I = = K - 50$

ہم جانتے ہیں کہ

$$P = \frac{I}{R \times T} = \frac{K-50}{0.035 \times 1}$$

$$P = \frac{K-50}{0.035} \quad .... (iii)$$

مساوات (ii) اور (iii) کا موازنہ کرنے سے

$$\frac{K}{0.0375} = \frac{K-50}{0.035}$$

ضرب چلیپائی کے طریقے سے

$0.035K = 0.0375\,K - 1.875$

$0.0375\,K - 0.035\,K = 1.875$

$(0.0375 - 0.035)\,K = 1.875$

$(0.0025)K = 1.875$

$$K = \frac{1.875}{0.0025} = 750$$

مساوات (ii) میں K کی قیمت درج کرنے سے

اصل رقم کی جب منافع کی شرح $3\frac{3}{4}\%$ سالانہ ہو۔

$$\text{i.e. } P = \frac{750}{0.0375}$$

یا $P = 20{,}000$ روپے

11. کمپاؤنڈ منافع معلوم کیجیے؟

(i) 450 روپے 2 سال کے لیے 10% سالانہ شرح پر کمپاؤنڈ منافع

(ii) 700 روپے 3 سال کے لیے 11% سالانہ شرح پر کمپاؤنڈ منافع

(iii) 5000 روپے 2 سال کے لیے $11\frac{3}{4}\%$ سالانہ شرح پر کمپاؤنڈ منافع

(iv) 1200 روپے 3 سال کے لیے 4% سالانہ شرح پر کمپاؤنڈ منافع

(v) 10000 روپے 3 سال کے لیے $7\frac{1}{2}\%$ سالانہ شرح پر کمپاؤنڈ منافع

حل:

(i)

اصل زر = $P = 450$ روپے

مدت = $T = 2$ سال

منافع کی شرح = $r = 10\%$ سالانہ = 0.1 سالانہ

کمپاؤنڈ منافع = $C.I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$A = P(1+r)^t$$
$$A = 450(1+0.1)^2$$
$$A = 450(1.1)^2$$
$$= 450(1.21) = 544.50$$

کمپاؤنڈ منافع = $C.I = A - P$

$= 544.50 - 450 = 94.50$ روپے

(ii)

اصل زر = $P = 700$ روپے

مدت = $T = 3$ سال

منافع کی شرح = $r = 11\%$ سالانہ $\frac{11}{100}$ سالانہ = 0.11

کمپاؤنڈ منافع = $C.I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$A = P(1+r)^t$$
$$A = 700(1+0.11)^3$$
$$A = 700(1.11)^3$$

$A = 700(1.3676) = 957.34$ روپے

$C.I = A - P$

$= 957.34 - 700 = 257.34$ روپے

(iii) حل:

اصل زر $= P = 5000$ روپے

مدت $= T = 2$ سال

منافع کی شرح $= r =$ سالانہ $11\frac{3}{4}\% = 0.1175$ سالانہ

کمپاؤنڈ منافع $= C.I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$A = P(1+r)^t$

$A = 5000(1+0.1175)^2$

$A = 5000(1.1175)^2 = 6244.03$ روپے

کمپاؤنڈ منافع $= C.I = A - P$

$= 6244.03 - 5000 = 1244.03$ روپے

(iv) حل:

اصل زر $= P = 1200$ روپے

مدت $= T = 3$ سال

منافع کی شرح $= r = 4\%$ سالانہ $= 0.04$ سالانہ

کمپاؤنڈ منافع $= C.I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$A = P(1+r)^t$

$A = 1200(1+0.04)^3$

$A = 1200(1.04)^3 = 1349.84$ روپے

کمپاؤنڈ منافع $= C.I = A - P$

$= 1349.84 - 1200 = 149.84$ روپے

(v)

اصل زر $= P = 10000$ روپے

مدت $= T = 3$ سال

منافع کی شرح $= r = 7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}\%$ سالانہ $= 0.075$ سالانہ

کمپاؤنڈ منافع $= C.I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$A = P(1+r)^t$

$A = 10000(1+0.075)^3$

$A = 10000(1.075)^3 = 12422.97$ روپے

$C.I = A - P$

$= 12422.97 - 10000 = 2422.97$ روپے

.12 وسیم نے 5000 روپے $5\frac{1}{4}\%$ سالانہ شرح پر کمپاؤنڈ منافع کے لیے لگائے۔ تیسرے سال کے اختتام پر رقم کیا ہوگی؟

حل:

اصل زر = $P = 5000$ روپے

منافع کی شرح = $r = 5\frac{1}{4}\%$ سالانہ $= 0.0525$ سالانہ

مدت = $T = 3$ سال

کمپاؤنڈ منافع = $C.I = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$A = P(1+r)^t$$
$$A = 5000(1+0.0525)^3$$
$$A = 5000(1.0525)^3 = 5829.57 \text{ روپے}$$

.13 جاوید نے 800 روپے $12\frac{1}{2}\%$ سالانہ شرح سے کمپاؤنڈ منافع کے لیے ششماہی کمپاؤنڈ کے حساب سے لگائے پہلے سال کے اختتام پر اسے کتنی رقم ملے گی؟

حل:

اصل زر = $P = 800$ روپے

سالانہ منافع کی شرح = $12\frac{1}{2}\% = \frac{25}{2}\%$ سالانہ $= 0.125$ سالانہ

ششماہی منافع کی شرح = $r = \frac{0.125}{2} = 0.0625$

مدت بحساب ششماہی = $T = 1$ سال $= \frac{12}{6} = 2$

کل منافع $A = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$A = P(1+r)^t$$
$$A = 800(1+0.0625)^2$$
$$A = 800(1.0625)^2 = 903.125 \text{ روپے}$$

سال کے اختتام پر جاوید کو 903.125 روپے ملیں گے۔

.14 سلیم نے 9000 روپے 2% سالانہ شرح سے کمپاؤنڈ منافع کے لیے روزانہ کمپاؤنڈ کے حساب سے لگائے۔ تیسرے دن کے اختتام پر رقم کیا ہوگی؟

حل:

اصل زر = $P = 9000$ روپے

منافع کی شرح = $r = 2\%$ سالانہ $= 0.02$ سالانہ $= \frac{0.02}{365} = 0.000054$ روزانہ

مدت = $T = 3$ دن

کل رقم = $A = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$A = P(1+r)^t$$
$$A = 9000(1+0.00054)^3$$
$$A = 9000(1.000054)^3 = 9001.47 \text{ روپے}$$

تیسرے دن کے اختتام پر رقم 9001.47 روپے ہوگی۔

حل مشق 4.3

1. ایک آدمی نے نیشنل بینک سے $12\frac{1}{2}\%$ سالانہ شرح پر 3 مارچ کو 1460 روپے ادھار لیے۔ اسے یکم جولائی کو کتنی رقم دینی ہوگی تا کہ قرض اتارا جاسکے۔

حل:

اصل زر = 1460

شرح = $12\frac{1}{2}\%$ سالانہ $= \frac{25}{2}\%$ سالانہ

3 مارچ سے یکم جولائی تک

مارچ = 29 دن

اپریل = 30 دن

مئی = 31 دن

جون = 30 دن

جولائی = 1 دن

ٹوٹل = 120 دن

$12\frac{1}{2}\%$ مارک اپ $= \frac{1460\times25\times120}{2\times100\times365} = 60$ روپے

یکم جولائی کو جتنی رقم ادا کرنا ہوگی = $60+1460 =$ 1520 روپے

2. ایک دوکاندار نے UBL بینک سے 3540 روپے $10\frac{3}{4}\%$ سالانہ شرح پر ادھار لیے اور اسی دن ساری رقم $11\frac{1}{2}\%$ سالانہ شرح پر ادھار میں دے دی۔ اسے 3 سال 4 ماہ بعد کتنا منافع ہوگا؟

حل:

اصل زر = 3540

شرح = $10\frac{3}{4}\%$ سالانہ $= \frac{43}{4}\%$ سالانہ

مدت = 3 سال 4 مہینے

تین سال کے لیے:

$10\frac{3}{4}\%$ مارک اپ $= \frac{3540\times43\times3}{4\times100} = 1141.65$

چار مہینے کے لیے:

$10\frac{3}{4}\%$ مارک اپ $= \frac{3540\times43\times4}{4\times100\times12} = 126.85$

کل مارک اپ $10\frac{3}{4}\%$ کی شرح سے جو دوکاندار نے ادا کیا $= 1141.65 + 126.85 = 1268.50$ روپے

ساری رقم $11\frac{1}{2}\%$ پر ادھار دی گئی:

شرح = $11\frac{1}{2}\% = 11\frac{1}{2}\% = \frac{23}{2}\%$

مدت = 3 سال 4 مہینے

اصل زر = 3540

3 سال کے لیے مارک اپ:

مارک اپ $11\frac{1}{2}\%$ = $\frac{3540 \times 23 \times 3}{2 \times 100} = 1221.30$

چار مہینے کے لیے مارک اپ:

مارک اپ $11\frac{1}{2}\%$ = $\frac{3540 \times 23 \times 4}{2 \times 100 \times 12} = 135.70$

$11\frac{1}{2}\%$ کی شرح سے کل مارک اپ کی رقم جو دکاندار نے وصول کی

= $1221.30 + 135.70 = 1357$

حاصل کیا گیا منافع = $1357 - 1268.50 = 88.50$

3. 2 سال کے لیے 6% سالانہ شرح کے حساب سے الائیڈ بینک نے 8034 روپے منافع کے طور پر حاصل کیے۔ بینک نے کتنے روپے قرضہ دیا؟

حل:

اصل زر = $P = ?$

شرح = $r = 6\% = 0.06$

مدت = 2 سال

منافع = 8034 روپے

فرض کریں اصل زر 100 روپے ہے

حتمی رقم = $P(1+r)^t$

حتمی رقم = $100\left(1+\frac{6}{100}\right)^2$

حتمی رقم = 112.36

منافع = $112.36 - 100$

منافع جب اصل زر 100 روپے ہو 12.36

جب منافع ایک روپیہ ہو تو اصل زر = $\frac{100}{12.36}$

جب منافع 8034 روپے ہو تو اصل زر = $\frac{8034 \times 100}{12.36}$ = 65000 روپے

لہٰذا، بینک نے 65000 روپے قرض دیا

4. ایک کمپنی نے 8% سالانہ شرح سادہ مارک اپ بینک الفلاح سے 6600 روپے قرض لیا۔ 11 ماہ بعد کمپنی کو بینک کو کیا دینا ہوگا؟

حل:

$P = 6600$ روپے

$R = 8\% = \dfrac{8}{100} = 0.08$

$T = 11$ مہینے $= \dfrac{11}{12}$ سال

مارک اپ = ?

مارک اپ $= \dfrac{6600 \times 8 \times 11}{100 \times 12} = \dfrac{5,80,800}{1200}$

$= 484$

بینک کو ادا کی گئی رقم = P + مارک اپ

$= 6600 + 484 = 7084$ روپے

5. اسلامی بینک 2.25% ماہانہ شرح سادہ مارک اپ شخصی قرض پر حاصل کرتا ہے اگر علی 2 سال اور ایک مہینے کے لیے 6400 روپے قرض لیتا ہے۔ تو اسے کتنا مارک اپ ادا کرنا ہوگا؟

حل:

اصل زر = P = 6400 روپے

شرح = R = 2.25% فی ماہ

مدت = T = 2 سال 1 مہینہ = (24+1) ماہ

= 25 ماہ

2 سال ایک ماہ کے لیے مارک اپ:

مارک اپ $= \dfrac{6400 \times 2.25 \times 25}{100}$ ∴ 2 سال = 24 مہینے

= 3600 روپے

لہٰذا، اسے کل 3600 روپے مارک اپ ادا کرنا ہوگا۔

6. 2,50,000 روپے پر ایک سال کے لیے کمپاؤنڈ مارک اپ 14% سالانہ شرح کے حساب سے معلوم کیجیے۔

حل:

اصل زر = P = 2,50,000 روپے

مدت = T = 1 سال

شرح = 14% سالانہ = $\dfrac{14}{100}$ سالانہ

مارک اپ (سالانہ) = $\dfrac{\text{شرح} \times \text{ادھار لی گئی رقم}}{100}$

$= 2,50,000 \times \dfrac{14}{100} \times 1 = 35000$ روپے

.7 600 روپے 4 سال کے لیے 6% سالانہ شرح سے کمپاؤنڈ منافع معلوم کیجیے۔

حل:

اصل زر = P = 600 روپے

مدت = t = 4 سال

شرح = r = 6% سالانہ $\frac{6}{100}$ 0.06 سالانہ

کمپاؤنڈ منافع = ?

ہم جانتے ہیں

$A = P(1 + r)^t$

$A = 600(1 + 0.06)^4$

$A = 600(1.2625) = 757.48$ روپے

کمپاؤنڈ منافع $= A - P$

$= 757.48 - 600$

$= 157.48$ روپے

.8 50,000 روپے 4% سالانہ شرح سے $1\frac{1}{2}$ سال کے لیے کمپاؤنڈ منافع معلوم کیجیے۔

حل:

اصل زر = 50000

شرح = 4%

مدت = $1\frac{1}{2}$ سال

حتمی رقم $= 50000\left(1+\frac{4}{100}\right)^1\left(1+\frac{2}{100}\right)^1$

$= 50000(1.04)(1.02)$

حتمی رقم = 53040

کمپاؤنڈ منافع $= 53040 - 50000$

کمپاؤنڈ منافع = 3040 روپے

.9 54000 روپے پر ایک سال کے لیے 12% سالانہ شرح سے کمپاؤنڈ منافع معلوم کیجیے۔

حل:

اصل زر = P = 54000 روپے

مدت = T = 1 سال

شرح = r = $12\% = \frac{12}{100} = 0.12$ سالانہ

کمپاؤنڈ منافع = ?

ہم جانتے ہیں

$A = P(1 + r)^t$

$A = 54000(1 + 0.12)^1$

$A = 54000 (1.12) = 60480$ روپے

کمپاؤنڈ منافع $= A - P$

$= 60480 - 54000 = 6480$ روپے

Insurance بیمہ

بیمہ پالیسی Insurance Policy

بیمہ یا انشورنس دو پارٹیوں کے درمیان ایک معاہدہ ہے جس میں ایک شخص یا پارٹی ایک رقم ماہانہ، سہ ماہی یا سالانہ اقساط کی صورت میں ایک خاص بیمہ کمپنی کو ادا کرنے پر تیار ہوتا ہے تاکہ زندگی، چوری اور نقصانات وغیرہ کو لاحق خطرات کے مقابلہ میں تحفظ مل سکے۔ اس معاہدہ کے تحت انشورنس کمپنی کو طے شدہ رقم یا نقصان کی اصل قیمت یا اچانک موت، خطرہ یا طے شدہ مدت کی تکمیل کی بناء پر واپس ادا کرنا ہوتی ہے۔

انشورنس میں استعمال ہونے والی بنیادی اصطلاحات درج ذیل ہیں۔

(i) ایک بیمہ کمپنی یا ادارہ جو بہت سے خطرات کے خلاف انشورنس کرتا ہے / انشورنس مہیا کرتی ہے اور بیمہ پالیسی جاری کرتا ہے اسے بیمہ کمپنی (Insurer) کہتے ہیں۔

(ii) ایک شخص جس کو انشورنس پالیسی جاری کی جاتی ہے جو کہ انشورنس کے معاہدہ میں فائدہ مند ہوتا ہے انشورڈ یا انشوریںٹ (بیمہ دار / بیمہ شدہ) کہلاتا ہے۔

(iii) دو پارٹیوں کے درمیان جو معاہدہ ہوتا ہے وہ انشورنس پالیسی کہلاتا ہے۔

(iv) انشورڈ (بیمہ دار) کی طرف سے وقفہ وقفہ سے ادا کی گئی اقساط پریمیم کہلاتی ہیں۔

(v) وہ مدت جس پر بیمہ دار اور بیمہ کمپنی دونوں راضی ہوں میچورٹی کہلاتا ہے۔

(vi) معاہدہ کی کل رقم جسے میچورٹی یا راضی شدہ مدت کے اختتام پر واپس ادا کی جاتی ہے اس میں اصل رقم جو قسطوں میں ادا کی گئی ہو اور منافع شامل ہو بونس کہلاتا ہے۔

لائف انشورنس اور گاڑی کی انشورنس *Life Insurance and Veicle Insurance*

عام طور پر انشورنس دو قسم کی ہوتی ہے۔

(i) لائف انشورنس (ii) گاڑی اور جائیداد کی انشورنس

لائف انشورنس *Life Insurance*

لائف انشورنس ایک معاہدہ ہے۔ جس میں فریقین کے درمیان اصل رقم اور منافع جسے بونس کہتے ہیں کہ واپس ادائیگی کے لیے ایک میچورٹی مدت پر اتفاق ہو جاتا ہے۔ دوسری صورت میں بیمہ دار کی مدت واقع ہونے پر یا کسی حادثہ وغیرہ پر (ان میں سے جو بھی پہلے واقع ہو) انشورنس ادا کی جاتی ہے۔ ایک شخص بڑھاپے یا کسی نااہلی کے لیے بھی انشورنس پالیسی لے سکتا ہے جس کی رقم بیمہ دار کی آمدنی کا 5% سے 10% تک ہو سکتی ہے۔

گاڑی کی انشورنس Vehicle Insurance

بعض اوقات افراد یا کمپنیاں اپنی گاڑیوں یا جائیداد کے چوری ہونے، حادثات کا شکار ہونے یا آگ لگنے کے خطرہ کے پیش نظر انشورنس پالیسیاں حاصل کرتی ہیں۔ پالیسی کی رقم چیز کی کل قیمت یا جزوی قیمت ہوتی ہے۔ جبکہ پریمیم چیز کی اصل قیمت یا پالیسی کی کل رقم کا کچھ فیصد ہوتا ہے۔ اس کا کمپنی قوانین کے تحت مختلف مدتوں کے لیے مختلف شرح کے حساب سے فیصلہ کیا جاتا ہے۔ پہلا پریمیم عام طور پر ایک سال کی اقساط کی کل رقم ہوتا ہے۔

حل مشق 4.4

1. اگر پریمیم کی رقم درج ذیل طریقہ سے نکالی جائے۔

پالیسی کی رقم 0.25% + پالیسی اکم کا 4.5% = سالانہ پریمیم پالیسی فیس زیادہ سے زیادہ 200 روپے۔

ششماہی پریمیم جو کہ سالانہ پریمیم کا 52% ہو۔

سہ ماہی پریمیم جو کہ سالانہ پریمیم کا 27% ہو۔

ماہانہ پریمیم جو کہ سالانہ پریمیم کا 9% ہو۔

تب درج ذیل جدول کو پریمیم نکالنے کے لیے مکمل کیجیے۔ مزید کمپنی کو ادا کی گئی کل رقم بھی معلوم کیجیے۔

پالیسی کی رقم	سالانہ پریمیم	ششماہی پریمیم	سہ ماہی پریمیم	ماہانہ پریمیم
(i) 50,000				
(ii) 100,000				
(iii) 150,000				
(iii) 200,000				

حل: (i)

پالیسی کی کل رقم $= 50000$ روپے

4.5% کی شرح سے پہلا پریمیم $= 4.5\% \times 50000 = \frac{4.5}{100} \times 50000 = 2250$ روپے

پالیسی فیس 0.25% کی شرح سے $= 0.25\% \times 50000$ روپے

$= \frac{0.25}{100} \times 50000 = 125$ روپے

پالیسی فیس + پہلا پریمیم = سالانہ پریمیم

$= 2250 + 125 = 2375$ روپے

52% @ ششماہی پریمیم $= \frac{52}{100} \times 2375 = 1235$ روپے

27% @ سہ ماہی پریمیم $= \frac{27}{100} \times 2375 = 641.25$ روپے

ماہانہ پریمیم@ 9% = $\frac{9}{100}\times 2375 = 213.75$ روپے

حل: (ii) پالیسی کی کل رقم = 100,000 روپے

4.5% کی شرح سے پہلا پریمیم = $\frac{4.5}{100}\times 100000 = 4500$ روپے

پالیسی فیس = 200 روپے

پالیسی فیس + پہلا پریمیم = سالانہ پریمیم

= $4500 + 200 = 4700$ روپے

ششماہی پریمیم@ 52% = $\frac{52}{100}\times 4700 = 2444$ روپے

سہ ماہی پریمیم@ 27% = $\frac{27}{100}\times 4700 = 1269$ روپے

ماہانہ پریمیم@ 9% = $\frac{9}{100}\times 4700 = 423$ روپے

حل: (iii) پالیسی کی کل رقم = 150000 روپے

4.5% کی شرح سے پہلا پریمیم = $\frac{4.5}{100}\times 150000 = 6750$ روپے

پالیسی فیس = 200 روپے

پالیسی فیس + پہلا پریمیم = سالانہ پریمیم

= $6750 + 200 = 6950$ روپے

ششماہی پریمیم@ 52% = $\frac{52}{100}\times 6950\times = 3614$ روپے

سہ ماہی پریمیم@ 27% = $\frac{27}{100}\times 6950 = 1876.5$ روپے

ماہانہ پریمیم@ 9% = $\frac{9}{100}\times 6950 = 625.50$ روپے

حل: (iv) پالیسی کی کل رقم = 200000 روپے

4.5% کی شرح سے پہلا پریمیم = $200000 = \frac{4.5}{100}\times 200000 = 9000$ روپے

پالیسی فیس = 200 روپے

سالانہ پریمیم = پالیسی فیس + پہلا پریمیم

= $9000 + 200 = 9200$ روپے

ششماہی پریمیم@ 52% = $\frac{52}{100}\times 9200 = 4784$ روپے

27% @سہ ماہی پریمیم $= \frac{27}{100} \times 9200 = 2484$ روپے

9% @ماہانہ پریمیم $= \frac{9}{100} \times 9200 = 828$ روپے

.2 اگر ایک انشورڈ، انشورنس پالیسی حاصل کرنے کے 2 سال بعد انتقال کر گیا ہو تو اس کے ورثا کو وصول ہونے والی رقم معلوم کیجیے جبکہ:

پالیسی کی رقم = 50,000 روپے　　پریمیم سالانہ کی شرح سے = 4.2%

پالیسی فیس = 0.3 %　　فیملی انکم معاہدہ = 0.6%

سالانہ انکم جس کا کمپنی نے وعدہ کیا = 6000 روپے

میچورٹی کی مدت = 22 سال　　بونس = 4.5%

حل:

پالیسی کی کل رقم = 50000 روپے

4.2% کی شرح سے پہلا پریمیم $= \frac{4.2}{100} \times 50000 = 2100$ روپے

پالیسی فیس 0.3% کی شرح سے $= \frac{0.3}{100} \times 50000 = 150$ روپے

فیملی انکم معاہدہ کی شرح سے $= \frac{0.6}{100} \times 50000 = 300$ روپے

فیملی پالیسی فیس + پالیسی فیس + پہلا پریمیم = سالانہ پریمیم

$= 2100 + 150 + 300 = 2550$ روپے

پالیسی کی کل رقم = 50000 روپے

بونس 4.5% پر $= \frac{4.5}{100} \times 50000 = 2250$ روپے

بونس زندگی کے 2 سال کے لیے $= 2250 \times 2 = 4500$ روپے

20 سال کے لیے سالانہ آمدنی $= 6000 \times 20 = 1,20,000$ روپے

کل ادا شدہ رقم $= 50,000 + 1,20,000 + 4,500$

$= 1,74,500$ روپے

.3 احمد علی نے اپنے گھر جس کی قیمت 75,00,000 روپے تھی۔ 4 سالہ مدت کے لیے 2% کی شرح سے انشور کرایا۔ اگر قیمت میں کمی کی شرح 10% سالانہ ہو تو اس نے 4 سال میں کمپنی کو کیا رقم ادا کی؟

حل:

گھر کی مالیت = 75,00,000 روپے

انشورنس کی شرح = 2 %

مدت = 4 سال

قیمت میں کمی کی شرح = 10 % سالانہ

پہلا پریمیم = 75,00,000 روپے کا 2%

$= \frac{2}{100}\times 75,00,000 = 1,50,000$ روپے

قیمت میں کمی کی شرح $=$ 10% کا 75,00,000

$= \frac{10}{100}\times 75,00,000 = 7,50,000$ روپے

کمی کے بعد گھر کی قیمت $= 7,500,000 - 750000 = 6,750,000$ روپے

دوسرا پریمیم $=$ 2% کا 67,50,000

$= \frac{2}{100}\times 67,50,000 = 1,35,000$ روپے

قیمت میں کمی کی شرح $=$ 10% کا 6750,000

$= \frac{10}{100}\times 67,50,000 = 6,75,000$ روپے

کمی کے بعد گھر کی قیمت $= 6,750,000 - 675,000 = 6075000$ روپے

تیسرا پریمیم $=$ 2% کا 60,75,000

$= \frac{2}{100}\times 60,75,000 = 1,21,500$ روپے

قیمت میں کمی کی شرح $= 10\% = 60,75,000$

$= \frac{10}{100}\times 60,75,000 = 6.07,500$ روپے

قیمت میں کمی کے بعد گھر کی قیمت $= 60,75,000 - 6.07,500 = 54,67,500$ روپے

چوتھا پریمیم $= 0$

پہلا سال $=$ 150000 روپے

دوسرا سال $=$ 135000 روپے

تیسرا سال $=$ 121500 روپے

چوتھا سال $= 0$

کل رقم $=$ 4,06,500 روپے

پس، احمد علی نے 4 سال میں کمپنی کو 406,500 روپے ادا کیے۔

4. **ندیم اپنی دوکان کی 3 سال کے لیے 3% کی سالانہ شرح انشورنس دکان کی قیمت میں کمی کی شرح 5% سالانہ ہے۔ اگر اس نے 21000 روپے پہلے پریمیم کے طور پر ادا کیے ہوں تو اس کی دکان کی قیمت معلوم کیجیے۔ اگر اس نے 2 سال بعد 2,00,000 روپے کا کلیم کیا ہو اسے کیا فائدہ ہوا؟**

حل: فرض کیا کہ

دکان کی کل مالیت $= x$ روپے

$= 3\% \times x = 21000$

$\frac{3}{100}\times x = 21000$

$x = 21000\times\frac{100}{3} = 7,00,000$ روپے

دکان کی کل مالیت = 700,000 روپے
کمی کی شرح = 5%
قیمت میں کمی = 5% کا 7,00,000
$= \frac{5}{100} \times 700000 = 35000$ روپے
کل قیمت میں کمی = $7,00,000 - 35000 = 6,65,000$ روپے
دوسرا پریمیم = $3\% \times 6,65,000$
$= \frac{3}{100} \times 6,65,000 = 19950$ روپے
قیمت میں کمی = $5\% \times 6,65,000$
$= \frac{5}{100} \times 6,65,000 = 33250$ روپے
کل قیمت میں کمی = $6,65,000 - 33250 = 6,31,750$ روپے
تیسرا پریمیم = 0
پہلا سال = 21000 روپے
دوسرا سال = 19950 روپے
تیسرا سال = 0 روپے

کل رقم جو ندیم نے ادا کی = 40,950 روپے
ندیم نے جتنا کلیم کیا = 200000 روپے
ندیم کو جتنا فائدہ ہوا = $200000 - 40950 = 159050$ روپے

5. عادل نے ایک چلتا ہوا کاروبار 10,00,000 روپے میں خریدا اور اس کی انشورنس 4 سال کے لیے 2.5% پریمیم کی شرح سے کرائی۔ 3 سال بعد اس نے اصل نقصان کا کلیم 5,00,000 روپے حاصل کیا۔ اس نے انشورنس کے ذریعے کتنا نقصان پورا کیا؟

حل:
بزنس کی مالیت = 10,00,000 روپے
انشورنس کی شرح = 2.5% سالانہ
مدت = 4 سال
پہلا پریمیم = $2.5\% \times 10,00,000$
$= \frac{2.5}{100} \times 10,00,000 = 25000$ روپے
قیمت میں کمی = $10\% \times 10,00,000$
$= \frac{10}{100} \times 10,00,000 = 1,00,000$ روپے
کمی کے بعد قیمت = $10,00,000 - 1,00,000 = 9,00,000$ روپے
دوسرا پریمیم = $2.5\% \times 9,00,000$

$= \frac{2.5}{100} \times 9,00,000 = 22500$ روپے

قیمت میں کمی $= 10\% \times 9,00,000$

$= \frac{10}{100} \times 9,00,000 = 90,000$ روپے

کمی کے بعد قیمت $= 9,00,000 - 90,000 = 8,10,000$ روپے

تیسرا پریمیم $= 2.5\% \times 8,10,000$

$= \frac{2.5}{100} \times 8,10,000 = 20,250$ روپے

قیمت میں کمی $= 10\% \times 8,10,000$

$= \frac{10}{100} \times 8,10,000 = 81,000$ روپے

کمی کے بعد قیمت $= 8,10,000 - 81,000 = 7,29,000$ روپے

چوتھا پریمیم $= 0$

پہلا سال = 25000 روپے

دوسرا سال = 22500 روپے

تیسرا سال = 20250 روپے

چوتھا سال = 0

کل جتنی رقم ادا کی = 67,750 روپے

اصل نقصان کا کلیم = 500,000

عادل نے انشورنس کے ذریعہ جتنا نقصان پورا کیا $= 500,000 - 67,750 = 432,250$ روپے

6. جاوید نے اپنی کار کے لیے 8,50,000 روپے کی انشورنس پالیسی 3 سال کے لیے 4.25% سالانہ پریمیم پر خریدی۔ وہ کل کتنی رقم ادا کرے گا اگر اس نے اس مدت میں نقصان کا کلیم نہ کیا ہو؟ جبکہ قیمت میں کمی کی شرح 10% ہو۔

حل:

کار کی مالیت = 8,50,000

انشورنس کی شرح = 4.25% سالانہ

مدت = 3 سال

قیمت میں کمی کی شرح = 10 %

پہلا پریمیم $= 4.25\% \times 8,50,000$

$= \frac{4.25}{100} \times 8,50,000 = 36,125$ روپے

قیمت میں کمی = 10% کا 8,50,000

$= \frac{10}{100} \times 8,50,000 = 85,000$ روپے

کمی کے بعد قیمت $= 8,50,000 - 85,000 = 7,65,000$ روپے

دوسرا پریمیم = 4.25 % کا 7,65,000

$= \frac{42.5}{100} \times 7,65,000 = 32,512.50$ روپے

قیمت میں کمی $= 10\% \times 7,65,000$

$= \frac{10}{100} \times 7,65,000 = 76,500$ روپے

کمی کے بعد قیمت $= 7,65,000 - 76,000 = 6,88,500$ روپے

پہلا سال = 36125 روپے

دوسرا سال = 32512.50 روپے

تیسرا سال = 0 روپے

کل جتنی رقم ادا کی = 68,637.50 روپے

7. رحمان نے ایک گاڑی 7,50,000 روپے میں خریدی اور اسے 5 سال کے لیے 3.5% کی شرح سے انشور کرایا۔ اگر اس نے اس مدت میں 1,00,000 روپے نقصان کا کلیم حاصل کیا ہو تو اس نے خطرہ سے بچت کے لیے کتنی رقم ادا کی ہوگی؟ جبکہ قیمت میں کمی کی شرح 10% ہو۔

حل:

گاڑی کی مالیت = 7,50,000

انشورنس کی شرح = 3.5%

مدت = 4 سال

قیمت میں کمی کی شرح = 10%

پہلا پریمیم $= 3.5\% \times 7,50,000$

$= \frac{3.5}{100} \times 7,50,000 = 26250$ روپے

قیمت میں کمی $= 10\% \times 7,50,000$

$= \frac{10}{100} \times 7,50,000 = 75,000$ روپے

کمی کے بعد قیمت $= 7,50,000 - 75,000 = 6,75,000$ روپے

دوسرا پریمیم $= 3.5\% \times 6,75,000$

$= \frac{3.5}{100} \times 6,75,000 = 23625$ روپے

قیمت میں کمی $= 10\% \times 6,75,000$

$= \frac{10}{100} \times 6,75,000 = 67,500$ روپے

کمی کے بعد قیمت $= 6,75,000 - 67,500 = 6,07,500$ روپے

تیسرا پریمیم $= 3.5\% \times 6,07,500$

$= \frac{3.5}{100} \times 6,07,500 = 21262.50$ روپے

قیمت میں کمی $= 10\% \times 6,07,500$

$= \frac{10}{100} \times 6,07,500 = 60,750$ روپے

کمی کے بعد قیمت $= 6,07,500 - 60,750 = 5,46,750$ روپے

چوتھا پریمیم $= 3.5\% \times 5,46,750$

$= \frac{3.5}{100} \times 5,46,750 = 19,136.25$ روپے

قیمت میں کمی $= 10\% \times 5,46,750$

$= \frac{10}{100} \times 5,46,750 = 54,675$ روپے

کمی کے بعد قیمت $= 5,46,750 - 54,675 = 4,92,075$ روپے

پانچواں پریمیم $= 0$

پہلا سال $= 26250$ روپے

دوسرا سال $= 23625$ روپے

تیسرا سال $= 21262.50$ روپے

چوتھا سال $= 19,136.25$ روپے

پانچواں سال $= 0$ روپے

کل رقم $= 90,273.75$ روپے

.8 ماریہ نے اپنی کار کے لیے %3.25 کی شرح سے 3 سال کے لیے انشورنس پالیسی لی۔ جس کا پہلا پریمیم 26000 روپے ہے۔ کار کی قیمت بتایئے۔ نیز دوسرے اور تیسرے پریمیم کی رقم بھی معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا کہ

کار کی قیمت $= x$

انشورنس کی شرح $= 3.25\%$

مدت $= 3$ سال

پہلا پریمیم $= 3.25\% \times x$

$\frac{3.25}{100} \times x = 26000$

$x = 26000 \times \frac{100}{3.25} = 8,00,000$ روپے

کار کی مالیت $= 8,00,000$ روپے

قیمت میں کمی $= \frac{10}{100} \times 8,00,000 = 80,000$ روپے

قیمت میں کمی کی شرح $= 8,00,000 - 80,000 = 7,20,000$ روپے

دوسرا پریمیم $= 3.25\% \times 7,20,000$

$= \frac{3.25}{100} \times 7,20,000 = 23,400$ روپے

قیمت میں کمی کی شرح $= 10\% \times 7,20,000$

$= \frac{10}{100} \times 7,20,000 = 72,000$ روپے

قیمت میں کمی کی شرح $= 7,20,000 - 7,20,000 = 6,48,000$ روپے

تیسرا پریمیم $= 0$

4.5 لیزنگ/فنانسنگ Leasing / Financing

لیزنگ/فنانسنگ Leasing / Financing

لیز (Lease) ایک معاہدہ ہے۔ جس میں اثاثہ کا مالک جسے لیسر (Lessor) کہتے ہیں اثاثہ کرایہ پر لینے والے کو ایک خاص مدت کے لیے کرایہ کی ادائیگی کے بدلے میں اثاثہ کو استعمال کرنے کی اجازت دیتا ہے۔ لیز پر دیئے گئے اثاثہ کی ملکیت لیز کے دورانیہ میں اثاثہ کے مالک کے پاس ہی رہتی ہے۔

کاروباری فرمز کے لیے دو قسم کی لیز کی سہولت ہوتی ہے۔

(1) آپریشنل لیز Operational Lease

یہ کم مدت کے لیے لیز ہوتی ہے جو کہ اثاثے رکھنے والی فرم کی صوابدید پر قابل تنسیخ ہوتی ہے۔ ایسی لیزیں عام طور پر کمپیوٹر ہارڈ ویئر، مشینری اور آلات وغیرہ جیسی اشیاء کی لیزنگ میں استعمال ہوتی ہیں۔

(2) فنانشل لیز Financial Lease

یہ لیز لمبی مدت کے لیے ہوتی ہے جو کہ لیسی کی طرف سے ناقابل تنسیخ معاہدہ کی ذمہ داری ہوتی ہے تاکہ فرم جس کے اثاثے ہوتے ہیں جسے لیسر کہتے ہیں کو اثاثوں کے استعمال پر سلسلہ وار ادائیگی ہوتی رہے۔

(i) موٹر گاڑیوں کی لیزنگ/فنانسنگ Leasing / Financing of Motor Vehicle

ذرائع آمد ورفت کے لیے قرضہ یا کار فنانسنگ کنزیومر فنانس لینے کی بڑی قسم ہے۔ اس سہولت سے فائدہ اٹھاتے ہوئے ایک گاہک کار فنانسنگ کی شرائط پر بینک میں پیسے جمع کراتے ہوئے کار خرید سکتا ہے۔ گاہک کے لیے فنانس میں کمی بینک پورا کرتا ہے۔ جس کے بدلے میں بینک گاہک سے اقساط کی شکل میں فنانس اور مارک اپ (Mark up) وصول کرتا ہے۔

(ii) نقد ادائیگی Down Payment

گاہک کو درخواست فارم کے ساتھ بینک میں نقد ادائیگی کرنا ہوتی ہے۔ نقد ادائیگی کار کی 15% ایکوئی کی قیمت (Equity Value) انشورنس کی لاگت، ایک ماہ کی قسط اور پروسینگ فیس پر مشتمل ہوتی ہے۔

(iii) موٹر گاڑیوں کی انشورنس Motor Vehicle Insurance

بینک کے مفاد کو بہتر انداز میں محفوظ رکھنے کے لیے موٹر گاڑی جس کو بینک نے فنانس کیا ہوتا ہے کی جامع انشورنش کی جاتی ہے جو کہ گاڑی کے متعلق تمام خدشات کو دور کرتی ہے۔ تمام گاڑیوں کی بینک کی منظور شدہ انشورنس ایجنسی یا کمپنی سے انشورنس کرائی جاتی ہے۔

بینک انشورنس اور پریمیم (Premium) کا انتظام کرتا ہے جس کو قرض دار سے وصول کیا جاتا ہے۔

(iv) پروسیسنگ اخراجات Processing Charges

کسی گاڑی کی فنانسنگ کے لیے دی گئی درخواست کو قابل عمل بنانے کے لیے بینک جو رقم وصول کرتا ہے۔ اسے پروسیسنگ کے اخراجات کہتے ہیں۔ یہ اخراجات عام طور پر بینک کے شیڈول میں لکھے ہوتے ہیں۔ عام طور پر یہ اخراجات 3000 روپے سے لے کر 5000 روپے تک ہوتے ہیں۔

(v) ماہانہ اقساط کی شکل میں رقم کی واپسی Repayment in Monthly Installments

اس کو اموٹائزیشن (Amortization) کا شیڈول بھی کہتے ہیں۔ یہ وہ شیڈول ہے جو قرض یا فنانس کی گئی رقم کی واپسی کو قرضہ کی واپسی کی مدت میں اصل زر اور منافع کی وقفوں میں ادائیگی کو ظاہر کرتا ہے۔

حل مشق 4.5

1. درج ذیل میں ہر ایک کے لیے:

(i) آپ کو فنانسنگ کے ذریعے ادائیگی کے لیے کتنی اضافی رقم ادا کرنا ہوگی؟

(ii) اضافی رقم جو کہ نقد رقم کی ایک خاص شرح سے لی گئی ہو کو بیان کیجیے۔

	نقد رقم (روپوں میں)	فنانسنگ کی شرائط: ڈاؤن پے منٹ (روپوں میں)	ماہانہ اقساط (روپوں میں)	اقساط کی تعداد
(a)	360 روپے	50 روپے	40 روپے	10
(b)	900 روپے	150 روپے	75 روپے	12
(c)	25000 روپے	10000 روپے	500 روپے	36

حل: (a)

رقم = 360 روپے

ڈاؤن پے منٹ = 50 روپے

ماہانہ قسط = 40 روپے

کل اقساط = 10

بقیہ رقم = $360 - 50$

= 310 روپے

اقساط کی کل رقم = $10 \times 40 = 400$ روپے

10 اقساط میں اضافی ادا کی گئی رقم = $400 - 310 = 90$ روپے

کل رقم کے حساب سے ادا کی گئی اضافی رقم کی شرح

کل رقم کی شرح = $\frac{90}{360} \times 100$

$= \frac{90\times100}{360}\,\% = \frac{9000}{360}\% = 25\%$

حل: (b)

رقم $=$ 900 روپے

ڈاؤن پیمنٹ $=$ 150 روپے

ماہانہ قسط $=$ 75 روپے

کل اقساط $= 12$

بقیہ رقم ڈاؤن پیمنٹ کے بعد $=$ رقم - ڈاؤن پیمنٹ

$= 900 - 150 = 750$

ٹوٹل اقساط کی رقم $= 12 \times 75 = 900$ روپے

12 اقساط میں اضافی ادا کی گئی رقم $= 900 - 750 = 150$ روپے

کل رقم کے حساب سے ادا کی گئی اضافی رقم

کل رقم کی شرح $= \frac{150}{900}\times\frac{100}{100}$

$= \frac{15000}{900}\times\frac{1}{100}$

$= \frac{15000}{900}\% = \frac{150}{9}\%$

$= 16\frac{6^2}{9_3}\% = 16\frac{2}{3}\%$

حل: (c)

رقم $=$ 25000 روپے

ڈاؤن پیمنٹ $=$ 10000 روپے

ماہانہ قسط $=$ 500 روپے

کل اقساط $= 36$

بچت کی رقم $=$ رقم - ڈاؤن پیمنٹ

$= 25000 - 10000 = 15000$ روپے

ٹوٹل اقساط کی رقم $= 36\times500 = 18000$ روپے

36 اقساط میں اضافی ادا کی گئی رقم $= 18000 - 15000$

$= 3000$ روپے

کل رقم کے حساب سے ادا کی گئی اضافی رقم

کل رقم کی شرح $= \frac{3000}{25000}\times100\% = \frac{300}{25}\% = 12\%$

.2 پرویز ایک کمرے میں لگانے والا ائیر کنڈیشنر 900 روپے میں خریدتا ہے۔ وہ 20% ادائیگی کرتا ہے اور بقیہ رقم اور مارک اپ 48 ماہ میں ادا کرتا ہے۔ اگر مارک اپ کی شرح 10% سالانہ ہو تو درج ذیل معلوم کیجیے۔

(i) ماہانہ قسط کی قیمت (ii) نقد رقم ادا کرتے ہوئے کتنی بچت ہوگی؟

حل:

رقم = 900 روپے

مدت = 4 سال

ڈاؤن پیمنٹ = 900 کا 20%

$= \frac{20}{100} \times 900 = 180$ روپے

ڈاؤن پیمنٹ کے بعد بقیہ رقم = $900 - 180 = 720$ روپے

مارک اپ @ 10% = $\frac{720 \times 10 \times 4}{100} = 288$

10 اقساط میں اضافی ادا کی گئی کل رقم = $720 + 288 = 1008$ روپے

کل رقم کے حساب سے ادا کی گئی ماہانہ قسط

ماہانہ قسط = $\frac{1008}{48} = 21$ روپے

کل ادا شدہ رقم = مارک اپ + ڈاؤن پیمنٹ

$= 180 + 1008 = 1188$ روپے

نقد رقم ادا کرتے ہوئے جتنی بچت ہوگی = $1188 - 900 = 288$ روپے

.3 درج ذیل میں ہر ایک کے لیے:

(i) سامان کی فنانشل قیمت معلوم کیجیے۔

(ii) نقد رقم ادا کر کے وہ بچت بتلائے جو نقد رقم پر شرح سود کے ساتھ ادا کرنا تھی۔

	آئیٹم	نقد رقم (روپوں میں)	جمع کرانے والی رقم کی شرح	اقساط کی تعداد	ماہانہ اقساط (روپوں میں)
(a)	کمپیوٹر	200 روپے	10%	24	9 روپے
(b)	پرنٹر	450 روپے	15%	18	25 روپے
(c)	سیکنر	1600 روپے	25%	30	52 روپے

حل:

(a) نقد رقم = 200 روپے

ڈاؤن پیمنٹ = $10\% \times 200 = \frac{10}{100} \times 200 = 20$ روپے

بچت کی رقم جو شرح سود کے ساتھ ادا کرنا تھی = $200 - 20 = 180$ روپے

کل اقساط کی رقم $= 24\times 9 = 216$

24 اقساط میں اضافی ادا کی گئی رقم $= 216 - 180 = 36$ روپے

کمپیوٹر کی فنانشل قیمت $= 200 + 36 = 236$

اداشدہ اضافی رقم کی شرح $= \frac{36}{200}\times 100\% = \frac{3600}{200}\% = \frac{36}{2}\% = 18\%$

حل: (b)

نقد رقم $= 450$

ڈاؤن پیمنٹ $= 15\% \times 450 = \frac{15}{100}\times 450 = 67.50$ روپے

بچت کی رقم جو شرح سود کے ساتھ ادا کرنا تھی $= 450 - 67.50 = 382.50$

کل اقساط کی رقم $= 18\times 25 = 450$ روپے

18 اقساط میں اضافی ادا کی گئی رقم $= 450 - 382.50 = 67.50$ روپے

پرنٹر کی فنانشل قیمت $= 450 + 67.50 = 517.50$ روپے

اداشدہ اضافی رقم کی شرح $= \frac{67.50}{450}\times 100\%$

$= \frac{67.50\times 100}{450}\%$

$= \frac{6750}{450}\% = 15\%$

حل: (c)

نقد رقم $= 1600$

ڈاؤن پیمنٹ $= 25\% \times 1600$

$= \frac{25}{100}\times 1600 = 400$ روپے

ڈاؤن پیمنٹ کے بعد بقیہ رقم $= 1600 - 400 = 1200$ روپے

کل اقساط کی رقم $= 30\times 52 = 1560$

30 اقساط میں اضافی ادا کی گئی رقم $= 1560 - 1200 = 360$

سکینر کی فنانشل قیمت $= 1600 + 360 = 1960$ روپے

اداشدہ رقم کی شرح $= \frac{360}{1600}\times 100\%$

$= \frac{36000}{1600} = 22.5\%$

4. درج ذیل میں ہر ایک کے لیے معلوم کیجیے۔

(i) ماہانہ قسط

(ii) کرایہ دارانہ خریداری کی صورت میں قیمت اور نقد قیمت کے درمیان فرق، نقد قیمت کے فیصد کی صورت میں

	نقد رقم	کرایہ دارانہ خریداری کی شرائط
(a)	800روپے	100روپیہ جمع کروانے پر بقیہ %8 مارک اپ ایک سال کے لیے
(b)	8000روپے	200روپیہ جمع کروانے پر بقیہ %10 مارک اپ اڑھائی سال کے لیے
(c)	1200روپے	200روپیہ جمع کروانے پر بقیہ %15 مارک اپ $1\frac{1}{3}$ سال کے لیے

حل: (a)

رقم = 800

ڈاؤن پیمنٹ = 100

مارک اپ = 8 %

مدت = 1 سال = 12 ماہ

بچت کی رقم = $800 - 100 = 700$

مارک اپ @ 8% = $\frac{8 \times 700 \times 1}{100} = 56$

12 اقساط میں ادا کی گئی رقم = $700 + 56 = 756$

ماہانہ قسط = $\frac{756}{12} = 63$ روپے

کل ادا کی گئی رقم = $100 + 756 = 856$

فنانسنگ کی صورت میں اضافی ادا شدہ رقم = $856 - 800 = 56$ روپے

اضافی ادا شدہ رقم کی شرح = $\frac{\text{اضافی رقم}}{\text{نقد رقم}} \times 100\%$

$= \frac{56}{800} \times 100\% = 7\%$

حل: (b)

نقد رقم = 8000

ڈاؤن پیمنٹ = 200

مارک اپ = 10 %

مدت = $2\frac{1}{2}$ سال = 2.5 سال = 30 ماہ

بچت کی رقم = $8000 - 200 = 7800$

مارک اقساط @ 10% = $\frac{7800 \times 10 \times 2.5}{100} = 1950$

30 اقساط میں ادا کی گئی رقم = $7800 + 1950 = 9750$

ماہانہ قسط = $\frac{9750}{30} = 325$ روپے

کرایہ دارانہ خرید پر ادا کی گئی کل رقم = $200 + 9750 = 9950$ روپے

ادا شدہ اضافی رقم کی شرح $= \frac{\text{اضافی رقم}}{\text{نقد رقم}} \times 100\%$

$= \frac{1950}{8000} \times 100\% = 24.36\%$

حل: (c)

رقم $= 1200$

ڈاؤن پیمنٹ $= 200$

مارک اپ $= 15\%$

مدت $= 1\frac{1}{3}$ سال $= 1.3$ ماہ

بچت کی رقم $= 1200 - 200 = 1000$ روپے

مارک اپ @ 15% $= \frac{1000 \times 15 \times 1.3}{100} = 195$ روپے

12 اقساط میں ادا کی گئی رقم $= 1000 + 195 = 1195$ روپے

ماہانہ قسط $= \frac{1195}{16} = 74.69 = 75$ روپے

کرایہ دارانہ خرید پر ادا کی گئی کل رقم $= 200 + 1195 = 1395$ روپے

اضافی رقم $= 1395 - 1200 = 195$ روپے

ادا شدہ اضافی رقم کی شرح $= \frac{\text{اضافی رقم}}{\text{نقد رقم}} \times 100\%$

$= \frac{195}{1200} \times 100\% = 16.25\%$

.5 ایک کمپیوٹر پیکج خریدنے کے لیے نقد قیمت 3200 روپے تھی۔ ڈاؤن پے منٹ کی ادائیگی 15% بقیہ رقم اور مارک اپ 24 ماہ میں ادا کیے گئے۔ مارک اپ کی شرح 9.5% تھی۔

(i) پیکج کی قیمت معلوم کیجیے اگر اسے کرایہ دارانہ خریداری پر لیا گیا ہو۔

(ii) کرایہ دارانہ خرید اور نقد خرید کی صورت میں قیمتوں کے درمیان فرق معلوم کیجیے۔

(iii) نقد رقم کی شرح کے لحاظ سے حاصل کیے گئے فرق کو بیان کیجیے۔

حل: (a)

رقم $= 3200$

ڈاؤن پیمنٹ $= 15\% \times 3200$

$= \frac{15}{100} \times 3200 = 480$

مدت $= 24$ ماہ $= 2$ سال

مارک اپ $= 9.5\%$

سیونگ رقم ڈاؤن پیمنٹ $= 3200 - 480 = 2720$

مارک اپ @ 9.5% $= \dfrac{2720 \times 9.5 \times 2}{100} = 516.80$

24 اقساط میں ادا کی گئی اضافی رقم $= 2720 + 516.80 = 3236.80$

ہر ماہ میں انسٹالمنٹ $= \dfrac{3236.80}{24} = 134.87$

24 اقساط میں ادا کی گئی رقم $= 480 + 3236.80 = 3716.80$

کل ادا کی گئی اضافی رقم $= 3716.80 - 3200 = 516.80$

ادا شدہ اضافی رقم کی شرح $= \dfrac{\text{اضافی رقم}}{\text{نقد رقم}} \times 100\%$

$= \dfrac{516}{3200} \times 100\% = 16.15\%$

حل جائزہ مشق نمبر 4

1. صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) چیک کی طرح کا انسٹرومنٹ جسے بینک نے گاہک کی درخواست پر جاری کیا ہوا ہے:

(a) پے آڈر کہتے ہیں (b) چیک کہتے ہیں (c) بینک ڈرافٹ کہتے ہیں (d) ایکسچینج کا بل کہتے ہیں

(ii) وہ شخص یا چیز جس کی انشورنس کی جاتی ہوا ہے:

(a) انشورر کہتے ہیں (b) انشورڈ کہتے ہیں (c) ڈرار کہتے ہیں (d) لیزی کہتے ہیں

(iii) کمپنی جو انشورنس کے عمل کو آگے بڑھاتی ہے:

(a) انشورر کہتے ہیں (b) انشورڈ کہتے ہیں (c) انشورنش کہتے ہیں (d) انشورنس پالیسی کہتے ہیں

(iv) انشورڈ کے ذریعے ادا کی گئی قسط کو:

(a) بونس کہتے ہیں (b) ڈسکاؤنٹ کہتے ہیں (c) پریمیم کہتے ہیں (d) مارک اپ کہتے ہیں

(v) قرض دینے پر جو رقم بینک واپس حاصل کرتا ہے:

(a) مارک اپ کہتے ہیں (b) پریمیم کہتے ہیں (c) بونس کہتے ہیں (d) منافع کہتے ہیں

(vi) جمع کرائی گئی رقم پر بینک جو رقم ادا کرتا ہے:

(a) منافع کہتے ہیں (b) بونس کہتے ہیں (c) پریمیم کہتے ہیں (d) مارک اپ کہتے ہیں

(vii) منافع / مارک اپ کی وصول کی گئی شرح کو:

(a) ریٹ کہتے ہیں (b) ٹائم کہتے ہیں (c) سود کہتے ہیں (d) اصل زر کہتے ہیں

(viii) بینک میں لگائی گئی مشین جو نقد رقم کو گاہک کو ادا کرتی ہے:

(a) کمپیوٹر کہلاتی ہے (b) سکینر کہلاتی ہے (c) اے ٹی ایم کہلاتی ہے (d) کارڈ ریڈر کہلاتی ہے

(ix) تبادلہ کا بل جو ایک مخصوص بینکر سے ڈرا کیا گیا ہو اور طلب کرنے پر قابل ادائیگی بیان کیا گیا ہو۔

(a) چیک کہلاتا ہے (b) پے آرڈر کہلاتا ہے (c) تبادلہ کہلاتا ہے (d) بنک ڈرافٹ کہلاتا ہے

جوابات: (i) a (ii) b (iii) a (iv) c (v) a

(vi) a (vii) a (viii) c (ix) a

2. خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) تبادلہ کا بل جو ایک مخصوص بینکر سے ڈرا کیا گیا ہو اور طلب کرنے پر قابل ادائیگی بیان کیا گیا ہو............ کہلاتا ہے۔

(ii) چیک کی طرح کا انسٹرومنٹ جسے بینک نے گاہک کی درخواست پر جاری کیا ہو............ کہلاتا ہے۔

(iii) بینک کی طرف سے لگائی گئی مشین جو گاہکوں کو نقد رقم ادا کرتی ہے............ کہلاتی ہے۔

(iv) گاہک کی طرف سے بینک میں جمع شدہ رقم پر بینک جو رقم گاہک کو ادا کرتا ہے اسے............ کہتے ہیں۔

(v) حاصل کردہ فی صد نفع کو............ کہتے ہیں۔

(vi) قرضہ یا جمع کرائی رقم کا دورانیہ............ کہلاتا ہے۔

(vii) بینک قرضہ پر وصول کی گئی رقم کو............ کہتے ہیں۔

(viii) انشورڈ کی طرف سے ادا کی گئی قسط کو............ کہتے ہیں۔

(ix) جو کمپنی انشورنس کے کاروبار کو چلاتی ہے............ کہتے ہیں۔

(x) وہ شخص یا چیز جس کی انشورنس کی جاتی ہے اسے............ کہتے ہیں۔

جوابات: (i) چیک (ii) پے آرڈر (iii) ATM (iv) نفع (v) شرح

(vi) مدت (vii) اضافی رقم (viii) پریمیم (ix) بیمہ کرنے والا (x) بیمہ دار

3. راحیل نے 75,00,000 روپے مالیتی کے ایک گھر کی انشورنس کرائی جو کہ 2% شرح کے حساب سے 5 سال کے لیے تھی۔ 5 سال میں ادا کی گئی رقم معلوم کیجیے۔ اگر قیمت میں کمی کی شرح 10% سالانہ ہو۔

حل:

گھر کی مالیت $= 75,00,000$

انشورنس کی شرح $= 2\%$

مدت $=$ 5 سال

قیمت میں کمی کی شرح $= 10\%$

پہلا پریمیم $= 2\% \times 75,00,000$

$= \frac{2}{100} \times 75,00,000 = 1,50,000$ روپے

قیمت میں کمی کی شرح $=$ 75,00,000 کا 10%

$= \frac{10}{100} \times 75,00,000 = 7,50,000$ روپے

قیمت میں کمی $= 75,00,000 - 7,50,000 = 67,50,000$ روپے

دوسرا پریمیم $=$ 67,50,000 کا 2%

$= \frac{2}{100} \times 67,50,000 = 1,35,000$ روپے

قیمت میں کمی = 10% کا 67,50,000

$= \frac{10}{100} \times 67,50,000 = 6,75,000$ روپے

کمی کے بعد قیمت = 67,50000 − 6,75000 = 6075000 روپے

تیسرا پریمیم = 2% کا 60,75,000

$= \frac{2}{100} \times 60,75,000 = 1,21,500$ روپے

قیمت میں کمی = 10% کا 60,75,000

$= \frac{10}{100} \times 60,75,000 = 6,07,500$ روپے

کمی کے بعد قیمت = 60,75,000 − 6,07,500 = 54,67,500 روپے

چوتھا پریمیم = 2% کا 54,67,500

$= \frac{2}{100} \times 54,67,500 = 1,09,350$ روپے

پانچواں پریمیم = 0

پہلا سال = 1,50,000 روپے

دوسرا سال = 1,35,000 روپے

تیسرا سال = 1,21,500 روپے

چوتھا سال = 1,09,350 روپے

پانچواں سال = 0 روپے

ٹوٹل رقم = 5,15,850 روپے

4. نعیم نے اپنی فیکٹری کی انشورنس 3% کی شرح سے 3 سال کے لیے کروائی۔ جبکہ قیمت میں کمی کا ریٹ 5% سالانہ تھا۔ اگر پہلا پریمیم 21,000 روپے ہو تو فیکٹری کی مالیت معلوم کریں۔ اگر اس نے 2,00,000 روپے کا مطالبہ دو سال بعد کیا ہو تو اس نے کتنا فائدہ حاصل کیا؟

حل: فرض کیا کہ فیکٹری کی کل مالیت = x روپے

$3\% \times x = 21000$

$\frac{3}{100} \times x = 21000$

$x = 21000 \times \frac{100}{3} = 7,00,000$ روپے

فیکٹری کی کل مالیت = 7,00,000 روپے

کمی کی شرح = 5%

قیمت میں کمی = 5% کا 7,00,000

= $\frac{5}{100} \times 700000 = 35000$ روپے

کمی کے بعد قیمت = $7,00,000 - 35000 = 6,65,000$ روپے

دوسرا پریمیم = $3\% \times 6,65,000$

= $\frac{3}{100} \times 6,65,000 = 19950$

قیمت میں کمی = $5\% \times 6,65,000$

= $\frac{5}{100} \times 6,65,000 = 33250$ روپے

کمی کے بعد قیمت = $6,65,000 - 33250$

= $6,31,750$ روپے

تیسرا پریمیم = 0

پہلا سال = 21000 روپے

دوسرا سال = 19950 روپے

تیسرا سال = 0 روپے

کل ادا کردہ رقم = 40,950 روپے

کلیم کی رقم = 200000 روپے

منافع = $200000 - 40950$

= 159050 روپے

5. میسرز رحیم پرنٹرز نے کرایہ دارانہ خریداری نظام کے تحت لاہور کمپنی سے یکم جنوری 2000 کو 10,000 روپے نقد ادائیگی پر اور 10,000 روپے اقساط پر جو کہ ہر 31 دسمبر کو ادا کرنا ہوگی ایک مشین خریدی۔ مشین کی نقد قیمت 37,230 روپے ہے۔ لاہور کمپنی مارک اپ 5% سالانہ کی شرح سے وصول کرتی ہے۔ جدول تیار کیجیے جو کہ ماہانہ اقساط (اصل زر + مارک اپ) ظاہر کرے۔

حل:

اضافی رقم = $1362 + 930 + 478 = 2770$

اصل رقم = $10000 + 8638 + 9070 + 9522 = 37230$

تاریخ	نقد رقم	اقساط	
		مارک اپ	اصل زر
	37230		
1-1-2000 کو جتنی کم رقم ادا کی گئی۔	10000		10000
	27230		
31-12-2000 کو جتنی کم رقم ادا کی گئی۔	8638	1362	8638
	18592		
31-12-2001 کو جتنی کم رقم ادا کی گئی۔	9070	930	9070
	9522		
31-12-2002 کو جتنی رقم ادا کی گئی۔	9522	478	9522
	0	2770	

خلاصہ

☆ ایک جاری کھاتہ (Running Account) جو کہ اپنی انتقال پذیری کی وجہ سے مسلسل چلتا رہتا ہے کرنٹ اکاؤنٹ کہلاتا ہے۔

☆ سیونگ اکاؤنٹ کفایت شعاروں کی حوصلہ افزائی کے لیے ہے جو کہ کم ذرائع والے لوگوں میں بچت کے رجحان کو ترقی دیتا ہے۔ بینک ماہانہ کی بنیاد پر جمع رقم پر 6 ماہ بعد برائے نام منافع رقم جمع کروانے والوں کو ادا کرتا ہے۔

☆ نفع اور نقصان شراکت داری اکاؤنٹ کم رقم سے کھولا جاتا ہے۔ جبکہ نفع یا نقصان کو سال کے آخر میں یا چھ ماہ بعد ادائیگی کے طریقہ کار کے مطابق ادا کیا جاتا ہے۔

☆ کسی اکاؤنٹ میں ایک خاص دورانیہ جو کہ 3 ماہ سے 5 سال تک ہو کے لیے جمع کرائی گئی رقم کو مخصوص / مدتی اکاؤنٹ کہلاتا ہے۔

☆ غیر ملکی کرنسی جیسا کہ پاؤنڈ، ڈالر اور یورو وغیرہ میں رکھا گیا اکاؤنٹ غیر ملکی کرنسی اکاؤنٹ کہلاتا ہے۔

☆ نیگوشی ایبل انسٹرومنٹ کا مطلب پرومیسری نوٹ، تبادلہ کا بل یا قابل ادا چیک ہے چاہیے اسے آرڈرڈ کیا جائے یا بیئرر (Bearer) ہو انسٹرومنٹس کے لیے۔

☆ ایک شخص یا چیز جس کی انشورنس کی جاتی ہو انشورڈ کہلاتا ہے۔

☆ کمپنی جو انشورنس کا کاروبار چلاتی ہے اسے انشورر (Insurer) کہتے ہیں۔

☆ ایک ایسا شخص جسے انشورنس پالیسی جاری کی جاتی ہی جو کہ پالیسی سے فائدہ اٹھاتا ہے اسے انشورڈ کہتے ہیں۔

☆ دو پارٹیوں کی درمیان طے پانے والے معاہدہ کو انشورنس پالیسی کہتے ہیں۔

☆ انشورڈ کی طرف سے مقررہ دورانیہ کے بعد ادا کی جانے والی قسط کو پریمیم کہتے ہیں۔

☆ وقت کا دورانیہ جس پر دونوں پارٹیاں (انشورڈ اور انشورر) رضامند ہوں میچورٹی (Maturity) کہلاتا ہے۔

☆ وہ رقم جس پر رضامندی ظاہر کی گئی ہو اسے میچورٹی یا مدت ختم ہونے پر واپس کیا جانا ہوتا ہے اور اس رقم میں قسطوں میں ادا کی گئی اصل رقم اور منافع شامل ہوتا ہے۔ اسے بونس کہتے ہیں۔

☆ چیک ایک تبادلہ کا بل ہے جسے ایک مخصوص بینکر سے حاصل کیا جاتا ہے۔ جس پر رقم کا اندراج نہیں ہوتا ہے اور ضرورت کے مطابق اس پر رقم لکھ لی جاتی ہے۔

☆ پے آرڈر چیک کی طرح ہوتا ہے جسے بینک گاہک کی درخواست پر جاری کرتا ہے۔

☆ بینک ڈرافٹ رقم دینے کا ایک آڈر ہے جسے بینک کی ایک شاخ اپنے ہی بینک کی دوسری شاخ کو رقم کا مطالبہ کرنے والے کو ادا کرنے کا پابند بناتا ہے۔

☆ آن لائن بینکنگ ایک نظام ہے جس میں کمپیوٹر سسٹم کو براہ راست تعلق سے ملایا جاتا ہے تاکہ ٹرانزیکشن کو با اختیار اور ممکن بنایا جا سکے۔

☆ اے ٹی ایم کارڈ ایک ادائیگی کا کارڈ ہے جسے ایک شخص کو کمپیوٹر پر مبنی اے ٹی ایم مشین کو استعمال میں لانے کے لیے جاری کیا جاتا ہے تاکہ گاہک اس سے رقم حاصل کر سکے۔

☆ ایک کارڈ جو یہ ظاہر کرتا ہے کہ کارڈ رکھنے والے کو ایک کریڈٹ لائن دی گئی ہے جس سے کارڈ رکھنے والا چیزیں خرید سکتا ہے یا نقد رقم

نکلوا سکتا ہے۔

☆ اے ٹی ایم مشین کو بینک میں لگایا جاتا ہے تا کہ وہ گاہکوں کو نقد رقم دے۔

☆ گاہک جو رقم بینک میں برقرار رکھتا ہے اس رقم پر جو رقم بینک گاہک کو دیتا ہے اسے منافع کہتے ہیں۔

☆ رقم/ادھاری گئی یا دی گئی رقم اصل زر کہلاتی ہے۔

☆ منافع کی حاصل کی گئی شرح کو ریٹ کہتے ہیں۔

☆ قرض یا جمع کرائی گئی رقم کے دورانیہ کو مدت کہتے ہیں۔

☆ جب منافع/مارک اپ کو اصل زر میں شامل کیا جائے تو اسے (Amount) کہتے ہیں۔

☆ بینک کے ذریعے واپس حاصل کی گئی رقم کو مارک اپ کہتے ہیں۔

☆ لیزنگ ایک معاہدہ ہے جسے اثاثہ کا مالک لیسر کو لیز پر حق دیتا ہے کہ وہ اس کے اثاثہ کو ایک خاص مدت کے لیے کرایہ کی ادائیگی کے تبادلہ میں استعمال کرے۔

☆ وہ رقم جو گاہک کو درخواست کے ساتھ بینک میں جمع کروانی ہوتی ہے۔ ڈاؤن پے منٹ کہلاتی ہے۔

معروضی سوالات

درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔

-1 بینک میں کتنے قسم کے اکاؤنٹس ہوتے ہیں؟

(a) دو (b) تین (c) چار (d) پانچ

-2 او نچے درجے کی انتقال پذیری کی وجہ سے بہت زیادہ مقبول ہے۔

(a) فکسڈ اکاؤنٹ (b) سیونگ اکاؤنٹ (c) کرنٹ اکاؤنٹ (d) فارن کرنسی اکاؤنٹ

-3 بینکوں کے لیے فنڈز کا بہت اہم ذریعہ ہے۔

(a) فکسڈ سیونگ اکاؤنٹ (b) خاص مدت اکاؤنٹ (c) نفع نقصان شراکتی اکاؤنٹ (d) سیونگ اکاؤنٹ

-4 لمبی مدت کے لین دین کے لیے فنڈز کا پرکشش ذریعہ ہے۔

(a) فکسڈ اکاؤنٹ (b) کرنٹ اکاؤنٹ (c) سیونگ اکاؤنٹ (d) اے۔ ٹی۔ ایم

-5 پاکستان میں آپ کم از کم رقم کے ساتھ کرنٹ اکاؤنٹ کھول سکتے ہیں۔

(a) 500 روپے سے 5000 روپے تک (b) 1000 روپے سے 5000 روپے تک

(c) 1000 روپے سے 10000 روپے تک (d) 500 روپے سے 10000 روپے تک

-6 سیونگ اکاؤنٹ حوصلہ افزائی کرتا ہے۔

(a) سرمایہ کاری کی (b) لین دین کی (c) غریب لوگوں کی (d) بچت کی

-7 سیونگ اکاؤنٹ سے بڑی رقم نکلوانے کے لیے بینک کو نوٹس دینا ہوتا ہے۔

(a) 5 سے 7 دن پہلے (b) 7 سے 15 دن پہلے (c) 7 سے 10 دن پہلے (d) 7 سے 13 دن پہلے

-8 نفع نقصان شراکتی سیونگ اکاؤنٹ کو متعارف کرایا گیا۔
(a) جنوری 1980 میں (b) جنوری 1981 میں (c) جنوری 1982 میں (d) جنوری 1983 میں

-9 پی ایل ایس سیونگ اکاؤنٹ کو کھولا جا سکتا ہے۔
(a) زیادہ رقم کے ساتھ (b) نقصان کے ساتھ (c) نفع کے ساتھ (d) کم رقم کے ساتھ

-10 لفظ "نیگوشی ایبل" کا مطلب ہے۔
(a) غور کے لیے تبادلہ (b) غور کے لیے تحریر (c) غور کے لیے استعمال (d) غور کے لیے جائزہ

-11 وہ شخص جو کہ بل کی رقم ادا کرتا ہے۔
(a) بینکر (b) ڈرائی (c) ڈراور (d) پے ای

-12 وہ شخص جس کے لیے رقم ادا کی جاتی ہے۔
(a) ڈرائی اوور (b) پے ای (c) اوورڈرافٹ (d) ڈرائی

-13 وہ شخص جس کو ادائیگی کی جاتی ہے۔
(a) پے آف (b) پے ای (c) پے آرڈر (d) پے آن

-14 بینکر کا چیک یا کیشیر کا چیک کہلاتا ہے۔
(a) ڈیبٹ کارڈ (b) بینک ڈرافٹ (c) پے آرڈر (d) اے۔ٹی۔ایم کارڈ

-15 فنڈز کا حصول اور رقم کی ادائیگی بہت تھوڑے وقت میں ہو جاتی ہے۔
(a) ڈیبٹ کارڈ کے ذریعے (b) اے ٹی ایم کے ذریعے
(c) کریڈٹ کارڈ کے ذریعے (d) آن لائن بینکنگ کے ذریعے

-16 اگر ایک ریال 22.40 روپے کے برابر ہو تو 700 ریال برابر ہوں گے۔
(a) 15,680 روپے (b) 15,780 روپے (c) 15,880 روپے (d) 15,980 روپے

-17 اگر ڈالر کا ریٹ 83.800 روپے ہو تو 250 ڈالر کی رقم ہو گی۔
(a) 20750 روپے (b) 20850 روپے (c) 20950 روپے (d) 21000 روپے

-18 اگر جاپانی ین کا ریٹ 0.895236 روپے ہو تو 5000 ین برابر ہو گے۔
(a) 4446.18 روپے (b) 4456.18 روپے (c) 4466.18 روپے (d) 4476.18 روپے

-19 اگر سٹرلنگ پاؤنڈ کا ریٹ 129.0599 روپے ہو تو 4000 سٹرلنگ پاؤنڈ کی رقم ہو گی۔
(a) 51,62,39.6 روپے (b) 51,72,39.6 روپے (c) 51,82,39.6 روپے (d) 51,92,39.6 روپے

-20 100 (شرح × مدت × اصل زر) برابر ہے۔
(a) منافع (کمپاؤنڈ) (b) رعایت (c) نقصان (سادہ) (d) منافع (سادہ)

-21 $\dfrac{\text{کل رقم} \times 100}{100 + (\text{شرح} \times \text{مدت})}$ برابر ہے۔
(a) درج شدہ قیمت (b) نفع (c) اصل زر (d) حتمی رقم

22- اگر $I = 55$، $R = 12\ \%$ سال، $T = \frac{5}{12}$ ہو تو P برابر ہوگا۔

(a) 80 (b) 100 (c) 120 (d) 140

23- اگر $P = 800$، $R = 6\ \%$، $T = 1$ ہو تو I کی قیمت ہوگی۔

(a) 48 (b) 50 (c) 52 (d) 54

24- اگر $P = 1250$، $R = 6\ \%$، $I = 750$ ہو تو T کی قیمت ہوگی۔

(a) 7 سال (b) 8 سال (c) 9 سال (d) 10 سال

25- اگر $P = 1250$، $I = 1200$ ہو تو کل رقم ہوگی۔

(a) 4000 روپے (b) 4200 روپے (c) 4400 روپے (d) 4600 روپے

26- منافع۔ کل رقم برابر ہے۔

(a) نقد رقم (b) حتمی رقم (c) اصل زر (d) مجموعی رقم

27- $P(1+r)^t$ برابر ہے۔

(a) A (b) C (c) I (d) T

28- $P \times R \times T$ برابر ہے۔

(a) C (b) K (c) L (d) I

29- اگر $P = 450$، $t = 2$، $r = 0.1$ ہو تو A کی قیمت ہوگی۔

(a) 534.50 (b) 544.50 (c) 554.50 (d) 564.50

30- اگر $P = 700$، $A = 957.34$ ہو تو $C.I$ کی قیمت ہوگی۔

(a) 227.34 (b) 237.34 (c) 247.34 (d) 257.34

31- اسلامی مالیاتی طریقہ کار کے تحت بینک جو منافع حاصل کرتا ہے اسے کہتے ہیں۔

(a) مارک اپ (b) منافع (سادہ) (c) سود (d) منافع (کمپاؤنڈ)

32- بیمہ یا انشورنس معاہدہ ہوتا ہے۔

(a) دو پارٹیوں کے درمیان (b) تین پارٹیوں کے درمیان
(c) چار پارٹیوں کے درمیان (d) پانچ پارٹیوں کے درمیان

33- بیمہ دار کی طرف سے وقفہ وقفہ سے ادا کی گئی اقساط کہلاتی ہیں۔

(a) مارک اپ (b) پریمیم (c) منافع (d) اصل زر

34- عام طور پر انشورنس کی اقسام ہوتی ہیں۔

(a) دو (b) تین (c) چار (d) پانچ

35- انشورنس کے وقت انشورنس کروانے والے کی عمر تقریباً ہونی چاہیے۔

(a) 25 سال (b) 28 سال (c) 30 سال (d) 40 سال

-36 پریمیم کی شرح پالیسی کی کل رقم کا ہے۔

(a) 4 % سالانہ (b) 4.5 % سالانہ (c) 4.25 % سالانہ (d) 4.75 % سالانہ

-37 ششماہی قسط کی شرح سالانہ پریمیم کا ہے۔

(a) 50 % (b) 51 % (c) 52 % (d) 54 %

-38 سہ ماہی پریمیم کی شرح سالانہ پریمیم کا ہے۔

(a) 24 % (b) 25 % (c) 26 % (d) 27 %

-39 اثاثہ کے مالک کو کہتے ہیں۔

(a) (Seller) سیلر (b) (Lessor) لیسر (c) (Buyer) بائر (d) (Lessee) لیسی

-40 اضافی رقم+ڈاؤن پے منٹ برابر ہے۔

(a) کل رقم (b) مارک اپ (c) ڈاؤن پیمنٹ (d) ایکوئٹی

جوابات:

-1 تین	-2 کرنٹ اکاؤنٹ	-3 سیونگ اکاؤنٹ	-4 فکسڈ اکاؤنٹ
-5 1000 روپے سے 10,000 روپے تک		-6 بچت کی	-7 7 سے 15 دن پہلے
-8 جنوری 1982 میں	-9 کم رقم کے ساتھ	-10 غور کے لیے تبادلہ	-11 ڈراور
-12 ڈرائی	-13 پے ای	-14 پے آرڈر	-15 آن لائن بینکنگ کے ذریعے
-16 15,680 روپے	-17 20950 روپے	-18 4476.18 روپے	-19 51,62,396 روپے
-20 منافع (سادہ)	-21 اصل زر	-22 100	-23 48
-24 10 سال	-25 4200 روپے	-26 اصل زر	-27 A
-28 I	-29 544.50	-30 257.34	-31 مارک اپ
-32 دو پارٹیوں کے درمیان	-33 پریمیم	-34 دو	-35 30 سال
-36 4.5 % سالانہ	-37 52 %	-38 27 %	-39 (Lessor) لیسر
-40 کل رقم			

❋ مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔

-1 کمرشل بینکنگ سے کیا مراد ہے؟

جواب: بینکنگ کا کاروبار جو رقم جمع کرنے، ایڈوانس قرضہ دینے اور بینک گاہکوں کو اس کے علاوہ بھی خدمات دینے سے متعلق ہو کمرشل بینکنگ کہلاتا ہے۔

-2 بینک میں کتنے اقسام کے اکاؤنٹس ہوتے ہیں؟

جواب: بینک میں تین قسم کے اکاؤنٹس ہوتے ہیں: (i) کرنٹ اکاؤنٹ (ii) سیونگ اکاؤنٹ (iii) فکسڈ اکاؤنٹ

-3 کرنٹ اکاؤنٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: کرنٹ اکاؤنٹ ایک رننگ اکاؤنٹ ہے جو اپنی انتقال پذیری کی بناء پر مسلسل جاری رہتا ہے۔ اس میں گاہک کو رقم نکالنے یا منتقل

کرنے کے لیے بینک کو پہلے نوٹس دینے کی ضرورت نہیں ہوتی۔

-4 فکسڈ / خاص مدت کے لیے اکاؤنٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: فکسڈ یا خاص مدت کے لیے اکاؤنٹ جو کہ 3 ماہ سے 5 سال تک ہے کے لیے بنک میں رقم جمع کرائی جاسکتی ہے۔

-5 فارن کرنسی اکاؤنٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: فارن کرنسی اکاؤنٹ وہ اکاؤنٹ ہے جو بینک میں غیر ملکی کرنسی جیسا کہ ڈالرز، پاؤنڈز اور یورو وغیرہ کے لین دین کے لیے کھولا جاتا ہے۔

-6 نیگوشی ایبل انسٹرومنٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: نیگوشی ایبل انسٹرومنٹ سے مراد ایک اقرار نامہ یا ہنڈی، باہم تبادلہ کا بل یا چیک جو کہ تحریر کے مطابق یا حامل ہذا کو قابل ادائیگی ہوتا ہے۔

-7 باہم تبادلہ کا بل کسے کہتے ہیں؟

جواب: باہم تبادلہ کا بل ایک ایسا تحریری انسٹرومنٹ ہے جو غیر مشروط حکم پر مشتمل ہوتا ہے۔ جسے بنانے والا دستخط کرتا ہے اور خاص شخص کو ہدایت کر رہا ہوتا ہے کہ وہ ایک خاص رقم اس شخص کو یا اس کی مرضی کے مطابق یا حامل ہذا کو ادا کرے۔

-8 چیک کی تعریف کریں۔

جواب: تبادلہ کا بل جو ایک مخصوص بینکر سے حاصل کیا جاتا ہے اور اس وقت تک قابل ادا نہیں ہوتا جب تک مطالبہ نہ کیا جائے۔

-9 پے آرڈر سے کیا مراد ہے؟

جواب: یہ بھی ایک چیک کی طرح ہوتا ہے جسے بینک اپنے گاہک کی درخواست پر جاری کرتا ہے یا ایک مخصوص شخص کو ایک مخصوص رقم کی ادائیگی اپنے اخراجات میں کرنے کے لیے کہتا ہے یا مخصوص آدمی کی ہدایت پر مخصوص رقم ادا کرنے کو کہتا ہے۔

-10 بینک ڈرافٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: رقم کی ادائیگی کا ایک ہدایت نامہ جس میں بینک کی ایک برانچ اپنے ہی بینک کی دوسری برانچ سے پے ای (Payee) کو ادا کرنے کے لیے یا مطالبہ پر ادا کرنے کے لیے کہتی ہے۔

-11 آن لائن بینکنگ سے کیا مراد ہے؟

جواب: الیکٹرونک کی بنیاد پر بینک کی وہ خدمات جو کہ اے ٹی ایمز (ATMs)، پی او ایسز (PoSs) آٹو میٹڈ کلیئرنگ ہاؤس، نیٹ ورک، انٹرنیٹ یا وائر جیسے ذریعوں سے مہیا کی جاتی ہیں آن لائن بینکنگ کہلاتی ہے۔

-12 اگر یورو کا ریٹ روپے 112.4088 ہو تو 5,00,000 روپے کو یورو میں تبدیل کریں۔

حل:

رقم = 5,00,000 روپے

یورو کا ریٹ = 112.4088 روپے

$$\text{یورو کی رقم} = \frac{5,00,000}{112.4088} = 4,448.05 \text{ یورو}$$

-13 اگر یو کے پاؤنڈ کا ریٹ روپے 129.4542 ہو تو 3,00,000 روپے کو پاؤنڈز میں تبدیل کریں۔

حل:

رقم = 3,00,000 روپے

پاؤنڈ کا ریٹ = 129.4542 روپے

$$\text{پاؤنڈ کی رقم} = \frac{3,00,000}{129.4542} = 2317.42 \text{ پاؤنڈز}$$

14- اگر سعودی ریال کا ریٹ روپے 22.3449 ہو تو 5000 سعودی ریال کو پاکستانی روپوں میں تبدیل کریں۔

حل:

رقم = 5000 سعودی ریال

سعودی ریال کا ریٹ = 22.3449 روپے

پاکستانی روپوں میں رقم = 5000 × 22.3449

= 1, 11, 724.50 روپے

15- پاکستان میں چائے کا ریٹ 2.1 روپے فی پاؤنڈ ہے۔ ریٹ فی کلوگرام معلوم کیجئے۔ جبکہ کلوگرام 2.2 = ایک پاؤنڈ

حل:

1 پاؤنڈ = 2.1 روپے

جبکہ 1 پاؤنڈ = 2.2 کلوگرام

پس 2.2 کلوگرام چائے = 2.1 روپے

1 کلوگرام چائے = $\frac{2.1}{2.2} = \frac{21}{10} \times \frac{10}{22} = 0.95$ روپے

16- منافع سے کیا مراد ہے؟

جواب: جب ہم بینک میں اپنی بچتوں کو جمع کراتے ہیں تو بینک سے اپنی رقم استعمال کرنے کے عوض ہم کچھ اضافی رقم وصول کرتے ہیں یہ اضافی رقم جو بینک ہماری رقم کے استعمال کے تبادلہ میں ہمیں دیتا ہے جمع کرائی گئی رقم پر منافع کہلاتا ہے۔

17- مارک اپ کسے کہتے ہیں؟

جواب: جب ہم بینک سے قرض حاصل کرتے ہیں تو ہم بینک کو اس کی دی ہوئی رقم کو استعمال کرنے کے عوض کچھ اضافی رقم دیتے ہیں۔ جو مارک اپ کہلاتی ہے۔

18- ریٹ کی تعریف کریں۔

جواب: جمع شدہ رقم پر منافع یا قرض پر مارک اپ کو شرح فی صد کے حساب سے لیا جاتا ہے۔ اسے ریٹ کہتے ہیں۔

19- اصل زر سے کیا مراد ہے؟

جواب: وہ رقم جو جمع کروائی جاتی ہے یا قرض لی جاتی ہے۔ اصل زر کہلاتی ہے۔

20- سالانہ ریٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: منافع یا مارک اپ عام طور پر فکسڈ سالانہ ریٹ پر لیا جاتا ہے جس کو سالانہ ریٹ کہتے ہیں۔

21- سادہ منافع سے کیا مراد ہے؟

جواب: اگر منافع یا قرض کو اصل زر پر نکالا جائے تو اسے سادہ منافع کہتے ہیں۔

22- مرکب منافع سے کیا مراد ہے؟

جواب: جب پچھلے سال کے اصل زر میں نفع جمع کرنے کے بعد اگلے سال کا اصل زر سمجھا جائے اور اگلے سال کا نفع اس نئے اصل زر کے حساب سے حل کیا جائے تو اسے مرکب منافع کہتے ہیں۔

23- سادہ منافع کیسے معلوم کرتے ہیں؟

جواب: سادہ منافع معلوم کرنے کا کلیہ درج ذیل ہے۔

$$\text{منافع (سادہ)} = \frac{\text{شرح} \times \text{مدت} \times \text{اصل زر}}{100}$$

-24 اگر سرمایہ $3\frac{2}{3}$% سالانہ سادہ شرح منافع سے لگایا جائے تو کتنے عرصہ میں 9400 روپے 10,951 روپے ہو جائیں گے؟

حل:

اصل زر = 9400 روپے

رقم = 10951 روپے

منافع کی رقم = $10951 - 9400 = 1551$

شرح = $3\frac{2}{3}\% = \frac{11}{3}\%$

$$\text{مدت} = \frac{\text{منافع کی رقم} \times 100}{\text{اصل زر} \times \text{شرح}}$$

$$= \frac{1551 \times 100}{9400 \times 11} = \frac{3}{2} \text{ سال} = 1\frac{1}{2} \text{ سال}$$

-25 ایک آدمی 1,00,000 روپے 3 سال کے لیے 16 % کی سالانہ شرح سے ادھار لیتا ہے اسے کتنا مارک اپ ادا کرنا پڑے گا؟

حل:

اصل زر = 1,00,000 روپے

1,00,000 روپے کا ایک سال کے لیے مارک اپ = $1,00,000 \times 16\% = 16000$ روپے

1,00,000 روپے کا 3 سال کے لیے مارک اپ = 3×16000 روپے

= 48000 روپے

-26 ایک مالی ادارہ نے 55 روپے سادہ منافع ایک رقم پر حاصل کیا جو کہ 5 ماہ کے لیے ادھار دی گئی تھی۔ اگر منافع کی شرح 12% سالانہ ہو تو رقم معلوم کریں۔

حل:

$I = 55$ روپے, $R = 12\% = 0.12$, $T = 5$ مہینے $= \frac{5}{12}$ سال, $P = ?$

$$P = \frac{I}{R \times T} = \frac{55}{0.12 \times \frac{5}{12}} = \frac{55 \times 12}{\frac{12}{100} \times 5}$$

$$= \frac{55 \times 12 \times 100}{12 \times 5} = 1100 \text{ روپے}$$

-27 وسیم نے 5000 روپے $5\frac{1}{4}$% سالانہ شرح پر کمپاؤنڈ منافع کے لیے لگائے۔ تیسرے سال کے اختتام پر رقم کیا ہو گی؟

حل:

$P = 5000$ روپے, $r = 5\frac{1}{4}\% = 0.0525$, $t = 3$, $C.I = A = ?$

$A = P(1+r)^t = 5000(1+0.0525)^3 = 5000(1.0525)^3$

$= 5829.57$ روپے

-28 اگر چار سال کی مدت کے لیے 5% کی شرح سے مارک اپ 174 روپے ہو تو ایک شخص کو کتنی رقم ادھار لینا ہو گی؟

حل: مارک اپ = 174 روپے, مدت = 4 سال, شرح = 5 % سالانہ

اصل زر $= \frac{174\times100}{5\times4} = 870$ روپے

-29 25000 روپے پر 4 سال مدت کے لیے 5% سالانہ شرح سے حتمی رقم معلوم کریں۔

حل: 25000 روپے = اصل زر، 5 % = شرح، 4 سال = مدت

اصل زر = 25000

حتمی رقم $= 25000\times\left(1+\frac{5}{100}\right)^4 = 25000\left(\frac{105}{100}\right)^4$

$= 25000\times\frac{105}{100}\times\frac{105}{100}\times\frac{105}{100}\times\frac{105}{100} = 30,387.65$ روپے

-30 بیمہ کمپنی کسے کہتے ہیں؟

جواب: ایک ادارہ جو بہت سے خطرات کے خلاف انشورنس کرتا ہے/ انشورنس مہیا کرتا ہے اور بیمہ پالیسی جاری کرتا ہے اسے بیمہ کمپنی کہتے ہیں۔

-31 انشورڈ یا انشورینٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: وہ شخص جس کو انشورنس پالیسی جاری کی جاتی ہے جو کہ انشورنس معاہدہ میں فائدہ مند ہوتا ہے انشورڈ یا انشورینٹ (بیمہ دار) کہلاتا ہے۔

-32 میچورٹی سے کیا مراد ہے؟

جواب: وہ مدت جس پر بیمہ دار اور بیمہ کمپنی دونوں راضی ہوں میچورٹی کہلاتی ہے۔

-33 بونس سے کیا مراد ہے؟

جواب: معاہدہ کی کل رقم جسے میچورٹی یا راضی شدہ مدت کے اختتام پر واپس کیا جاتا ہے۔ اس میں اصل رقم جو قسطوں میں ادا کی گئی ہو اور منافع شامل ہو۔ بونس کہلاتا ہے۔

-34 انشورنس کی کتنی اقسام ہیں؟

جواب: عام طور پر انشورنس کی دو اقسام ہوتی ہیں۔

(i) لائف انشورنس

(ii) گاڑی اور جائیداد کی انشورنس .

-35 آپریشنل لیز سے کیا مراد ہے؟

جواب: آپریشنل کے لیے لیز ہوتی ہے جو کہ اثاثے رکھنے والی فرم کی صوابدید پر قابل تنسیخ ہوتی ہے۔ ایسی لیزیں عام طور پر کمپیوٹر ہارڈ ویئر، مشینری اور آلات وغیرہ جیسی اشیا کی لیزنگ میں استعمال ہوتی ہیں۔

CONSUMER MATHEMATICS

- ٹیکسز
- یوٹیلیٹی بلز
- ذاتی آمدنی

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- ٹیکس (براہ راست اور بالواسطہ) کیا ہے۔
- درج ذیل کو سادہ ترین ممکن طریقے سے کیسے واضح کیا جاتا ہے۔
  - سیلز ٹیکس
  - ایکسائز ڈیوٹی
  - پراپرٹی ٹیکس
  - انکم ٹیکس
- درج ذیل کا حساب کیسے کرتے ہیں۔
  - مختلف اشیاء پر لگایا گیا سیلز ٹیکس
  - مختلف اشیاء پر لگائی گئی ایکسائز ڈیوٹی
  - پراپرٹی ٹیکس جو کہ پراپرٹی پر لگایا گیا ہو
  - انکم ٹیکس جو انفرادی طور پر خاص آمدنی پر لگایا گیا ہو
- درج ذیل بلوں کی رقوم کا حساب کیسے کرتے ہیں۔
  - بجلی
  - گیس
  - ٹیلی فون
  - جبکہ سابقہ اور موجودہ میٹر ریڈنگ دی گئی ہو۔
- ذاتی آمدنی کیسے معلوم کرتے ہیں۔ (ہفتہ وار۔ ماہانہ اور سالانہ)
  - ایسے کارکن کی آمدنی جسے روزانہ کی بنیاد پر ادائیگی کی جاتی ہے۔
  - ایک ورکر جس کو اضافی وقت (Over Time) کی ادائیگی گھنٹوں کی بنیاد پر کی جائے اور علاوہ ازیں اس کی روزانہ کی اجرت بھی ادا کی جاتی ہے
  - ایک سیلز مین جس کو اضافی وقت کی ادائیگی گھنٹوں کی بنیاد پر کی جائے اور ماہانہ تنخواہ کے علاوہ مختلف اشیاء کی فروخت پر کمیشن بھی دیا جاتا ہو
  - کسی سرکاری ملازم کی مجموعی آمدنی جس کو سرکاری پے سکیل یا غیر سرکاری پے سکیل کی بنیاد پر ادائیگی کی جائے کیسے معلوم کرتے ہیں۔
- ضروری کٹوتی کے بعد باقی ماندہ آمدنی کیسے معلوم کرتے ہیں۔

ٹیکس Taxes

تعلیم، صحت، قومی دفاع وغیرہ پر قومی اخراجات پورے کرنے کے لیے گورنمنٹ مختلف اقسام کے ٹیکس اپنی عوام پر لگاتی ہے جو کہ براہ راست ٹیکس یا بالواسطہ ٹیکس پر مشتمل ہوتے ہیں۔

ٹیکس Tax:

آمدنی یا نفع کے تناسب سے حاصل کی گئی رقم یا سامان کی قیمت خرید میں شامل اضافی رقم یا خدمات پر وہ رقم جو کہ ریاست کو ادا کی جاتی ہے ٹیکس کہلاتی ہے۔

براہ راست ٹیکس Direct Tax:

یہ وہ ٹیکس ہے جو کہ آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس یا جائیداد ٹیکس کی شکل میں براہ راست حکومت افراد سے وصول کرتی ہے۔

بالواسطہ ٹیکس Indirect Tax:

اس ٹیکس میں ڈیوٹیز، مشینری پر ٹیکس، سامان اور خدمات پر ٹیکس شامل ہیں۔ اس میں جنرل سیلز ٹیکس اور ویلیو ایڈڈ ٹیکس بھی شامل ہیں۔

بنیادی اصطلاحات Key Terms

سیلز ٹیکس Sales Tax

جب ہم کوئی چیز خریدتے ہیں تو ہمیں ٹیکس کی ایک خاص رقم جو کسی چیز کی قیمت خرید میں بطور اضافی ٹیکس کی صورت میں شامل ہوتی ہے ادا کرتے ہیں اسے سیلز ٹیکس کہتے ہیں۔ یہ ٹیکس قیمت فروخت پر مقررہ شرح فی صد سے ادا کیا جاتا ہے۔ پاکستان میں سامان کی خریداری پر یا خدمت کے عوض 16% سیلز ٹیکس لیا جاتا ہے۔

ایکسائز ڈیوٹی Excise Duty

ایکسائز ڈیوٹی Excise Duty ٹیکس کی وہ شکل ہے جسے خریدار تیار شدہ چیز پر بوقت خرید ادا کرتا ہے۔ مثال کے طور پر کاریں الیکٹرونکس کی اشیاء اور کپڑا وغیرہ خریدتے وقت ہمیں قیمت خرید کے ساتھ یہ ٹیکس بھی ادا کرنا ہوتا ہے۔

پراپرٹی ٹیکس Property Tax

پراپرٹی ٹیکس زمین، گھر، فلیٹ یا عمارت کے مالکان سے 16% کی شرح سے پراپرٹی کی سالانہ آمدنی پر لیا جاتا ہے۔

انکم ٹیکس Income Tax

یکم جولائی سے 30 جون تک کے مالی سال کے دوران تمام قسم کی آمدن پر ٹیکس کو انکم ٹیکس (Income Tax) کہتے ہیں۔

حل مشق 5.1

1. ایک بائیسکل کی قیمت 3500 روپے ہے۔ اگر سیلز ٹیکس کی شرح 16% ہو تو ایسے 50 بائیسکلوں کی قیمت پر سیلز ٹیکس معلوم کیجیے۔

حل: بائیسکل کی قیمت = 3500 روپے

سیلز ٹیکس کی شرح = 16 %

ایک بائیسکل پر سیلز ٹیکس = $\frac{16}{100} \times 3500 = 560$ روپے

50 بائیسکلز پر سیلز ٹیکس = $50 \times 560 = 28000$ روپے

.2 اگر ایک ایئر کنڈیشنر کی قیمت 40,000 روپے ہو تو اس پر 16% سالانہ شرح سے سیلز ٹیکس کی رقم معلوم کیجیے۔ مزید ایئر کنڈیشنر کی قیمت بمعہ سیلز ٹیکس بھی معلوم کیجیے۔

حل:

ایئر کنڈیشنر کی قیمت = 40,000 روپے

سیلز ٹیکس کی شرح = 16 %

سیلز ٹیکس کی رقم = $\frac{16}{100} \times 40,000 = 6400$ روپے

ایئر کنڈیشنر کی قیمت بمعہ سیلز ٹیکس = $40000 + 6400 = 46,400$ روپے

.3 1300 سی سی اور 1600 سی سی دو کاروں کی بغیر ایکسائز ڈیوٹی کی قیمت بالترتیب 6,00,000 روپے اور 8,00,000 روپے ہے۔ اگر ان دونوں کاروں پر ایکسائز ڈیوٹی بالترتیب 200% اور 250% ہو تو دونوں کاروں کی قیمت بشمول ایکسائز ڈیوٹی معلوم کیجیے۔

حل:

1300 cc کار کی قیمت = 6,00,000 روپے

ایکسائز ڈیوٹی کی شرح = 200 %

ایکسائز ڈیوٹی کی رقم = $\frac{200}{100} \times 6,00,000 = 12,00,000$ روپے

1300cc کار کی قیمت بشمول ایکسائز ڈیوٹی = 6,00,000 + 12,00,000 روپے = 18,00,000 روپے

1600cc کار کی قیمت = 8,00,000 روپے

ایکسائز ڈیوٹی کی فیصد شرح = 250 %

ایکسائز ڈیوٹی کی رقم = $\frac{250}{100} \times 8,00,000 = 20,00,000$ روپے

1600cc کار کی قیمت بشمول ایکسائز ڈیوٹی = 8,00,000 + 20,00,000 روپے = 28,00,000 روپے

.4 ایک گھر اور ایک زمین سے سالانہ آمدنی بالترتیب 15,00,000 روپے اور 20,00,000 روپے ہے۔ ان دونوں میں سے ہر ایک پر 16% شرح سے پراپرٹی ٹیکس معلوم کیجیے۔

حل:

گھر کی سالانہ آمدنی = 15,00,000 روپے

پراپرٹی ٹیکس کی شرح = 16 %

پراپرٹی ٹیکس = $\frac{16}{100} \times 15,00,000 = 2,40,000$ روپے

زمین کی سالانہ آمدنی = 20,00,000 روپے

پراپرٹی ٹیکس کی شرح = 16 %

پراپرٹی ٹیکس = $\frac{16}{100} \times 20,00,000 = 3,20,000$ روپے

5. دو آدمیوں کی کل قابل ٹیکس آمدنی بالترتیب 2,50,000 روپے اور 3,10,000 روپے ہے۔ دونوں کی آمدنی پر 4.5% کی شرح سے قابل ادا انکم ٹیکس معلوم کیجیے۔

حل:

پہلے آدمی کی آمدنی = 2,50,000 روپے

آمدنی پر ٹیکس کی شرح = 4.5 %

پہلے آدمی کی آمدنی پر ٹیکس = $\frac{4.5}{100} \times 2,50,000 = 11250$ روپے

دوسرے آدمی کی آمدنی = 3,10,000 روپے

آمدنی پر ٹیکس کی شرح = 4.5 %

دوسرے آدمی کی آمدنی پر ٹیکس = $\frac{4.5}{100} \times 3,10,000$ روپے

= $\frac{45}{100} \times \frac{1}{10} \times 3,10,000 = 13,950$ روپے

6. ایک شخص کی کل سالانہ آمدن 4,30,000 روپے ہے۔ اگر اسے قابل ادا ٹیکس پر 3000 روپے چھوٹ دی جاتی ہو تو اسے 4.5% کی شرح سے کتنا انکم ٹیکس ادا کرنا ہوگا؟

حل:

شخص کی کل آمدنی = 4,30,000 روپے

آمدنی پر ٹیکس کی شرح = 4.5 %

آمدنی پر ٹیکس = $\frac{4.5}{100} \times 4,30,000$ روپے

= $\frac{45}{100} \times \frac{1}{10} \times 4,30,000$ روپے = 19350 روپے

آمدنی پر چھوٹ = 3000 روپے

آمدنی پر انکم ٹیکس = 19350 – 3000 روپے = 16,350 روپے

7. اگر ایک شخص کی کل سالانہ آمدنی 6,25,000 روپے ہو جبکہ چھوٹ 1,50,000 روپے ہو تو بقیہ آمدنی پر 4.5% کی شرح سے قابل ادا ٹیکس معلوم کیجیے۔

حل:

شخص کی کل آمدنی = 6,25,000 روپے

چھوٹ = 1,50,000 روپے

بقیہ قابل ٹیکس آمدنی = 6,25,000 – 1,50,000 = 4,75,000 روپے

آمدنی پر ٹیکس کی شرح = 4.5%

بقیہ آمدنی پر قابل ادا ٹیکس $= \frac{4.5}{100} \times 4,75,000$

$= \frac{45}{100} \times \frac{1}{10} \times 4,75,000 = 21,375$ روپے

.8 ایک شخص کی کل آمدنی 5,25,000 روپے ہے۔ جبکہ چھوٹ کی رقم 1,50,000 روپے ہے۔ اس کی بقیہ آمدنی پر 4.5% کی شرح سے قابل ادا ٹیکس معلوم کیجیے جبکہ 10,000 روپے کی رقم انکم ٹیکس کی مد میں پہلے ہی منہا کر لی گئی ہے۔

حل:

شخص کی کل آمدنی = 525,000 روپے

بقیہ آمدنی ٹیکس کے بغیر = 1,50,000 روپے

ٹوٹل آمدنی ٹیکس کے ساتھ = 5,25,000 – 1,50,000 = 3,75,000

آمدنی پر ٹیکس کی شرح = 4.5 %

آمدنی پر ٹیکس کی رقم $= \frac{4.5}{100} \times 3,75,000$

$= \frac{45}{100} \times \frac{1}{10} \times 3,75,000 = 16,875$ روپے

منہا کیا گیا ٹیکس = 10,000

کیش آمدنی پر ٹیکس = 16,875 – 10,000 = 6,875 روپے

حل مشق 5.2

.1 درج ذیل میں استعمال کی گئی گیس کی میٹر ریڈنگ دی گئی ہے۔ گیس کا بل دی گئی سلیب کے مطابق مکمل کیجیے۔ نیز اس میں کرایہ میٹر اور جی ایس ٹی بھی شامل کیجیے۔

(i) $3.0756\ Hm^3$ (ii) $4.285\ Hm^3$ (iii) $2.796\ Hm^3$

(iv) $1.378\ Hm^3$ (v) $5.235\ Hm^3$ (vi) $4.665\ Hm^3$

حل:

(i) استعمال کیے گئے گیس کے یونٹ = $3.0756\ Hm^3$

گیس کے استعمال کیے گئے یونٹس Hm^3 میں گیس سلیب میں

گیس اخراجات $3\ Hm^3$ کے لیے = 325.48 روپے

گیس اخراجات $0.0756\ Hm^3$ کے لیے = 80.65 روپے

کرایہ میٹر = 120 روپے

کل رقم = 325.48 + 80.65 + 120 = 526.13 روپے

جی ایس ٹی کی شرح = 16%

جی ایس ٹی کی رقم $= \frac{16}{100} \times 526.13 = 84.18$ روپے

موجودہ بل = 526.13 + 84.18 = 610.31 روپے

حل: (ii)

استعمال کیے گئے گیس کے یونٹ = $4.285\ Hm^3$

گیس کے استعمال کیے گئے یونٹس Hm^3 میں گیس سلیب میں

$4\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 423.42 روپے

$0.285\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 80.65 روپے

کرایہ میٹر = 120 روپے

کل رقم = $423.42 + 80.65 + 120 = 624.07$ روپے

جی ایس ٹی کی شرح = 16%

جی ایس ٹی کی رقم = $\frac{16}{100} \times 624.07 = 99.85$ روپے

موجودہ بل = $624.07 + 99.85 = 723.92$ روپے

حل: (iii)

استعمال کیے گئے گیس کے یونٹ = $2.796\ Hm^3$

گیس کے استعمال کیے گئے یونٹس Hm^3 میں گیس سلیب میں

$2\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 153.73 روپے

$0.796\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 84.45 روپے

کرایہ میٹر = 120 روپے

کل رقم = $153.73 + 84.45 + 120 = 358.18$ روپے

جی ایس ٹی کی شرح = 16%

جی ایس ٹی کی رقم = $\frac{16}{100} \times 358.18 = 57.30$ روپے

موجودہ بل = $358.18 + 57.30 = 415.48$ روپے

حل: (iv)

استعمال کیے گئے گیس کے یونٹ = $1.378\ Hm^3$

گیس کے استعمال کیے گئے یونٹس Hm^3 میں گیس سلیب میں

$1\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 153.73 روپے

$0.378\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 80.65 روپے

کرایہ میٹر = 120 روپے

کل رقم = $153.73 + 80.65 + 120 = 354.38$ روپے

جی ایس ٹی کی شرح = 16%

جی ایس ٹی کی رقم = $\frac{16}{100} \times 354.38 = 56.70$ روپے

موجودہ بل = $354.38 + 56.70 = 411.08$ روپے

حل: (v) استعمال کیے گئے گیس کے یونٹ = $5.237\ Hm^3$

گیس کے استعمال کیے گئے یونٹس Hm^3 میں گیس سلیب میں

$5\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 550.44 روپے

$0.235\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 80.65 روپے

کرایہ میٹر = 120 روپے

کل رقم = $550.44 + 80.65 + 120 = 751.09$ روپے

جی ایس ٹی کی شرح = 16%

جی ایس ٹی کی رقم = $\frac{16}{100} \times 751.09 = 120.17$ روپے

موجودہ بل = $751.09 + 120.17 = 871.26$ روپے

حل: (vi) استعمال کیے گئے گیس کے یونٹ = $4.665\ Hm^3$

گیس کے استعمال کیے گئے یونٹس Hm^3 میں گیس سلیب میں

$4\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 423.42 روپے

$0.665\ Hm^3$ کے لیے گیس اخراجات = 84.45 روپے

کرایہ میٹر = 120 روپے

کل رقم = $423.42 + 84.45 + 120 = 627.87$ روپے

جی ایس ٹی کی شرح = 16%

جی ایس ٹی کی رقم = $\frac{16}{100} \times 627.87 = 100.46$ روپے

موجودہ بل = $627.87 + 100.46 = 728.33$ روپے

.2 بجلی کے استعمال کی بناء پر ذیل میں استعمال کیے گئے یونٹس درج ہیں۔ حل شدہ مثال کی مدد سے بجلی کے بل مکمل کیجیے۔

(i) 315 یونٹس (ii) 210 یونٹس (iii) 375 یونٹس (iv) 290 یونٹس

حل: (i) استعمال کیے گئے یونٹس کی تعداد = 315

پہلے 100 یونٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 265

اگلے 200 یونٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 728

بقیہ 15 یونٹس کی قیمت 6.15 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 92.25

315 یونٹس کی کل قیمت = 1085.25

1085.25 کی 1.5% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی = 16.28 روپے

بجلی کی ڈیوٹی = 62.52

پی ٹی وی فیس = 25

انکم ٹیکس 1.6% فیصد کے حساب سے = 17.36

کل رقم = 1085.25+16.28+62.52+25+17.36

کل رقم = 1206.41 روپے

حل: (ii)

استعمال کیے گئے یونٹس کی تعداد = 210

پہلے 100 یونٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 265

اگلے 110 یونٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 400.4

210 یونٹس کی کل قیمت = 665.4

665.4 کی 1.5% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی = 9.981

پی ٹی وی فیس = 25

بجلی کی ڈیوٹی = 62.52

انکم ٹیکس 1.6% فیصد کے حساب سے = 10.64

کل رقم = 773.54 روپے

حل: (iii)

استعمال کیے گئے یونٹس کی تعداد = 375

پہلے 100 یونٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 265

اگلے 200 یونٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 728

بقیہ 75 یونٹس کی قیمت 6.15 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 461.25

375 یونٹس کی کل قیمت = 265 + 728 + 461.25

375 یونٹس کی کل قیمت = 1454.25

1454.25 کی 1.5% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی = 21.8

بجلی کی ڈیوٹی = 62.52

پی ٹی وی فیس = 25

انکم ٹیکس 1.6% فیصد کے حساب سے = 23.26

کل رقم = 1586.8 روپے

حل: (iv)

استعمال کیے گئے یونٹس کی تعداد = 290

پہلے 100 یونٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 265

اگلے 190 یونٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 691.6

290 یونٹس کی کل قیمت = 956.6

956.6 کی 1.5% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی = 14.35

بجلی کی ڈیوٹی = 62.52

انکم ٹیکس 1.6% فیصد کے حساب سے = 15.30

پی ٹی وی فیس = 25

کل رقم = 1073.7 روپے

3. درج ذیل میں کی گئی ٹیلی فون کی کالز کی تعداد دی گئی ہے۔ کال کی شرح 5 روپے فی کال، سی۔ ای۔ ڈی 15% کی شرح اور ڈبلیو۔ ایچ۔ ٹیکس 4% کی شرح سے شامل کر کے ٹیلی فون بل مکمل کیجیے۔

(i)	530	(ii)	640	(iii)	750
(iv)	270	(v)	480	(vi)	315

حل: *(i)*

جتنی کالز کی گئیں = 530

فی کال روپے 5 = کال ریٹ

530 کالز کے کل اخراجات = $530 \times 5 = 2650$ روپے

2650 روپے پر 15% کے حساب سے سی ای ڈی = $\frac{15}{100} \times 2650 = 397.50$

2650 روپے پر 4% کے حساب سے ڈبلیو۔ ایچ۔ ٹیکس = $\frac{4}{100} \times 2650 = 106$

کل قابل ادا رقم = $2650 + 397.50 + 106$

= 3153.50 روپے

حل: *(ii)*

جتنی کالز کی گئیں = 640 روپے

فی کال روپے 5 = کال ریٹ

640 کالز کے کل اخراجات = $640 \times 5 = 3200$ روپے

3200 روپے پر 15% کے حساب سے سی ای ڈی = $\frac{15}{100} \times 3200 = 480$

3200 روپے پر 4% کے حساب سے ڈبلیو۔ ایچ۔ ٹیکس = $\frac{4}{100} \times 3200 = 128$

کل قابل ادا رقم = $3200 + 480 + 128 = 3808$ روپے

حل: *(iii)*

جتنی کالز کی گئیں = 750

فی کال روپے 5 = کال ریٹ

750 کالز کے کل اخراجات $= 750\times5 = 3750$ روپے

3750 روپے پر 15% کے حساب سے سی ای ڈی $= \frac{15}{100}\times3750 = 562.50$

3750 روپے پر 4% کے حساب سے ڈبلیو۔ایچ۔ٹیکس $= \frac{4}{100}\times3750 = 150$

کل قابل ادا رقم $= 3750 + 562.50 + 150 = 4462.50$

(iv) حل:

جتنی کالز کی گئیں $= 270$

فی کال ریٹ = 5 روپے فی کال

270 کالز کے کل اخراجات $= 270\times5 = 1350$ روپے

1350 روپے پر 15% کے حساب سے سی ای ڈی $= \frac{15}{100}\times1350 = 202.50$

1350 روپے پر 4% کے حساب سے ڈبلیو۔ایچ۔ٹیکس $= \frac{4}{100}\times1350 = 54$

کل قابل ادا رقم $= 1350+202.50+54 = 1606.50$ روپے

(v) حل:

جتنی کالز کی گئیں $= 480$

فی کال ریٹ = 5 روپے فی کال

480 کالز کے کل اخراجات $= 480\times5 = 2400$ روپے

2400 روپے پر 15% کے حساب سے سی ای ڈی $= \frac{15}{100}\times2400 = 360$

2400 روپے پر 4% کے حساب سے ڈبلیو۔ایچ۔ٹیکس $= \frac{4}{100}\times2400 = 96$

کل قابل ادا رقم $= 2400 + 360 + 96 = 2856$

(vi) حل:

جتنی کالز کی گئیں $= 315$

فی کال ریٹ = 5 روپے فی کال

315 کالز کے کل اخراجات $= 315\times5 = 1575$ روپے

1575 روپے پر 15% کے حساب سے سی ای ڈی $= \frac{15}{100}\times1575=236.25$

1575 روپے پر 4% کے حساب سے ڈبلیو۔ایچ۔ٹیکس $= \frac{4}{100}\times1575=63$

کل قابل ادا رقم $= 1575 + 236.25 + 63=1874.25$ روپے

Personal Income ذاتی آمدن

کسی شخص کی انفرادی طور پر روزانہ، ہفتہ وار، ماہانہ یا سالانہ کی بنیاد پر حاصل کی گئی آمدنی کو اس شخص کی ذاتی آمدنی کہتے ہیں۔

حل مشق 5.3

1. ایک خاتون کارکن ہفتہ میں 6 دن کام کرتی ہے۔ وہ صبح 7 بجے کام شروع کرتی ہے اور 4 بجے ختم کرتی ہے۔ اسے صبح کے وقت 15 منٹ کا وقفہ اور شام 45 منٹ کا وقفہ ملتا ہے۔ اگر ادائیگی کی شرح 40 روپے فی گھنٹہ ہو تو وہ ایک ہفتہ میں کتنا کام کرتی ہے اور اس کو کتنی ادائیگی ہوتی ہے؟

حل:
صبح 7 بجے سے شام 4 بجے تک گھنٹوں کی تعداد = 9 گھنٹے
وقفہ = 15 منٹ + 45 منٹ = 60 منٹ = 1 گھنٹے
چونکہ اسے روزانہ 1 گھنٹہ وقفہ ملتا ہے۔ اس لیے
روزانہ کام کرنے کے گھنٹے = 8 گھنٹے
ایک ہفتہ میں کام کرنے کے گھنٹوں کی تعداد = $6 \times 8 = 48$ گھنٹے
تنخواہ فی گھنٹہ = 40 روپے فی گھنٹہ
ایک ہفتہ کی تنخواہ = $40 \times 48 = 1920$ روپے

2. خالد ہفتہ میں 6 دن کام کرتا ہے اگر اسے 200 روپے یومیہ ادا کیا جائے تو اس کی مجموعی ماہانہ اجرت معلوم کیجیے۔

حل:
ایک ہفتہ میں دنوں کی تعداد = 6 دن
ایک مہینہ میں کام کیے گئے دنوں کی تعداد = $4 \times 6 = 24$ دن ∵ ایک مہینہ = 4 ہفتے
تنخواہ فی دن = 200 روپے
خالد کی مجموعی ماہانہ تنخواہ = 24×200 روپے
= $24 \times 200 = 4800$ روپے

3. ہفتہ میں 6 دن روزانہ 8 گھنٹہ کی بنیاد پر کام کرتے ہوئے اسلم کو 70 روپے فی گھنٹہ ادائیگی ہوتی ہے۔ اضافی وقت کی ادائیگی 70 روپے فی گھنٹہ کا 1.5 گنا ہے۔ اگر وہ 40 گھنٹے اضافی وقت کام کرتا ہے تو اس کی ماہانہ مجموعی تنخواہ معلوم کیجیے۔

حل:
ایک دن میں کام کرنے کے گھنٹے = 8 گھنٹے
ایک ہفتہ میں کام کرنے کے دن = 6 دن
ایک ہفتہ میں کام کیے گئے گھنٹوں کی تعداد = $8 \times 6 = 48$ گھنٹے
ایک مہینہ میں کام کیے گئے گھنٹوں کی تعداد = $48 \times 4 = 192$ گھنٹے
تنخواہ فی گھنٹہ = 70 روپے
تنخواہ فی مہینہ = $192 \times 70 = 13440$ روپے
ایک مہینہ میں اضافی وقت کیا گیا کام = 40 گھنٹے
اضافی وقت کا ریٹ = 70 کا 1.5 گنا
ایک مہینہ اضافی وقت کی رقم = $\frac{15}{10} \times 70 = 105$ روپے

ایک مہینہ میں اضافی وقت کی رقم = $105 \times 40 = 4200$ روپے

اسلم کی مجموعی ماہانہ تنخواہ = $13440 + 4200$ روپے

اضافی وقت = 17640 روپے

.4 اگر ایک شخص کی بنیادی تنخواہ 18000 روپے، کرایہ مکان الاؤنس 3500 روپے، مہنگائی الاؤنس 3000 روپے اور کنوینس الاؤنس 1500 روپے اور میڈیکل الاؤنس 500 روپے ہو تو اس شخص کی مجموعی ماہانہ تنخواہ کیا ہوگی؟

حل:

بنیادی تنخواہ = 18000 روپے

کرایہ مکان الاؤنس = 3500 روپے

مہنگائی الاؤنس = 3000 روپے

کنوینس الاؤنس = 1500 روپے

میڈیکل الاؤنس = 500 روپے

مجموعی ماہانہ تنخواہ = 26500 روپے

.5 اگر ایک شخص کی آمدنی میں کٹوتی کی شکل میں 400 روپے انکم ٹیکس، 1200 روپے بینوولینٹ فنڈ، 1500 روپے جی پی فنڈ اور 400 روپے گروپ انشورنس شامل ہوں تو 45000 روپے میں سے اس کے پاس کتنی رقم باقی بچے گی؟

حل:

انکم ٹیکس = 400 روپے

بینوولینٹ فنڈ = 1200 روپے

جی پی فنڈ = 1500 روپے

گروپ انشورنس = 400 روپے

کل کٹوتی = $400 + 1200 + 1500 + 400 = 3500$

مجموعی آمدنی = 45000 روپے

حقیقی آمدنی = مجموعی آمدنی - کل کٹوتی = $45000 - 3500$ روپے = 41500 روپے

.6 نعمان ایک فیکٹری میں کام کرتا ہے جہاں 35 گھنٹوں کے ہفتہ میں 50 روپے فی گھنٹہ اجرت دی جاتی ہے۔ اضافی وقت کام کرنے پر 50 روپے فی گھنٹہ کا 1.5 گنا دیا جاتا ہے۔ وہ ہفتہ میں کتنا کمائے گا اگر وہ درج ذیل گھنٹے کام کرتا ہو۔

(i) 38 گھنٹے (ii) 48 گھنٹے (iii) 50 گھنٹے

حل:

ایک ہفتہ میں کام کیے گئے گھنٹے = 35 گھنٹے

تنخواہ فی گھنٹہ = 50 روپے

تنخواہ فی ہفتہ = $35 \times 50 = 1750$ روپے

اضافی تنخواہ کی بنیادی شرح فی گھنٹہ = 1.5 کا $50 = 1.5 \times 50$

$= \frac{15}{10} \times 50 = 75$ روپے

(i) ایک ہفتہ میں جتنے گھنٹے کام کیا = 38 گھنٹے

جتنے گھنٹے اضافی کام کیا = $38 - 35 = 3$ گھنٹے

ایک ہفتے میں اضافی وقت کی رقم = $3\times 75 = 225$ روپے

نعمان کی مجموعی آمدنی = ایک ہفتے کی تنخواہ + اضافی وقت

= $1750 + 225 = 1975$ روپے

(ii) کل کام کے گھنٹے = 48 گھنٹے

جتنے گھنٹے اضافی کام کیا = $48 - 35 = 13$ گھنٹے

ایک ہفتے میں اضافی وقت کی رقم = $13\times 75 = 975$ روپے

نعمان کی مجموعی آمدنی = ایک ہفتے کی تنخواہ + اضافی وقت

= $1750 + 975 = 2725$

(iii) کل کام کے گھنٹے، ایک ہفتہ میں کام کیے گئے گھنٹے = 50 گھنٹے

جتنے گھنٹے اضافی کام کیا = $50 - 35 = 15$ گھنٹے

ایک ہفتے میں اضافی وقت کی رقم = $15\times 75 = 1125$ روپے

نعمان کی مجموعی آمدنی = ایک ہفتے کی تنخواہ + اضافی وقت

= $1750 + 1125 = 2875$ روپے

7. **عبداللہ کی تنخواہ کی سلپ ظاہر کرتی ہے کہ اس نے ہفتہ میں 36 گھنٹے کام کے علاوہ 6 گھنٹے اضافی کام کیا ہے۔ اگر اس کی تنخواہ کی بنیادی شرح 60 روپے فی گھنٹہ اور اضافی وقت کی ادائیگی 60 روپے کا 1.5 گنا ہو تو عبداللہ کی ماہانہ مجموعی تنخواہ معلوم کیجیے۔**

حل: ایک ہفتہ میں کیے گئے کام کے گھنٹے = 36 گھنٹے

ایک مہینے میں کیے گئے کام کے گھنٹے = $4\times 36 = 144$ گھنٹے

اضافی وقت کا ریٹ فی گھنٹہ = 60 روپے

مہینے کی تنخواہ = $144\times 60 = 8640$ روپے

اضافی وقت ایک ہفتہ کے لیے = 6 گھنٹے

اضافی وقت ایک مہینہ کے لیے = $4\times 6 = 24$ گھنٹے

اضافی وقت کا ریٹ فی گھنٹہ = $1.5=60=1.5\times 60= 90$

اضافی وقت = $24\times 90 = 2160$ روپے

ایک ہفتے میں اضافی وقت کی رقم = ایک ہفتے کی تنخواہ + اضافی وقت

= $8640 + 2160 = 10,800$ روپے

حل جائزہ مشق 5

.1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) وہ رقم جو آمدنی کے تناسب سے کچھ چیزوں کی لاگت میں منافع کے اضافہ اور خدمات پر ریاست کو ادا کی جاتی ہے۔

(a) ٹیکس کہلاتی ہے (b) ایکسائز ڈیوٹی کہلاتی ہے (c) جائیداد ٹیکس کہلاتی ہے (d) انکم ٹیکس کہلاتی ہے

(ii) وہ ٹیکس جو آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس، جائیداد ٹیکس وغیرہ کی شکل میں وصول کیا جاتا ہے۔ اسے:

(a) ٹیکس کہتے ہیں (b) براہ راست ٹیکس کہتے ہیں (c) جائیداد ٹیکس کہتے ہیں (d) انکم ٹیکس کہتے ہیں

(iii) ڈیوٹیز، موٹر وہیکل ٹیکس کی شکل میں ٹیکس کو:

(a) بالواسطہ ٹیکس کہتے ہیں (b) براہ راست ٹیکس کہتے ہیں (c) جائیداد ٹیکس کہتے ہیں (d) انکم ٹیکس کہتے ہیں

(iv) کسی چیز کی قیمت میں اضافی ٹیکس کو:

(a) ٹیکس کہتے ہیں (b) سیلز ٹیکس کہتے ہیں (c) انکم ٹیکس کہتے ہیں (d) ایکسائز ڈیوٹی کہتے ہیں

(v) کسی تیار کی گئی چیز پر ایک خریدار، خرید کے وقت جو ٹیکس ادا کرتا ہے اسے:

(a) ایکسائز ڈیوٹی کہتے ہیں (b) ٹیکس کہتے ہیں (c) انکم ٹیکس کہتے ہیں (d) سیلز ٹیکس کہتے ہیں

(vi) وہ ٹیکس جو زمین، گھر، فلیٹ یا عمارت کے مالک سے حاصل کیا جاتا ہے اسے:

(a) پراپرٹی ٹیکس کہتے ہیں (b) انکم ٹیکس کہتے ہیں (c) براہ راست ٹیکس کہتے ہیں (d) غیر براہ راست ٹیکس کہتے ہیں

(vii) وہ ٹیکس جو تمام قابل ٹیکس آمدنی پر لگایا جاتا ہے وہ:

(a) سیلز ٹیکس کہلاتا ہے (b) براہ راست ٹیکس کہلاتا ہے (c) انکم ٹیکس کہلاتا ہے (d) ایکسائز ڈیوٹی کہلاتا ہے

جوابات: (i) a (ii) b (iii) a (iv) b (v) a (vi) a (vii) c

.2 خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) وہ رقم جو آمدنی کے تناسب سے اور منافع سے حاصل کر کے یا سامان کی قیمت میں جمع کر کے یا خدمات پر ریاست کو ادا کی جاتی ہے وہ.......... کہلاتی ہے۔

(ii) جو ٹیکس جو آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس، جائیداد ٹیکس اور منافع کی شکل میں حاصل کیا جائے اسے.......... کہتے ہیں۔

(iii) ڈیوٹیز، موٹر وہیکل ٹیکس، سامان اور خدمات پر ٹیکس کو.......... کہتے ہیں۔

(iv) کسی چیز کی قیمت میں اضافی طور پر شامل ٹیکس کو.......... کہتے ہیں۔

(v) کسی تیار کی گئی چیز پر ایک خریدار، خرید کے وقت جو ٹیکس ادا کرتا ہے اسے.......... کہتے ہیں۔

(vi) وہ ٹیکس جو زمین، گھر، فلیٹ یا عمارات کے مالک سے حاصل کیا جاتا ہے اسے.......... کہتے ہیں۔

(vii) وہ ٹیکس جو تمام قابل ٹیکس آمدنی پر لگایا جاتا ہے اسے.......... کہتے ہیں۔

(viii) اگر ایک فلیٹ سے سالانہ آمدنی 6,00,000 روپے ہو تو 15% کی شرح سے قابل ادا ٹیکس.......... روپے ہوگا۔

(ix) 12000 روپے قیمت کے ٹیلی ویژن پر %10 کی شرح سے اضافی ٹیکس .... روپے ہوگا۔

(x) 3,00,000 روپے کی رقم پر %150 کی شرح سے ایکسائز ڈیوٹی .... روپے ہوگی۔

جوابات: (i) ٹیکس (ii) براہ راست ٹیکس (iii) بالواسطہ ٹیکس (iv) سیلز ٹیکس
(v) ایکسائز ڈیوٹی (vi) جائیدادی ٹیکس (vii) انکم ٹیکس (viii) 90,000 روپے
(ix) 1200 روپے (x) 4,50,000 روپے

3. ایک ٹرائی سائیکل کی قیمت 4000 روپے ہے۔ اگر ایک سائیکل پر %16 کی شرح سے سیلز ٹیکس لیا جائے تو ایسے 30 سائیکلوں پر سیلز ٹیکس معلوم کیجیے۔

حل:

ٹرائی سائیکل کی قیمت = 4000 روپے

شرح سیلز ٹیکس = 16%

ایک ٹرائی سائیکل پر سیلز ٹیکس کی رقم = 4000 کا 16%

$= \frac{16}{100} \times 4000 = 640$ روپے

30 ٹرائی سائیکلوں پر سیلز ٹیکس کی رقم $= 30 \times 640 = 19,200$ روپے

4. اگر ایک شخص کی مجموعی آمدنی 7,00,000 روپے ہو اور اس پر 1,50,000 روپے کی چھوٹ ہو تو %4.5 کی شرح سے کتنا ٹیکس حاصل ہوگا۔

حل:

مجموعی آمدنی = 7,00,000 روپے

چھوٹ کی رقم = 1,50,000 روپے

قابل ٹیکس آمدنی $= 7,00,000 - 1,50,000 = 5,50,000$ روپے

ٹیکس کی شرح = 4.5%

ٹیکس کی رقم $= 5,50,000 \times \frac{45}{10 \times 100} = 24,750$ روپے

5. گیس کا میٹر ایک ماہ کے دورانیہ میں $5.670\ Hm^3$ گیس کا استعمال ظاہر کرتا ہے۔ %16 جی ایس ٹی کی شرح کے ساتھ گیس کے بل کی قابل ادا رقم معلوم کیجیے۔

حل:

$5Hm^3$ کے لیے گیس کے اخراجات = 550.44 روپے ....(i)

$0.670\ Hm^3$ کے لیے گیس کے اخراجات = 84.45 روپے ....(ii)

کرایہ میٹر = 120 روپے ....(iii)

کل رقم (i) + (ii) + (iii) = 754.89 روپے

موجودہ بل $= 754.89 + 120.78 = 875.67$ روپے

6. درج ذیل میں بجلی کے لیے استعمال کیے گئے یونٹس دیئے گئے ہیں۔

(i) 275 یونٹس (ii) 200 یونٹس (iii) 340 یونٹس (iv) 285 یونٹس

بجلی کے بل ان تمام اشیاء کو شامل کر کے بنایئے جیسا کہ حل شدہ مثال میں ہے۔

حل: (i)

استعمال کیے گئے یونٹس کی تعداد	=	275
پہلے 100 یونٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے	=	100 × 2.65 = 265
اگلے 175 یونٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے	=	175 × 3.64 = 637
275 یونٹس کی کل قیمت	=	265 + 637
	=	902 .....(i)
1.5% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی	=	13.53 روپے .....(ii)
بجلی کی ڈیوٹی	=	62.5 روپے .....(iii)
ٹیلی ویژن فیس	=	25 روپے .....(iv)
انکم ٹیکس	=	91.00 روپے .....(v)
کل رقم	=	902+13.53+62.5+25+91=1094.03

(ii)

استعمال کیے گئے یونٹس کی تعداد	=	200
پہلے 100 یونٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے	=	100 × 2.65 = 265 روپے
اگلے 100 یونٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے	=	100 × 3.64 = 364 روپے
200 یونٹس کی کل قیمت	=	265 + 364 = 629
1.5% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی	=	9.435 روپے
بجلی کی ڈیوٹی	=	62.52 روپے
ٹیلی ویژن فیس	=	25 روپے
انکم ٹیکس	=	91 روپے
کل رقم	=	9.435 + 62.52 + 25 + 91 + 629
کل رقم	=	816.955

(iii)

استعمال کیے گئے یونٹس کی تعداد	=	340
پہلے 100 یونٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے	=	100 × 2.65 = 265 روپے
اگلے 200 یونٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے	=	200 × 3.64 = 728 روپے
بقیہ 40 یونٹس کی قیمت 6.15 روپے فی یونٹ کے حساب سے	=	6.15 × 40 = 246 روپے
340 یونٹس کی کل قیمت	=	1239 روپے

1.5% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی = 18.585 روپے

بجلی کی ڈیوٹی = 62.52 روپے .....(iii)

ٹیلی ویژن فیس = 25 روپے

انکم ٹیکس = 91 روپے

کل رقم = 1239 + 18.585 + 62.52 + 25 + 91

کل رقم = 1436.105

(iv) استعمال کیے گئے یونٹس کی تعداد = 285

پہلے 100 یونٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 100 × 2.65 = 265 روپے

اگلے 185 یونٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے = 185 × 3.64 = 673.4 روپے

285 یونٹس کی کل قیمت = 265 + 673.4 = 938.4 روپے

1.5% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی = 14.076 روپے

بجلی کی ڈیوٹی = 62.52 روپے

ٹیلی ویژن فیس = 25 روپے

انکم ٹیکس = 91 روپے

کل رقم = 938.4 + 14.076 + 62.52 + 25 + 91

کل رقم = 130.96 = 1131 روپے

7. ایک شخص کی ماہانہ مجموعی آمدنی 75000 روپے ہے۔ اگر 1500 روپے، 1200 روپے اور 1800 روپے بالترتیب انکم ٹیکس، بینوولینٹ فنڈ اور جی پی فنڈ منہا کیے گئے ہوں تو وہ شخص باقی کتنے روپے گھر لے جائے گا؟

حل:

مجموعی آمدنی = 75000 روپے

انکم ٹیکس = 1500 روپے

بینوولینٹ فنڈ = 1200 روپے

جی پی فنڈ = 1800 روپے

کل کٹوتی = 1500 + 1200 + 1800 = 4500 روپے

حقیقی آمدنی = مجموعی آمدنی - کل کٹوتی

= 75000 – 4500 = 70500 روپے

خلاصہ

☆ وہ رقم جو آمدنی کے تناسب سے اور منافع سے حاصل کر کے یا سامان کی قیمت خرید میں اضافہ کر کے یا خدمات پر ریاست کو ادا کی جاتی ہے ٹیکس کہلاتی ہے۔

☆ "براہ راست ٹیکس" آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس، پراپرٹی ٹیکس اور منافع پر ٹیکس کی شکل میں حاصل کیا جاتا ہے۔

☆ بالواسطہ ٹیکس میں ڈیوٹیز، موٹر وہیکلز، سامان، خدمات ٹیکس، (جی ایس ٹی) ٹیکس اور قیمت میں اضافی جمع شدہ ٹیکس شامل ہیں۔

☆ جب ہم کوئی چیز خریدتے ہیں تو ہم ایک خاص رقم بطور اضافی ٹیکس جو کہ چیز کی قیمت خرید میں شامل کرتے ہوئے ادا کرتے ہیں اسے سیلز ٹیکس کہتے ہیں۔ یہ ٹیکس عام طور پر قیمت فروخت کی ایک مقررہ شرح فی صد سے دیا جاتا ہے۔ پاکستان میں سامان کے خریدنے اور خدمات مہیا کرنے پر 16% کی شرح سے سیلز ٹیکس وصول کیا جاتا ہے۔

☆ ایکسائز ڈیوٹی ٹیکس کی وہ شکل ہے جو ایک خریدار ایک تیار کی گئی چیز پر خریدتے وقت ادا کرتا ہے۔

☆ پراپرٹی ٹیکس زمین، گھر، فلیٹ یا عمارات کے مالک سے ایک خاص شرح 16% کے حساب سے سالانہ آمدنی پر وصول کیا جاتا ہے۔

☆ انکم ٹیکس ہر سال یکم جولائی سے اگلے سال 30 جون کے درمیان قابل ٹیکس آمدن پر وصول کیا جاتا ہے۔

معروضی سوالات

❁ درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔

-1 جنرل سیلز ٹیکس اور ویلیو ایڈڈ ٹیکس شامل ہوتے ہیں۔

(a) براہ راست ٹیکس میں (b) ٹیکس میں (c) سیلز ٹیکس میں (d) بالواسطہ ٹیکس میں

-2 یہ ٹیکس قیمت فروخت پر مقررہ شرح فی صد سے ادا کیا جاتا ہے۔

(a) بالواسطہ ٹیکس (b) سیلز ٹیکس (c) براہ راست ٹیکس (d) جنرل سیلز ٹیکس

-3 پاکستان میں سامان کی خریداری پر یا خدمت کے عوض سیلز ٹیکس لیا جاتا ہے۔

(a) 16 % (b) 18 % (c) 19 % (d) 20 %

-4 5,00,000 روپے کی کار پر 150% کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی ہوگی۔

(a) 7,00,000 روپے (b) 7,25,000 روپے (c) 7,50,000 روپے (d) 7,75,000 روپے

-5 14040 روپے کے ٹیلی وژن پر 20 % کے حساب سے ایکسائز ڈیوٹی ہوگی۔

(a) 2708 (b) 2808 (c) 2908 (d) 3008

-6 زمین، گھر، فلیٹ یا عمارت کی آمدنی پر سالانہ ٹیکس لیا جاتا ہے۔

(a) سیلز ٹیکس (b) بالواسطہ ٹیکس (c) پراپرٹی ٹیکس (d) ایکسائز ڈیوٹی

-7 پراپرٹی ٹیکس کی سالانہ شرح ہوتی ہے۔

(a) 15 % (b) 16 % (c) 20 % (d) 25 %

-8 3500 روپے کی ہائیمکل کا 16 % کے حساب سے سیلز ٹیکس ہوگا۔

(a) 520 روپے (b) 540 روپے (c) 560 روپے (d) 580 روپے

-9 بجلی کے بل میں پہلے 100 یونٹس کی قیمت بحساب فی یونٹ ہوتی ہے۔

(a) 2.62 روپے (b) 2.65 روپے (c) 2.67 روپے (d) 2.69 روپے

-10 بجلی کے بل میں 100 سے 300 یونٹس کی قیمت بحساب فی یونٹ ہوتی ہے۔

(a) 3.65 روپے (b) 3.66 روپے (c) 3.67 روپے (d) 3.68 روپے

-11 بجلی کے بل میں 300 سے 1000 یونٹس کی قیمت بحساب فی یونٹ ہوتی ہے۔

(a) 5.85 روپے (b) 5.95 روپے (c) 6.05 روپے (d) 6.15 روپے

-12 بجلی کے بل میں 1000 یونٹس کی قیمت بحساب فی یونٹ ہوتی ہے۔

(a) 7.41 روپے (b) 7.31 روپے (c) 7.51 روپے (d) 7.61 روپے

-13 بجلی کے استعمال ہونیوالے یونٹس ریکارڈ ہوتے ہیں۔

(a) دفتر میں (b) رجسٹر پر (c) میٹر پر (d) مکعب فٹ پر

-14 بجلی کے بل میں ٹیلی وژن فیس شامل ہوتی ہے۔

(a) 15 روپے (b) 40 روپے (c) 30 روپے (d) 25 روپے

-15 بجلی کے بل میں ایکسائز ڈیوٹی کی شرح ہوتی ہے۔

(a) 1.5 % (b) 1.6 % (c) 1.7 % (d) 1.8 %

-16 بجلی کے بل میں بجلی کی ڈیوٹی کی شرح ہوتی ہے۔

(a) 1.05 % (b) 1.6 % (c) 1.07 % (d) 1.08 %

-17 گیس کی مقدار کو ماپا جاتا ہے۔

(a) حجم میں (b) میٹر میں (c) مکعب میٹر میں (d) یونٹس میں

-18 ہر یونٹ میں کتنے مکعب فٹ گیس ہوتی ہے؟

(a) 10 (b) 100 (c) 150 (d) 200

-19 ٹیلی فون کال کا خرچ کتنی چیزوں پر انحصار کرتا ہے؟

(a) دو (b) تین (c) چار (d) پانچ

-20 کل کٹوتی۔ مجموعی آمدنی برابر ہے۔

(a) ذاتی آمدنی (b) شخصی آمدنی (c) حقیقی آمدنی (d) ماہانہ آمدنی

-21 ڈیوٹیز، موٹر وہیکل ٹیکس کی شکل میں ٹیکس کو کہتے ہیں۔

(a) بالواسطہ ٹیکس (b) براہ راست ٹیکس (c) انکم ٹیکس (d) سیلز ٹیکس

-22 کسی چیز کی قیمت میں اضافی ٹیکس کو کہتے ہیں۔

(a) ایکسائز ڈیوٹی (b) سیلز ٹیکس (c) ٹیکس (d) انکم ٹیکس

-23 وہ رقم جو آمدنی کے تناسب سے کچھ چیزوں کی لاگت میں منافع کے اضافہ اور خدمات پر ریاست کو ادا کرتی ہے کہلاتی ہے۔
(a) جائیداد ٹیکس (b) انکم ٹیکس (c) براہ راست ٹیکس (d) ٹیکس

-24 وہ ٹیکس جو آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس، جائیداد ٹیکس وغیرہ کی شکل میں وصول کیا جاتا ہے اسے کہتے ہیں۔
(a) انکم ٹیکس (b) جائیداد ٹیکس (c) براہ راست ٹیکس (d) بالواسطہ ٹیکس

-25 کسی تیار کی گئی چیز پر ایک خریدار کے وقت جو ٹیکس ادا کرتا ہے اسے کہتے ہیں۔
(a) ایکسائز ڈیوٹی (b) سیلز ٹیکس (c) انکم ٹیکس (d) براہ راست ٹیکس

-26 وہ ٹیکس جو زمین، گھر، فلیٹ یا عمارت کے مالک سے حاصل کیا جاتا ہے اُسے کہتے ہیں۔
(a) ایکسائز ٹیکس (b) بالواسطہ ٹیکس (c) جنرل سیلز ٹیکس (d) پراپرٹی ٹیکس

-27 اگر ایک فلیٹ سے سالانہ آمدنی 6,00,000 روپے ہو تو 15 % کی شرح سے قابل ادا ٹیکس ہوگا۔
(a) 90,000 روپے (b) 95,000 روپے (c) 85,000 روپے (d) 80,000 روپے

-28 12000 روپے قیمت کے ٹیلی وژن پر 10 % کی شرح سے اضافی ٹیکس ہوگا۔
(a) 1000 روپے (b) 1200 روپے (c) 1300 روپے (d) 1400 روپے

-29 3,00,000 روپے کی رقم پر 150 % کی شرح سے ایکسائز ڈیوٹی ہوگی۔
(a) 4,00,000 روپے (b) 4,25,000 روپے (c) 4,50,000 روپے (d) 4,75,000 روپے

-30 ہر سال یکم جولائی سے اگلے سال 30 جون کے درمیان قابل ٹیکس آمدن پر وصول کیا جاتا ہے۔
(a) سیلز ٹیکس (b) جنرل سیلز ٹیکس (c) براہ راست ٹیکس (d) بالواسطہ ٹیکس

جوابات:

-1 بالواسطہ ٹیکس میں	-2 سیلز ٹیکس	-3 16 %	-4 7,50,000 روپے	-5 2808
-6 پراپرٹی ٹیکس	-7 16 %	-8 560 روپے	-9 2.65 روپے	-10 3.65 روپے
-11 6.15 روپے	-12 7.41 روپے	-13 میٹر پر	-14 25 روپے	-15 1.5 %
-16 1.6 %	-17 حجم میں	-18 100	-19 تین	-20 حقیقی آمدنی
-21 بالواسطہ ٹیکس	-22 سیلز ٹیکس	-23 ٹیکس	-24 براہ راست ٹیکس	-25 ایکسائز ڈیوٹی
-26 پراپرٹی ٹیکس	-27 90,000 روپے	-28 1200 روپے	-29 4,50,000 روپے	-30 سیلز ٹیکس

❁ **مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔**

-1 **ٹیکس سے کیا مراد ہے؟**

جواب: آمدنی یا نفع کے تناسب سے حاصل کی گئی رقم یا سامان کی قیمت خرید میں شامل اضافی رقم یا خدمات پر وہ رقم جو کہ ریاست کو ادا کی جاتی ہے۔ ٹیکس کہلاتی ہے۔

-2 براہ راست ٹیکس کسے کہتے ہیں؟

جواب: یہ وہ ٹیکس ہے جو کہ آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس یا جائیداد ٹیکس کی شکل میں براہ راست حکومت افراد سے وصول کرتی ہے۔

-3 بالواسطہ ٹیکس سے کیا مراد ہے؟

جواب: اس ٹیکس میں ڈیوٹیز، مشینری پر ٹیکس، سامان اور خدمات پر ٹیکس شامل ہیں۔ اس میں جنرل سیلز ٹیکس اور ویلیوایڈڈ ٹیکس بھی شامل ہیں۔

-4 سیلز ٹیکس سے کیا مراد ہے؟

جواب: جب ہم کوئی چیز خریدتے ہیں تو ہمیں ٹیکس کی ایک خاص رقم جو کسی چیز کی قیمت خرید میں بطور اضافی ٹیکس کی صورت میں شامل ادا کرتے ہیں اسے سیلز ٹیکس کہتے ہیں۔

-5 ٹیلی وژن پر % 16 سیلز ٹیکس لگایا جاتا ہے۔ اگر ٹیلی وژن پر درج قیمت 18000 روپے ہو تو ٹیلی وژن خریدنے والے کو کل کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

حل:

ٹیلی وژن پر درج قیمت = 18000 روپے

سیلز ٹیکس کی شرح = 16%

جتنا سیلز ٹیکس ادا کرنا ہوگا۔ = $16\% \times 18000$

$= \frac{16}{100} \times 18000 = 2880$ روپے

ٹیلی وژن خریدنے کے لیے کل رقم جو ادا کرنی ہوگی۔ = $18000 + 2880 = 20880$ روپے

-6 ایک کمپیوٹر کی قیمت 34800 روپے ہے۔ جس میں % 16 سیلز ٹیکس شامل ہے۔ کمپیوٹر کی اصل قیمت کیا ہے؟

حل:

کمپیوٹر کی قیمت بمعہ سیلز ٹیکس = 34800 روپے

فرض کیا کمپیوٹر کی اصل قیمت = 100 روپے

% 16 سیلز ٹیکس کے ساتھ کمپیوٹر کی قیمت = $100 + 16 = 116$ روپے

کمپیوٹر کی اصل قیمت = $\frac{100}{116} \times 34800 = \frac{3480000}{116} = 30,000$ روپے

-7 ایکسائز ڈیوٹی سے کیا مراد ہے؟

جواب: ایکسائز ڈیوٹی ٹیکس کی وہ شکل ہے جسے خریدار تیار شدہ چیز پر بوقت خرید ادا کرتا ہے۔

-8 ایک آدمی ایک 1000 سی سی کار خریدنا چاہتا ہے۔ اسے کار کی قیمت پر % 150 ایکسائز ڈیوٹی ادا کرنی ہوگی۔ اگر کار کی قیمت 5,00,000 روپے ہو تو اسے کل کتنی رقم ادا کرنا ہوگی؟

حل:

کار کی قیمت = 5,00,000 روپے

ایکسائز ڈیوٹی کی شرح = 150%

5,00,000 روپے پر ایکسائز ڈیوٹی = $150\% \times 5,00,000$

$= \frac{150}{100} \times 5,00,000 = 7,50,000$ روپے

آدمی کو جو کل رقم ادا کرنا ہوگی۔ $= 5,00,000 + 7,50,000 = 12,50,000$ روپے

-9 ایک فلیٹ کی سالانہ قیمت 14,00,000 روپے ہے۔ % 16 سالانہ کی شرح سے قابل ادا پراپرٹی ٹیکس معلوم کیجیے۔

حل: فلیٹ کی سالانہ قیمت $= 14,00,000$ روپے

ٹیکس کی شرح $= 16\,\%$

قابل ادا ٹیکس $= 16\,\% = 16\,\% \times 14,00,000$

$= \frac{16}{100} \times 14,00,000$

$= 16 \times 14000$

$= 2,24,000$ روپے

-10 انکم ٹیکس سے کیا مراد ہے؟

جواب: یکم جولائی سے 30 جون تک کے مالی سال کے دوران تمام قسم کی آمدن پر ٹیکس کو انکم ٹیکس کہتے ہیں۔

-11 ایک شخص کی سالانہ آمدنی بشمول تمام الاؤنسز 3,60,000 روپے ہے۔ جبکہ چھوٹ کی رقم 1,80,000 روپے ہے۔ اس شخص کو % 0.75 کے حساب سے کتنا ٹیکس ادا کرنا ہوگا؟

حل: شخص کی کل سالانہ آمدنی $= 3,60,000$ روپے

چھوٹ کی رقم $= 1,80,000$ روپے

قابل ٹیکس آمدنی $= 3,60,000 - 1,80,000 = 1,80,000$ روپے

ٹیکس کی شرح $= 0.75\%$

قابل ادا ٹیکس کی رقم $= 0.75\% \times 1,80,000$

$= 0.75 \times \frac{1}{100} \times 1,80,000$

$= \frac{75}{100} \times \frac{1}{100} \times 1,80,000 = 1350$ روپے

-12 اگر ایک ائیر کنڈیشنر کی قیمت بمعہ سیلز ٹیکس 40,000 روپے ہو تو اس پر % 16 سالانہ شرح سے سیلز ٹیکس کی رقم معلوم کیجیے۔

حل: ائیر کنڈیشنر کی قیمت $= 40,000$ روپے

سیلز ٹیکس کی شرح $= 16\,\%$

سیلز ٹیکس $= 16\,\% \times 40,000$

$= \frac{16}{100} \times 40,000 = 16 \times 400 = 6400$ روپے

-13 گیس میٹر ریڈنگ سے ظاہر ہوتا ہے کہ $4.872\,Hm^3$ گیس ایک ماہ میں استعمال ہوئی۔ قابل ادا رقم بشمول جی ایس ٹی کی 16 % شرح سے معلوم کیجیے۔

حل:

(i) گیس اخراجات $4\,Hm^3$ کے لیے = 423.42 روپے

(ii) گیس اخراجات $0.872\,Hm^3$ کے لیے = 84.45 روپے

(iii) کرایہ میٹر = 120.00 روپے

کل رقم = $423.42 + 84.45 + 120.00 = 627.87$ روپے

جی ایس ٹی کی شرح = 16%

جی ایس ٹی کی رقم = $16\% \times 627.87$

$= \frac{16}{100} \times 627.87 = 100.46$ روپے

موجودہ بل = $627.87 + 100.46 = 728.33$ روپے = 729 روپے

-14 ذاتی آمدنی سے کیا مراد ہے؟

جواب: کسی شخص کی انفرادی طور پر روزانہ، ہفتہ وار ماہانہ یا سالانہ کی بنیاد پر حاصل کی گئی آمدنی کو اس شخص کی ذاتی آمدنی کہتے ہیں۔

-15 تنخواہ دار شخص کی مجموعی آمدنی کن چیزوں پر مشتمل ہوتی ہے؟

جواب: ایک تنخواہ دار شخص کی مجموعی آمدنی اس کی بنیادی تنخواہ، کرایہ مکان، کنوینس الاؤنس، مہنگائی الاؤنس، میڈیکل الاؤنس وغیرہ پر مشتمل ہوتی ہے۔

-16 حقیقی آمدنی سے کیا مراد ہے؟

جواب: کسی شخص کی حقیقی آمدنی یا وہ آمدنی جو وہ گھر لے کر جاتا ہے اس سے مراد ہے کہ وہ تنخواہ جو اسے مجموعی تنخواہ میں سے ضروری کٹوتیوں کے بعد ملتی ہے۔

-17 خالد ہفتہ میں 6 دن کام کرتا ہے اگر اسے 200 روپے یومیہ ادا کیا جائے تو اس کی مجموعی ماہانہ اجرات معلوم کریں۔

حل:

ایک ہفتہ میں دنوں کی تعداد = 6 دن

ایک مہینے میں کام کئے گئے دنوں کی تعداد = $6 \times 4 = 24$ دن

تنخواہ فی دن = 200 روپے

خالد کی مجموعی تنخواہ = $24 \times 200 = 4800$ روپے۔

-18 اگر ایک شخص کی آمدنی میں کٹوتی کی شکل میں 400 روپے انکم ٹیکس، 1200 روپے بینوویلنیٹ فنڈ 1500 روپے جی پی فنڈ اور 400 روپے گروپ انشورنس شامل ہوں تو 45000 روپے میں سے اس کے پاس کتنی رقم بچی؟

حل: انکم ٹیکس = 400 روپے ، بینوویلنیٹ فنڈ = 1200 روپے

جی پی فنڈ = 1500 روپے ، گروپ انشورنس = 400 روپے

مجموعی آمدنی = 45000 روپے

حقیقی آمدنی = مجموعی آمدنی - کل کٹوتی

= 45000 - 3500 = 41500 روپے

19- ایک ٹرائی سائیکل کی قیمت 4000 روپے ہے۔ اگر ایک سائیکل پر 16 % کی شرح سے سیلز ٹیکس لیا جائے تو ایسے 30 ٹرائی سائیکلوں پر سیلز ٹیکس معلوم کیجیے۔

حل:

ٹرائی سائیکل کی قیمت = 4000 روپے

شرح سیلز ٹیکس = 16 %

سیلز ٹیکس کی رقم = 16 % × 4000

$= \frac{16}{100} \times 4000 = 640$ روپے

30 ٹرائی سائیکلوں پر سیلز ٹیکس کی رقم = 30 × 640 = 19,200 روپے

20- ایک شخص کی ماہانہ مجموعی آمدنی 75000 روپے ہے۔ اگر 1500 روپے، 1200 روپے اور 1800 روپے بالترتیب انکم ٹیکس، بینوولینٹ فنڈ اور جی پی فنڈ منہا کر دیے گئے ہوں تو وہ شخص کتنے روپے گھر لے کر جائے گا؟

حل:

مجموعی آمدنی = 75000 روپے

انکم ٹیکس = 1500 روپے

بینوولینٹ فنڈ = 1200 روپے

جی پی فنڈ = 1800 روپے

کل خرچ = 1500 + 1200 + 1800 = 4500 روپے

حقیقی آمدنی = مجموعی آمدنی - کل خرچ

= 75000 - 4500 = 70500 روپے

***

EXPONENTS AND LOGARITHMS

- جذر اور مجذور
- قوانین قوت نما
- سائنسی ترقیم
- لوگارتھم
- لوگارتھم کے قوانین
- لوگارتھم کا استعمال

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- جذر اور مجذور کے تصورات
- کہ کسی جملہ کے جذر اور قوت نمائی شکل میں فرق کیا ہے۔
- کہ کسی جملہ کی حالت جذر اور قوت نمائی حالت کو آپس میں تبدیل کیسے کرتے ہیں۔
- اساس، قوت نما اور قیمت میں واضح فرق۔
- حقیقی قوت نما والے جملوں کو مختصر کرنے کے لیے قوت نما کے قوانین کو استعمال کیا جا سکتا ہے۔
- کسی عدد کو سائنسی ترقیم اور عام ترقیم میں کیسے ظاہر کر سکتے ہیں۔
- کسی عدد کے لوگارتھم جس کا اساس 'a' ہو۔ $(a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x, a > 0, y > 0$ اور $a \neq 1)$
- کامن لوگارتھم یا کسی عدد کے لوگارتھم کا خاصہ اور مینٹیسا۔
- عدد کے لوگارتھم کو معلوم کرنے کے لیے جدول کا استعمال کیسے کرتے ہیں۔
- اینٹی لوگارتھم کا تصور اور اس کے جدول کو استعمال کرنے کا طریقہ۔
- درج ذیل قوانین کو کیسے ثابت کرتے ہیں۔
  - $\log_a (mn) = \log_a m + \log_a n$
  - $\log_a \left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$
  - $\log_a m^n = n \log_a m$
- لوگارتھم کے قوانین کو استعمال کرتے ہوئے ضرب، تقسیم اور قوت نما کے طویل عمل کو جمع اور تفریق جیسے آسان عمل میں کیسے تبدیل کر سکتے ہیں۔

Radicals and Radicands جذر اور مجذور

ایک حقیقی عدد $\sqrt{5}$ جس کو ہم $5^{\frac{1}{2}}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔ یہاں 5 ایک مثبت ناطق عدد ہے، 2 ایک مثبت حقیقی صحیح عدد اور $\sqrt{5}$ ایک غیر ناطق عدد، اس لیے $\sqrt{5}$ ایک جذر المربع ہے اسے 5 کا دوسرا جذر بھی کہتے ہیں۔ اسے دوسرے درجے کا جذر بھی کہتے ہیں۔ $\sqrt{\ }$ جذر کی علامت (Radical Sign) اور 5 مجذور (Radicand) کہلاتا ہے۔

حقیقی عدد $\sqrt[3]{4}$ کو ہم $4^{\frac{1}{3}}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔ یہاں 4 ایک مثبت ناطق عدد، 3 ایک مثبت صحیح عدد اور $\sqrt[3]{4}$ غیر ناطق ہے۔ اس لیے $\sqrt[3]{4}$ ایک جذر ہے اسے 4 کا تیسرا جذر بھی کہتے ہیں۔ یہ جذر المکعب بھی کہلاتا ہے۔

اس طرح ہر درجہ کا جذر ایک غیر ناطق عدد ہوتا ہے، جس میں جذر المربع بھی شامل ہے۔ مثلاً:

$2\sqrt{3}, 4+3\sqrt{5}, 10-4\sqrt{6}, \frac{\sqrt{2}}{5}, \frac{9}{\sqrt{7}}$ تمام غیر ناطق اعداد ہیں۔

اگر 'a' ایک حقیقی عدد ہو اور 'n' ایک مثبت صحیح عدد، تب ایک عدد کی طاقت $\frac{1}{n}$ لگانے سے $a^{1/n}$ حاصل ہو تو اسے a کا nواں جذر کہتے ہیں۔

پس $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}, \sqrt[4]{5} = 5^{\frac{1}{4}}$

علامت $\sqrt[n]{\ }$ انڈیکس n کی جذری علامت کہلاتی ہے۔ $\sqrt[n]{a}$ میں a مجذور (Radicand) کہلاتا ہے۔

$\sqrt{a}$ دوسرا جذر کہلاتا ہے۔ $\sqrt[3]{a}$ تیسرا جذر کہلاتا ہے۔ $\sqrt[4]{a}$ چوتھا جذر کہلاتا ہے۔

$\sqrt[n]{a}$، nواں جذر کہلاتا ہے۔

$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ اور $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$ ایک دوسرے کے کانجوگیٹ کہلاتے ہیں۔ ان دو جذروں کا حاصل ضرب ایک ناطق عدد ہوتا ہے۔

کسی جملہ کی جذری اور قوت نمائی اشکال

Radical form and Exponential form of an expression

$\sqrt[3]{8}$ ایک جذری شکل ہے جبکہ $(8)^{\frac{1}{3}}$ اس کی قوت نمائی شکل ہے۔ کیونکہ جذر کو کسری قوت نما میں بھی بیان کیا جا سکتا ہے۔

$5(3)^{\frac{1}{2}}$ کی جذری شکل $5\sqrt{3}$ ہے۔

$$5(3)^{\frac{1}{2}} = 5\sqrt{3}$$

پس کسی مثبت صحیح عدد 'n' اور مثبت ناطق عدد 'a' کے لیے ہم درج ذیل جدول (table) پر غور کرتے ہیں۔

جذری شکل	قوت نمائی شکل
(i) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$	$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$
(ii) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$	$(ab)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}}b^{\frac{1}{n}}$
(iii) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}}$
(iv) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$	$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(a^m\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}}$

حل مشق 6.1

1. درج ذیل میں جذر اور مجذور بتایئے:

(i) $\sqrt{3}$

حل: جذر $= \sqrt{3}$ مجذور $= 3$

(ii) $4+3\sqrt{a}$

حل: جذر $= \sqrt{a}$ مجذور $= a$

(iii) $\sqrt{11}$

حل: جذر $= \sqrt{11}$ مجذور $= 11$

(iv) $8-2\sqrt{6}$

حل: جذر $= \sqrt{6}$ مجذور $= 6$

(v) $\frac{\sqrt{5}}{7}$

حل: جذر $= \sqrt{5}$ مجذور $= 5$

(vi) $\frac{9}{\sqrt{13}}$

حل: جذر $= \sqrt{13}$ مجذور $= 13$

2. درج ذیل کو قوت نما کی شکل میں لکھیے:

(i) $\sqrt{a^3}$

حل: $\sqrt{a^3} = (a^3)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{2}}$

(ii) $\sqrt[5]{a^3}$

حل: $\sqrt[5]{a^3} = (a^3)^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{3}{5}}$

(iii) $\frac{1}{\sqrt[p]{a^k}}$

حل: $\frac{1}{\sqrt[p]{a^k}} = \frac{1}{(a^k)^{\frac{1}{p}}} = \frac{1}{a^{\frac{k}{p}}} = a^{-\frac{k}{p}}$

(iv) $\frac{1}{\sqrt[h]{a^k}}$

حل: $\frac{1}{\sqrt[h]{a^k}} = \frac{1}{(a^k)^{\frac{1}{h}}} = \frac{1}{a^{\frac{k}{h}}} = a^{-\frac{k}{h}}$

3. جذر کی شکل میں لکھ کر حل کیجیے

(i) $(25)^{\frac{1}{2}}$

حل: $(25)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = (5^2)^{\frac{1}{2}} = 5$

(ii) $(64)^{\frac{1}{3}}$

حل: $(64)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = (4^3)^{\frac{1}{3}} = 4$

(iii) $(81)^{\frac{1}{4}}$

حل: $(81)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = (3^4)^{\frac{1}{4}} = 3$

(iv) $(27)^{\frac{1}{3}}$

حل: $(27)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$

(v) $(27)^{\frac{2}{3}}$

حل: $(27)^{\frac{2}{3}} = (27^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(27)^2} = \sqrt[3]{(3^3)^2} = 3^2 = 9$

(vi) $8^{-\frac{1}{3}}$

حل: $8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{1}{2}$

(vii) $(1000)^{\frac{2}{3}}$

حل: $(1000)^{\frac{2}{3}} = \left[\left((1000)^2\right)\right]^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(1000)^2} = \sqrt[3]{(10^3)^2} = 10^2 = 100$

(viii) $(64)^{\frac{1}{2}}$

حل: $(64)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = (8^2)^{\frac{1}{2}} = 8$

4. مختصر کیجیے اور جواب قوت نما کی شکل میں لکھیے۔

(i) $\sqrt{a^{16}}$

حل: $\sqrt{a^{16}} = (a^{16})^{\frac{1}{2}} = a^8$

(ii) $\sqrt[3]{a^{15}}$

حل: $\sqrt[3]{a^{15}} = (a^{15})^{\frac{1}{3}} = a^5$

(iii) $\sqrt[3]{27a^9}$

حل: $\sqrt[3]{27a^9} = (27a^9)^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}}(a^9)^{\frac{1}{3}} = 3a^3$

(iv) $\sqrt[3]{8a^9}$

حل: $\sqrt[3]{8a^9} = (8a^9)^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}}(a^9)^{\frac{1}{3}} = 2a^3$

(v) $\sqrt[4]{x^{32}}$

حل: $\sqrt[4]{x^{32}} = (x^{32})^{\frac{1}{4}} = x^8$

(vi) $\sqrt[4]{81x^{20}}$

حل: $\sqrt[4]{81x^{20}} = (81x^{20})^{\frac{1}{4}} = (3^4)^{\frac{1}{4}}(x^{20})^{\frac{1}{4}} = 3x^5$

(vii) $\sqrt[3]{125x^9y^{15}}$

حل: $\sqrt[3]{125x^9y^{15}} = (125x^9y^{15})^{\frac{1}{3}} = (5^3)^{\frac{1}{3}}(x^9)^{\frac{1}{3}}(y^{15})^{\frac{1}{3}} = 5x^3y^5$

(viii) $\sqrt{(8+y)^7}$

حل: $\sqrt{(8+y)^7} = \left[(8+y)^7\right]^{\frac{1}{2}} = (8+y)^{\frac{7}{2}}$

(ix) $\sqrt[4]{16x^2y^6}$

حل: $\sqrt[4]{16x^2y^6} = (16x^2y^6)^{\frac{1}{4}} = (2^4)^{\frac{1}{4}}(x^2)^{\frac{1}{4}}(y^6)^{\frac{1}{4}} = 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}$

(x) $\sqrt[4]{\frac{x^5y^6}{z^2}}$

حل: $\sqrt[4]{\frac{x^5y^6}{z^2}} = \left(\frac{x^5y^6}{z^2}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{(x^5)^{\frac{1}{4}}(y^6)^{\frac{1}{4}}}{(z^2)^{\frac{1}{4}}} = \frac{x^{\frac{5}{4}}y^{\frac{3}{2}}}{z^{\frac{1}{2}}}$

(xi) $\sqrt[3]{\frac{8x}{x+y}}$

حل: $\sqrt[3]{\frac{8x}{x+y}} = \left(\frac{8x}{x+y}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}}{(x+y)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2x^{\frac{1}{3}}}{(x+y)^{\frac{1}{3}}}$

(xii) $\sqrt[p]{\dfrac{y^n}{a^m}}$:حل

$$\sqrt[p]{\frac{y^n}{a^m}}=\left(\frac{y^n}{a^m}\right)^{\frac{1}{p}}=\frac{(y^n)^{\frac{1}{p}}}{(a^m)^{\frac{1}{p}}}=\frac{y^{\frac{n}{p}}}{a^{\frac{m}{p}}}$$

5. مختصر کیجیے:

(i) $\sqrt{3}\times\sqrt{7}$:حل

$$\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{3\times7}=\sqrt{21}$$

(ii) $\sqrt[5]{4}\times\sqrt[5]{128}$:حل

$$\sqrt[5]{4}\times\sqrt[5]{128}=\sqrt[5]{4\times128}=\sqrt[5]{512}$$

(iii) $\sqrt[5]{81}\times\sqrt[5]{27}$:حل

$$\sqrt[5]{81}\times\sqrt[5]{27}=\sqrt[5]{81\times27}=\sqrt[5]{2187}$$

(iv) $\sqrt{2}\div\sqrt[9]{32}$

$$\sqrt{2}\div\sqrt[9]{32}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[9]{32}}=\frac{2^{\frac{1}{2}}}{32^{\frac{1}{9}}}=\frac{(2)^{\frac{1}{2}}}{(2^5)^{\frac{1}{9}}}=\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{5}{9}}}=\frac{1}{2^{\frac{5}{9}}\times2^{-\frac{1}{2}}}$$

$$=\frac{1}{2^{\frac{10-9}{18}}}=\frac{1}{2^{\frac{1}{18}}}=\frac{1}{\sqrt[18]{2}}$$

(v) $\sqrt[5]{118}\div\sqrt[5]{2}$

$$\sqrt[5]{118}\div\sqrt[5]{2}=\frac{\sqrt[5]{118}}{\sqrt[5]{2}}=\sqrt[5]{59}$$:حل

(vi) $\sqrt{27}\div\sqrt{81}$

$$\sqrt{27}\div\sqrt{81}=\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{81}}=\sqrt{\frac{27}{81}}=\sqrt{\frac{1}{3}}$$:حل

(vii) $a^{\frac{1}{4}}\times a^{\frac{2}{3}}$

$$a^{\frac{1}{4}}\times a^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{1}{4}+\frac{2}{3}}=a^{\frac{3+8}{12}}=a^{\frac{11}{12}}=(a^{11})^{\frac{1}{12}}=\sqrt[12]{a^{11}}$$:حل

(viii) $x^{\frac{6}{7}}\times y^{\frac{1}{4}}$

$$x^{\frac{6}{7}}\times y^{\frac{1}{4}}=x^{\frac{6}{7}\times\frac{4}{4}}\times y^{\frac{1}{4}}=x^{\frac{24}{7}\times\frac{1}{4}}\times y^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{x^{\frac{24}{7}}y}$$:حل

(ix) $\left(x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{6}}\right)^6$

$$\left(x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{6}}\right)^6=\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^6\left(y^{\frac{1}{6}}\right)^6=x^{\frac{9}{2}}y=y\sqrt{x^9}$$:حل

(x) $\left(x^3y^2\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(y^3x^4\right)^{-\frac{1}{3}}$

حل: $\left(x^3y^2\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(y^3x^4\right)^{-\frac{1}{3}}=\left(x^3\right)^{\frac{1}{2}}\left(y^2\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(y^3\right)^{-\frac{1}{3}}\left(x^4\right)^{-\frac{1}{3}}$

$=x^{\frac{3}{2}}\times y\times y^{-1}x^{-\frac{4}{3}}=x^{\frac{3}{2}-\frac{4}{3}}\times y^{1-1}=x^{\frac{9-8}{6}}\times y^{o}$

$=x^{\frac{1}{6}}\times 1=x^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{x}$

(xi) $\left(x^3y^2\right)^{\frac{1}{4}}\times\left(x^{\frac{1}{3}}y\right)^{\frac{3}{4}}$

حل: $\left(x^3y^2\right)^{\frac{1}{4}}\times\left(x^{\frac{1}{3}}y\right)^{\frac{3}{4}}=\left(x^3\right)^{\frac{1}{4}}\left(y^2\right)^{\frac{1}{4}}\times\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}$

$=x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{2}{4}}\times x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}=x^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}\times y^{\frac{2}{4}+\frac{3}{4}}=x^{\frac{4}{4}}\times y^{\frac{5}{4}}=\left(x^4\times y^5\right)^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{x^4y^5}$

(xii) $\left(a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}\div\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}\right)^{-5}$

حل: $\left(a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}\div\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}\right)^{-5}=\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(b^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}\div\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{-5}\left(b^{\frac{1}{4}}\right)^{-5}$

$=a^{-\frac{1}{8}}b^{-\frac{1}{6}}\div a^{-\frac{5}{3}}b^{-\frac{5}{4}}=a^{-\frac{1}{8}}b^{-\frac{1}{6}}\times a^{\frac{5}{3}}b^{\frac{5}{4}}=a^{-\frac{1}{8}+\frac{5}{3}}\times b^{-\frac{1}{6}+\frac{5}{4}}$

$=a^{\frac{37}{24}}\times b^{\frac{13}{12}}=a^{\frac{37}{24}}\times b^{\frac{13\times2}{12\times2}}=a^{\frac{37}{24}}\times b^{\frac{26}{24}}=\sqrt[24]{a^{37}b^{26}}$

(xiii) $\left(x^2y^3\right)^{\frac{1}{5}}\times\left(x^{\frac{1}{3}}y^2\right)^{\frac{1}{4}}$

حل: $\left(x^2y^3\right)^{\frac{1}{5}}\times\left(x^{\frac{1}{3}}y^2\right)^{\frac{1}{4}}=\left(x^2\right)^{\frac{1}{5}}\left(y^3\right)^{\frac{1}{5}}\times\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}\left(y^2\right)^{\frac{1}{4}}$

$=x^{\frac{2}{5}}y^{\frac{3}{5}}\times x^{\frac{1}{12}}y^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{2}{5}+\frac{1}{12}}\times y^{\frac{3}{5}+\frac{1}{2}}=x^{\frac{29}{60}}y^{\frac{11}{10}}$

Laws of Exponents/Indices قوت نماؤں کے قوانین/انڈیسیز

Base, Exponent and Value اساس، قوت نما اور قیمت

بعض اوقات درج ذیل اقسام کی ضرب ہمارے علم میں آتی ہیں۔

3×3, 3×3×3, 3×3×3×3, 3×3×3×3×3

انہیں مختصر شکل میں ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$3\times3=3^2,\ 3\times3\times3=3^3,\ 3\times3\times3\times3=3^4,\ 3\times3\times3\times3\times3=3^5$$

اور اسی طرح یہ سلسلہ جاری رہتا ہے۔

کسی حقیقی عدد 'a' اور مثبت صحیح عدد 'n' کے لیے ہم لکھتے ہیں۔

$$a^n = a\times a\times a\times a \ldots\ldots \times a \text{ (n مرتبہ)}$$

یہاں 'a' کو ہم اساس (Base) اور n کو قوت نما یا انڈیکس (Exponents or index) کہتے ہیں۔

تعریف کے مطابق ہم $a^0 = 1$ لیتے ہیں۔ پس $2^0 = 1, 3^0 = 1, (0.5)^0 = 1$ اور اسی طرح یہ سلسلہ جاری رہتا ہے۔

نوٹ: 'a^n' کو a کی n ویں (n^{th}) پاور کہا جاتا ہے۔

قوت نما کے قوانین اور ان کا استعمال Laws of Exponents and their Applications

1. قوتوں کی جمع کا قانون Law of Sum of Powers

کسی حقیقی عدد a جبکہ $a \neq 0$ اور صحیح اعداد m اور n کے لیے ان قوانین کو علامتی طور پر اس طرح لکھا جاتا ہے۔

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

مثال: مختصر کیجیے۔ $x^3\times x^4\times x^{-2}\times y^{-2}$

حل:

$$\begin{aligned} x^3\times x^4\times x^{-2}\times y^{-2} &= x^3\times x^{-2}\times y^4\times y^{-2} \\ &= x^{3-2}\times y^{4-2} \\ &= xy^2 \end{aligned}$$

2. قوتوں کی تفریق کے قوانین Laws of Subtraction of Powers

اگر a ایک حقیقی عدد ہو جبکہ $a \neq 0$ اور m,n کوئی سے دو صحیح اعداد ہوں، تو

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

اس کی تین صورتیں ہیں:

نمبر1: جب: $m > n$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a\times a\times a\times\ldots\ldots \text{ m اجزا تک}}{a\times a\times a\times\ldots\ldots \text{ n اجزا تک}} = a\times a\times a\times\ldots\ldots \text{ اجزا تک } (m-n) = a^{m-n}$$

نمبر2: جب: $m = n$

اس صورت میں

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a^m}{a^m} = \frac{a\times a\times a\times\ldots\ldots \text{ m اجزا تک}}{a\times a\times a\times\ldots\ldots \text{ n اجزا تک}}$$

$$= a^0$$

$$= a^{m-n}\ [\because m=n].$$

ہم a^{-n} کو اس طرح بیان کرتے ہیں $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ جبکہ n صحیح عدد ہے اور a حقیقی عدد ہے اور $a \neq 0$

نمبر3: جب $m < n$

اس صورت میں
$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a \times a \times a \times ..... m \text{ اجزاء تک}}{a \times a \times a \times ..... n \text{ اجزاء تک}}$$

اس صورت میں
$$= \frac{1}{a \times a \times a \times ..... (n-m) \text{ اجزاء تک}}$$
$$= \frac{1}{a^{n-m}}$$
$$= a^{-(n-m)}$$
$$= a^{-n+m}$$
$$= a^{m-n}$$

پس $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ جب کہ $m < n$ یا $m = n$ یا $m > n$

3. حاصل ضرب کی قوت کا قانون Law of Power of Product

اگر a, b حقیقی عدد ہوں اور $a, b \neq 0$ اور n صحیح عدد ہو تو

(i) $(ab)^n = a^n b^n$ (ii) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

4. قوتوں کی قوت کا قانون Law of Power of Powers

اگر a ایک حقیقی عدد ہو جبکہ $a \neq 0$ اور m,n کوئی سے دو صحیح اعداد ہوں تو

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

حل مشق 6.2

1. درج ذیل میں اساس (Base) اور قوت نما (Exponent) لکھیے۔

(i) $16x^3$

حل: اساس = x قوت نما = 3

(ii) x^9

حل: اساس = x قوت نما = 9

(iii) $(4y)^3$

حل: اساس = 4y قوت نما = 3

(iv) $(x - 2)^3$

حل: اساس = x - 2 قوت نما = 3

(v) $18x^5$

حل: اساس = x قوت نما = 5

(vi) $5x^{\frac{3}{2}} \times x^{\frac{1}{2}}$

حل:

$$5x^{\frac{3}{2}} \times x^{\frac{1}{2}} = 5x^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} = 5x^{\frac{3+1}{2}} = 5x^{\frac{4}{2}} = 5x^2$$

x = اساس   2 = قوت نما

مختصر کیجیے اور جواب مثبت قوت نما میں لکھیے۔

2. $\sqrt{\left(a^2 b^3\right)^6}$

حل:

$$\sqrt{\left(a^2 b^3\right)^6} = \sqrt{\left(a^2\right)^6 \left(b^3\right)^6} = \left(a^{12}b^{18}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(a^{12}\right)^{\frac{1}{2}}\left(b^{18}\right)^{\frac{1}{2}} = a^6b^9$$

3. $\sqrt[9]{\left(x^{-4}y^3\right)^{-3}}$

حل:

$$\sqrt[9]{\left(x^{-4}y^3\right)^{-3}} = \sqrt[9]{\left(x^{-4}\right)^{-3}\left(y^3\right)^{-3}} = \left(x^{12}y^{-9}\right)^{\frac{1}{9}}$$

$$= \left(x^{12}\right)^{\frac{1}{9}}\left(y^{-9}\right)^{\frac{1}{9}} = x^{\frac{4}{3}}y^{-1} = \frac{x^{\frac{4}{3}}}{y}$$

4. $\left(x^a y^{-b}\right)^3 \times \left(x^3 y^2\right)^{-a}$

حل:

$$\left(x^a y^{-b}\right)^3 \times \left(x^3 y^2\right)^{-a} = \left(x^a\right)^3\left(y^{-b}\right)^3 \times \left(x^3\right)^{-a}\left(y^2\right)^{-a}$$

$$= x^{3a}y^{-3b} \times x^{-3a}y^{-2a} = x^{3a-3a} \times y^{-2a-3b} = x^0 \times y^{-2a-3b} = \frac{1}{y^{2a+3b}}$$

5. $\left(\frac{16x^2}{y^{-2}}\right)^{-\frac{1}{4}}$

حل:

$$\left(\frac{16x^2}{y^{-2}}\right)^{-\frac{1}{4}} = \frac{(16)^{-\frac{1}{4}}\left(x^2\right)^{-\frac{1}{4}}}{\left(y^{-2}\right)^{-\frac{1}{4}}} = \frac{\left(2^4\right)^{-\frac{1}{4}} \cdot x^{-\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{2^{-1}x^{-\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}$$

6. $\left(\frac{27x^3}{8a^{-3}}\right)^{-\frac{2}{3}}$

حل:

$$\left(\frac{27x^3}{8a^{-3}}\right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{(27)^{-\frac{2}{3}}\left(x^3\right)^{-\frac{2}{3}}}{(8)^{-\frac{2}{3}}\left(a^{-3}\right)^{-\frac{2}{3}}} = \frac{\left(3^3\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{-2}}{\left(2^3\right)^{-\frac{2}{3}}a^2} = \frac{3^{-2}x^{-2}}{2^{-2}a^2} = \frac{2^2}{3^2a^2x^2} = \frac{4}{9a^2x^2}$$

7. $\left(\dfrac{a^{-\frac{1}{2}}}{4c^2}\right)^{-2}$

حل:

$$\left(\frac{a^{-\frac{1}{2}}}{4c^2}\right)^{-2} = \frac{\left(a^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2}}{(4)^{-2}\left(c^2\right)^{-2}} = \frac{a^1}{\left(2^2\right)^{-2}c^{-4}} = \frac{a}{2^{-4}c^{-4}} = 2^4ac^4 = 16ac^4$$

8. $\sqrt{a^{-2}b}\times 3\sqrt{ab^{-3}}$

حل:

$$\sqrt{a^{-2}b}\times 3\sqrt{ab^{-3}} = \left(a^{-2}b\right)^{\frac{1}{2}}\times 3\left(ab^{-3}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(a^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}(b)^{\frac{1}{2}}\times 3a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{3}{2}}$$

$$= 3a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} = 3a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{2}{2}} = 3a^{-\frac{1}{2}}b^{-1} = \frac{3}{a^{\frac{1}{2}}b}$$

9. $\left(\dfrac{a^{-3}}{b^{-\frac{2}{3}}c}\right)^{-\frac{3}{2}} + \dfrac{ab^2c}{a^2c}$

حل:

$$\left(\frac{a^{-3}}{b^{-\frac{2}{3}}c}\right)^{-\frac{3}{2}} + \frac{ab^2c}{a^2c} = \frac{\left(a^{-3}\right)^{-\frac{3}{2}}}{\left(b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{2}}c^{-\frac{3}{2}}}\times\frac{a^2c}{ab^2c} = \frac{a^{\frac{9}{2}}}{bc^{-\frac{3}{2}}}\times\frac{a}{b^2} = \frac{a^{\frac{9}{2}+1}}{b^{1+2}} = \frac{a^{11/2}c^{\frac{3}{2}}}{b^3}$$

10. $\dfrac{\left(a^4\right)^3\left(a^{-1}b\right)^{10}}{a^2b^7}$

حل:

$$\frac{\left(a^4\right)^3\left(a^{-1}b\right)^{10}}{a^2b^7} = \frac{a^{12}\left(a^{-1}\right)^{10}(b)^{10}}{a^2b^7} = \frac{a^{12}a^{-10}b^{10}}{a^2b^7}$$

$$= a^{12-10-2}b^{10-7} = a^{12-12}b^3 = a^0b^3 = b^3$$

11. $\dfrac{\left(x^3y\right)^3(2xy)^{-2}}{4x^{-4}y^{-5}}$

حل:

$$\frac{\left(x^3y\right)^3(2xy)^{-2}}{4x^{-4}y^{-5}} = \frac{\left(x^3\right)^3(y)^3(2)^{-2}(x)^{-2}(y)^{-2}}{4x^{-4}y^{-5}}$$

$$= \frac{x^9y^3x^{-2}y^{-2}}{4(2)^2x^{-4}y^{-5}} = \frac{x^{9-2+4}y^{3-2+5}}{4\times 4} = \frac{x^{11}y^6}{16}$$

12. $\frac{\left(a^{-5}\right)^3\times(ab)^{15}}{a^{-1}b^2}$

حل:

$$\frac{\left(a^{-5}\right)^3\times(ab)^{15}}{a^{-1}b^2}=\frac{a^{-15}a^{15}b^{15}}{a^{-1}b^2}=a^{-15+15+1}b^{15-2}=ab^{13}$$

13. $a^5b^4c^2\div abc$

حل:

$$a^5b^4c^2\div abc=\frac{a^5b^4c^2}{abc}=a^{5-1}b^{4-1}c^{2-1}=a^4b^3c$$

14. $\left(2ab^2\right)^2\left(3abc^2\right)^{-2}\div(ab)^{-4}(bca)^5$

حل:

$$\left(2ab^2\right)^2\left(3abc^2\right)^{-2}\div(ab)^{-4}(bca)^5$$

$$=\frac{(2)^2(a)^2\left(b^2\right)^2(3)^{-2}(a)^{-2}(b)^{-2}\left(c^2\right)^{-2}}{(a)^{-4}(b)^{-4}(b)^5(c)^5(a)^5}=\frac{4a^2b^4a^{-2}b^{-2}c^{-4}}{3^2a^{-4}b^{-4}b^5c^5a^5}$$

$$=\frac{4}{9}a^{2-2+4-5}b^{4-2+4-5}c^{-4-5}=\frac{4}{9}a^{-1}b^1c^{-9}=\frac{4b}{9ac^9}$$

15. $\frac{2^3\times6^5}{3^{-3}\times4^{-4}}$

حل:

$$\frac{2^3\times6^5}{3^{-3}\times4^{-4}}=2^3\times6^5\times3^3\times4^4=2^3\times3^3\times4^4\times6^5=2^3\times3^3\times2^4\times2^4\times2^5\times3^5$$

$$=2^{3+4+4+5}\times3^{3+5}=2^{16}\times3^8$$

16. $\frac{2^5\times9^{-1}}{27^{-3}\times8^{-3}}$

حل:

$$\frac{2^5\times9^{-1}}{27^{-3}\times8^{-3}}=\frac{2^5\times\left(3^2\right)^{-1}}{\left(3^3\right)^{-3}\times\left(2^3\right)^{-3}}=\frac{2^5\times3^{-2}}{3^{-9}\times2^{-9}}=2^{5+9}\times3^{-2+9}=2^{14}3^7$$

17. $(2^{-3}a^4b)^{-1}\times(4^{-2}b^{-5})$

حل:

$$\begin{aligned}(2^{-3}a^4b)^{-1}\times(4^{-2}b^{-5}) &= (2^{-3})^{-1}(a^4)^{-1}(b)^{-1}\times(4)^{-2}(b^{-5})\\ &= 2^3\times a^{-4}\times b^{-1}\times(2^2)^{-2}\times b^{-5}\\ &= 2^3\times2^{-4}\times a^{-4}\times b^{-1}\times b^{-5}\\ &= 2^{3-4}\times a^{-4}\times b^{-1-5}\\ &= 2^{-1}\times a^{-4}\times b^{-6}\\ &= \frac{1}{2a^4b^6}\end{aligned}$$

حل کیجیے۔

18. $\left(3^2\right)^5 \div (9^3 \times 27^{-1})$

حل:

$\left(3^2\right)^5 \div (9^3 \times 27^{-1})$

$= 3^{10} \times 9^{-3} \times 27^{+1} = 3^{10} \times \left(3^2\right)^{-3} \times \left(3^3\right)^{+1} = 3^{10} \times 3^{-6} \times 3^{+3} = 3^{10-6+3} = 3^7 = 2187$

19. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^3 \times \left(\frac{27}{16}\right)^{-1}$

حل:

$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^3 \times \left(\frac{27}{16}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{4}{9}\right)^{-3} \times \left(\frac{27}{16}\right)^{-1} = \frac{3^{-2}}{4^{-2}} \times \frac{4^{-3}}{\left(3^2\right)^{-3}} \times \frac{\left(3^3\right)^{-1}}{\left(4^2\right)^{-1}}$

$= \frac{3^{-2}}{4^{-2}} \times \frac{4^{-3}}{3^{-6}} \times \frac{3^{-3}}{4^{-2}} = 3^{-2-3+6} \times 4^{-3+2+2} = 3^{-5+6} \times 4^{-3+4}$

$= 3^1 \times 4^1 = 3 \times 4 = 12$

20. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \div \left(\frac{4}{9}\right)^{-2} \times 27$

حل:

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \div \left(\frac{4}{9}\right)^{-2} \times 27 = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \times \left(\frac{4}{9}\right)^2 \times 27 = \frac{2^{-1}}{3^{-1}} \times \frac{\left(2^2\right)^2}{\left(3^2\right)^2} \times 3^3$

$= \frac{2^{-1}}{3^{-1}} \times \frac{2^4}{3^4} \times 3^3 = 2^{-1+4} \times 3^{3+1-4} = 2^3 \times 3^0 = 8 \times 1 = 8$

21. $\frac{5^4}{3^7} \times \left(\frac{9}{15}\right)^3 \div \frac{27}{25}$

حل:

$\frac{5^4}{3^7} \times \left(\frac{9}{15}\right)^3 \div \frac{27}{25} = \frac{5^4}{3^7} \times \frac{\left(3^2\right)^3}{\left(3 \times 5\right)^3} \times \frac{25}{27} = \frac{5^4}{3^7} \times \frac{3^6}{3^3 \times 5^3} \times \frac{5^2}{3^3}$

$= 5^{4+2-3} \times 3^{6-7-3-3} = 5^{6-3} \times 3^{6-13} = 5^3 \times 3^{-7} = \frac{5^3}{3^7} = \frac{125}{2187}$

22. $a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{2}{3}} \times a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{4}}$

حل:

$a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{2}{3}} \times a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}} \times b^{\frac{2}{3}+\frac{1}{4}} = a^{\frac{7}{6}} \times b^{\frac{11}{12}}$

23. $a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{5}{6}} \times a^{\frac{1}{2}} b \div (ab)^{\frac{1}{3}}$

حل:

$a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{5}{6}} \times a^{\frac{1}{2}} b \div (ab)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{5}{6}} \times a^{\frac{1}{2}} b \times (ab)^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}}.a^{-\frac{1}{3}} \times b^{\frac{5}{6}}.b^1.b^{-\frac{1}{3}}$

$= a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} \times b^{\frac{5}{6}+1-\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{3}{2}}$

24. $\left(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{4}}\right)^{6}$

حل:

$$\left(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{4}}\right)^{6} = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{6}\left(b^{\frac{1}{3}}\right)^{6}\left(c^{\frac{1}{4}}\right)^{6} = a^{3}b^{2}c^{\frac{3}{2}}$$

25. $\left(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{4}{3}} \div \left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$

حل:

$$\left(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{4}{3}} \div \left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{4}{3}} \times \left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}\left(b^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{4}{3}} \times \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(b^{\frac{1}{4}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{4}{9}} \times a^{-\frac{1}{6}}b^{-\frac{1}{8}} = a^{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}} \times b^{\frac{4}{9}-\frac{1}{8}} = a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{23}{72}}$$

26. $a^{\frac{2}{3}} \times a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{1}{4}}$

حل:

$$a^{\frac{2}{3}} \times a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{2}{3}} \times a^{\frac{1}{2}} \times a^{-\frac{1}{4}} = a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}} = a^{\frac{11}{12}}$$

27. درج ذیل میں سے ہر ایک کو مختصر کیجیے۔

(i) $4^{\frac{3}{5}} \times 4^{\frac{1}{5}}$

حل:

$$4^{\frac{3}{5}} \times 4^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{3}{5}+\frac{1}{5}} = 4^{\frac{3+1}{5}} = 4^{\frac{4}{5}}$$

(ii) $2^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{3}{8}}$

حل:

$$2^{\frac{1}{8}} \times 2^{\frac{3}{8}} = 2^{\frac{1}{8}+\frac{3}{8}} = 2^{\frac{4}{8}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

(iii) $x^{\frac{3}{4}} \times x^{\frac{2}{5}}$

حل:

$$x^{\frac{3}{4}} \times x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{3}{4}+\frac{2}{5}} = x^{\frac{23}{20}}$$

(iv) $5x^{\frac{1}{3}} \times 2x^{\frac{1}{5}}$

حل:

$$5x^{\frac{1}{3}} \times 2x^{\frac{1}{5}} = 5 \times 2 \times x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}} = 10x^{\frac{8}{15}}$$

(v) $\frac{1}{2}y^{\frac{3}{7}} \times 4y^{\frac{2}{7}}$

حل:

$$\frac{1}{2}y^{\frac{3}{7}} \times 4y^{\frac{2}{7}} = \frac{1}{2} \times 4 \times y^{\frac{3}{7}} \times y^{\frac{2}{7}} = 2y^{\frac{3}{7}+\frac{2}{7}} = 2y^{\frac{5}{7}}$$

(vi) $5x^{\frac{3}{2}} \times x^{\frac{1}{2}}$

حل: $5x^{\frac{3}{2}} \times x^{\frac{1}{2}} = 5 \times x^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} = 5x^{\frac{4}{2}} = 5x^2$

.28 درج ذیل میں سے ہر ایک کو مختصر کیجیے۔

(i) $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{3}{4}}$

حل: $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{3}} \times b^{\frac{3}{4}}b^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}} \times b^{\frac{3}{4}+\frac{3}{4}}$

$= a^{\frac{3}{3}} \times b^{\frac{6}{4}} = ab^{\frac{3}{2}}$

(ii) $x^{\frac{3}{5}}y^{\frac{2}{9}} \times x^{\frac{1}{5}}y^{\frac{1}{3}}$

حل: $x^{\frac{3}{5}}y^{\frac{2}{9}} \times x^{\frac{1}{5}}y^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{3}{5}}.x^{\frac{1}{5}} \times y^{\frac{2}{9}}.y^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{3}{5}+\frac{1}{5}} \times y^{\frac{2}{9}+\frac{1}{3}} = x^{\frac{4}{5}}y^{\frac{5}{9}}$

(iii) $2ab^{\frac{1}{3}} \times 3a^{\frac{3}{5}}b^{\frac{4}{5}}$

حل: $2ab^{\frac{1}{3}} \times 3a^{\frac{3}{5}}b^{\frac{4}{5}} = 2 \times 3a \times a^{\frac{3}{5}} \times b^{\frac{1}{3}} \times b^{\frac{4}{5}} = 6a^{1+\frac{3}{5}}b^{\frac{1}{3}+\frac{4}{5}} = 6a^{\frac{8}{5}}b^{\frac{17}{15}}$

(iv) $6x^{\frac{3}{7}} \times \frac{1}{3}x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{2}{5}}$

حل: $6x^{\frac{3}{7}} \times \frac{1}{3}x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{2}{5}} = 6 \times \frac{1}{3}x^{\frac{3}{7}}.x^{\frac{1}{4}}.y^{\frac{2}{5}} = 2x^{\frac{3}{7}+\frac{1}{4}}y^{\frac{2}{5}} = 2x^{\frac{19}{28}}y^{\frac{2}{5}}$

(v) $x^3y^{\frac{1}{2}}z^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{3}}z^{\frac{1}{2}}$

حل: $x^3y^{\frac{1}{2}}z^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{3}}z^{\frac{1}{2}} = x^{3+\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}z^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = x^{\frac{19}{6}}y^{\frac{5}{6}}z^{\frac{5}{6}}$

.29 درج ذیل میں سے ہر ایک کو مختصر کیجیے۔

(i) $3^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{1}{3}}$

حل: $3^{\frac{1}{2}} \div 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{6}}$

(ii) $\frac{x^{\frac{4}{4}}}{x^{\frac{5}{9}}}$

حل: $\frac{x^{\frac{4}{4}}}{x^{\frac{5}{9}}} = x^{\frac{4}{4}}.x^{\frac{-5}{9}} = x^{1-\frac{5}{9}} = x^{\frac{4}{9}}$

(iii) $\dfrac{2x^{\frac{3}{4}}}{4x^{\frac{3}{5}}}$

حل:

$$\frac{2x^{\frac{3}{4}}}{4x^{\frac{3}{5}}} = \frac{2}{4}x^{\frac{3}{4}}.x^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}x^{\frac{3}{4}-\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}x^{\frac{3}{20}}$$

(iv) $\dfrac{25y^{\frac{3}{5}}}{20y^{\frac{1}{4}}}$

حل:

$$\frac{25y^{\frac{3}{5}}}{20y^{\frac{1}{4}}} = \frac{25}{20}y^{\frac{3}{5}}.y^{-\frac{1}{4}} = \frac{5}{4}y^{\frac{3}{5}-\frac{1}{4}} = \frac{5}{4}y^{\frac{7}{20}}$$

(v) $x^3y^2 \div x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{3}{5}}$

حل:

$$x^3y^2 \div x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{3}{5}} = x^3y^2 \times x^{-\frac{4}{3}}y^{\frac{-3}{5}} = x^{3-\frac{4}{3}} \times y^{2-\frac{3}{5}} = x^{\frac{5}{3}}y^{\frac{7}{5}}$$

(vi) $a^{\frac{5}{9}}b^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{2}{5}}b^{\frac{2}{5}}$

حل:

$$a^{\frac{5}{9}}b^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{2}{5}}b^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{5}{9}}b^{\frac{2}{3}} \times a^{-\frac{2}{5}}b^{-\frac{2}{5}} = a^{\frac{5}{9}}.a^{-\frac{2}{5}} \times b^{\frac{2}{3}}.b^{-\frac{2}{5}}$$

$$= a^{\frac{5}{9}-\frac{2}{5}} \times b^{\frac{2}{3}-\frac{2}{5}} = a^{\frac{7}{45}}b^{\frac{4}{15}}$$

(vii) $10x^{\frac{4}{5}}y \div 5x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{4}}$

حل:

$$10x^{\frac{4}{5}}y \div 5x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{4}} = 10x^{\frac{4}{5}}y \times \frac{1}{5}x^{-\frac{2}{3}}y^{-\frac{1}{4}} = \frac{10}{5}x^{\frac{4}{5}}.x^{-\frac{2}{3}} \times y^1.y^{-\frac{1}{4}}$$

$$= 2x^{\frac{4}{5}-\frac{2}{3}} \times y^{1-\frac{1}{4}} = 2x^{\frac{2}{15}}y^{\frac{3}{4}}$$

(viii) $\dfrac{5a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{3}{5}}}{20a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{1}{4}}}$

حل:

$$\frac{5a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{3}{5}}}{20a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{1}{4}}} = \frac{5}{20}a^{\frac{3}{4}-\frac{1}{5}}b^{\frac{3}{5}-\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}a^{\frac{11}{20}}b^{\frac{7}{20}}$$

سائنسی ترقیم Scientific Notation

سائنس کی کچھ شاخوں میں ہم بہت بڑے اور بہت چھوٹے اعداد استعمال کرتے ہیں۔ روشنی کی رفتار 186000 میل (یا 29933.24 کلومیٹر) فی سیکنڈ یا 30,000,000,000 سینٹی میٹر فی سیکنڈ ہے۔ ہائیڈروجن ایٹم کا رداس 0.0000073 سینٹی میٹر بالترتیب بہت بڑے اور بہت چھوٹے اعداد کی مثالیں ہیں۔ ایکس رے (X- Ray) کا طول موج 0.0000001 سینٹی میٹر ایک اور بہت چھوٹے عدد کی مثال ہے۔

ان اعداد کو لکھنے کا ایک آسان طریقہ دریافت کیا گیا ہے۔ جسے سائنسی ترقیم کہتے ہیں۔

اس طریقہ میں ایک عدد 'a' کو دو اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جاتا ہے جن میں ایک عدد صفر اور 10 کے درمیان ہوتا ہے۔ اور دوسرا عدد 10 کے مثبت یا منفی قوت نما کی صورت میں ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر $a = b \times 10^n$

حل مشق 6.3

درج ذیل کو سائنسی ترقیم میں لکھیے۔

1. 0.051

حل: $0.051 = \frac{51}{1000} = \frac{51}{10^3} = 5.1 \times 10 \times 10^{-3} = 5.1 \times 10^{-2}$

2. 89.99

حل: $89.99 = \frac{8999}{100} = \frac{8999}{10^2} = 8.999 \times 10^3 \times 10^{-2} = 8.999 \times 10^1$

3. 0.424

حل: $0.424 = \frac{424}{1000} = \frac{424}{10^3} = 4.24 \times 10^2 \times 10^{-3} = 4.24 \times 10^{-1}$

4. 2566324

حل: $2566324 = 2.566324 \times 10^6$

5. 0.00000075

حل: $0.00000075 = \frac{75}{100000000} = \frac{75}{10^8} = 7.5 \times 10^1 \times 10^{-8} = 7.5 \times 10^{-7}$

اعشاریہ کی شکل میں لکھیے۔

6. 0.86×10^4

حل: $0.86 \times 10^4 = \frac{86}{100} \times 10^4 = \frac{86}{10^2} \times 10^4 = 86 \times 10^4 \times 10^{-2}$

$= 86 \times 10^{4-2} = 86 \times 10^2 = 86 \times 100 = 8600$

7. 1.345×10^{-5}

حل: $1.345 \times 10^{-5} = \frac{1345}{1000} \times 10^{-5} = \frac{1345}{10^3} \times 10^{-5} = \frac{1345}{10^3 \times 10^5}$

$$=\frac{1345}{10^8}=\frac{1345}{100000000}=0.00001345$$

8. $\mathbf{5.1 \times 10^{-9}}$

حل:

$$5.1\times10^{-9}=\frac{51}{10}\times10^{-9}=\frac{51}{10^1\times10^9}\times\frac{51}{10^{10}}$$

$$=\frac{51}{10000000000}=0.0000000051$$

9. $\mathbf{0.525 \times 10^{-7}}$

حل:

$$0.525\times10^{-7}=\frac{525}{10^3}\times10^{-7}=\frac{525}{10^3\times10^7}\times\frac{525}{10^{3+7}}$$

$$=\frac{525}{10000000000}=0.0000000525$$

10. $\mathbf{636.5 \times 10^{-6}}$

حل:

$$636.5\times10^{-6}=\frac{6365}{10}\times10^{-6}=\frac{6365}{10^1\times10^6}\times\frac{6365}{10^{1+6}}=\frac{6365}{10^7}$$

$$=\frac{6365}{10000000}=0.0006365$$

مختصر کیجیے اور جواب سائنسی ترقیم میں لکھیے۔

11. $\mathbf{\frac{0.96\times10^7}{2\times10^4}}$

حل:

$$\frac{0.96\times10^7}{2\times10^4}=\frac{0.96}{2}\times10^7\times10^{-4}=0.48\times10^{7-4}$$

$$=4.8\times10^{-1}\times10^3=4.8\times10^{3-1}=4.8\times10^2$$

12. $\mathbf{\frac{2.61\times4\times10^8}{10^3}}$

حل:

$$\frac{2.61\times4\times10^8}{10^3}=2.61\times4\times10^8\times10^{-3}=10.44\times10^{8-3}=1.044\times10^1\times10^5=1.044\times10^6$$

13. $\mathbf{\frac{521\times10^3\times12}{2\times10^2}}$

حل:

$$\frac{521\times10^3\times12}{2\times10^2}=\frac{521\times12}{2}\times10^3\times10^{-2}=3126\times10^{3-2}$$

$$=3.126\times10^3\times10^1=3.126\times10^4$$

.14 4.5×10^5 سینٹی میٹر کو میٹر میں تبدیل کیجیے اور جواب اعشاریہ کی شکل میں لکھیے۔

$4.5\times10^5\text{cm} = 4.5\times10^5\times10^{-2}\text{m}$

$= 4.5\times10^{5-2}\text{m}$

$= 4.5\times10^3\text{m} = 4500\text{ m}$

$\because$ $1\text{m} = 100\text{ cm}$

$1\text{cm} = \frac{1}{100}m = 10^{-2}\text{m}$

15. زمین کا رداس 6400 کلومیٹر ہے اسے میٹر میں تبدیل کیجیے اور جواب کو سائنسی ترقیم میں لکھیے۔

$6400\text{Km} = 6400 \times 1000\text{m}$ $\qquad \because 1\text{Km} = 1000\text{m}$

$= 6400{,}000 \text{ m}$

$= 64 \times 10^5 \text{ m}$

$= 6.4 \times 10^1 \times 10^5 \text{ m}$

$= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

لوگارتھم Logarithm

الخوارزمی نے لوگارتھم کے لیے کافی کام کیا۔ سترویں صدی میں جان نیپئر (John Napier) نے لوگارتھم میں مزید تبدیلیاں کیں اور اس کے لیے ایک جدول تیار کیا۔ اس نے ان جدول کے لیے ایک اساس 'e' تیار کیا۔ 'e' کی قیمت 2.7183 ہے۔ جان نیپئر اور ہنری برگز (Henry Briggs) نے اساس 10 کا جدول تیار کرنے کے لیے ایک منصوبہ بنایا۔ بعد میں ہنری برگز نے منصوبہ کو مکمل کیا اور اساس 10 میں جدول تیار کیے۔

سوئٹزرلینڈ کے جاسٹ برگی (Jobst Burgi) نے 1620 عیسوی میں اینٹی لوگارتھم کے لیے ایک جدول تیار کیا۔ اعداد پر حسابی عوامل کو ان جدولوں کے استعمال نے آسان بنا دیا۔

کسی عدد کا لوگارتھم *Logarithm of a Number*

فرض کیا، $a > 0$ اور $a \neq 1$ اگر y ایک مثبت عدد ہو تو

$a^x = y$ اگر اور صرف اگر $x = \log_a y$

$$a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x \quad \text{......(I)}$$

($\log_a y$ کو اس طرح بیان کیجیے "y کا لوگارتھم اساس 'a' کے ساتھ")

مثال 1: درج ذیل کو قوت نمائی شکل میں تبدیل کیجیے۔

حل: (i) $\log_5 25 = 2$ (ii) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$ (iii) $\log_{10} 1000 = 3$

$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$ کو استعمال کرتے ہوئے۔

(i) $\log_5 25 = 2 \Leftrightarrow 5^2 = 25$

(ii) $\log_3 \frac{1}{9} = -2 \Leftrightarrow 3^{-2} = \frac{1}{9}$

(iii) $\log_{10} 1000 = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 1000$

مثال 2: $\log_3 (x+1) = 2$ کو حل کیجیے۔

حل: $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$ کو استعمال کرتے ہوئے۔

$\log_3 (x+1) = 2 \quad \Rightarrow 3^2 = x+1 \quad \Rightarrow x+1 = 9 \quad \Rightarrow x = 8$

Common Logarithm کامن لوگارتھم

اساس 10 میں شمار کیا گیا لوگارتھم کامن لوگارتھم کہلاتا ہے۔ ہم $\log_{10} m$ کو صرف $\log m$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

$10^1 = 10 \Leftrightarrow \log 10 = 1; 10^2 = 100 \Leftrightarrow \log 100 = 2$

$10^3 = 1000 \Leftrightarrow \log 1000 = 3.etc.$

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1 \Leftrightarrow \log(0.1) = -1,$

$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0.01 \Leftrightarrow \log(0.01) = -2,$

مثال: حل کیجیے۔ $(i)\ \log(x-2) = 1 \qquad (ii)\ \log(x+3) = 2$

حل: $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$

$(i)\ \log(x-2) = 1 \Rightarrow 10^1 = x-2 \Rightarrow x-2 = 10 \Rightarrow \boxed{x = 12}$

$(ii)\ \log(x+3) = 2 \Rightarrow x+3 = 10^2 \Rightarrow x+3 = 100 \Rightarrow \boxed{x = 97}$

Characteristic and Mantissa of a log of a Number خاصہ اور مینٹیسا

کسی عدد کے لوگارتھم کے دو حصے ہوتے ہیں۔ صحیح عددی حصے کو خاصہ (Charatiristic) اور کسری حصے کو مینٹیسا (mantissa) کہتے ہیں۔

مینٹیسا کو ہمیشہ مثبت لیا جاتا ہے۔ جبکہ خاصہ صفر، مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔ جب خاصہ منفی ہو تو ہم اس ہندسے پر لائن (Bar) لگا دیتے ہیں۔ جو خاصہ کو ظاہر کرتا ہے۔ یعنی ہم '-2' کو $\bar{2}$ لکھتے ہیں۔ $\bar{2}.7638$ کا مطلب $-2 + 0.7638$ ہے۔

Finding the Logarithm of a Number عدد کا لوگارتھم

Characteristic of a Number عدد کا خاصہ

فرض کیا عدد $m \times 10^p$ ہے تب خاصہ 'p' ہے یا

(i) اگر کوئی عدد ایک یا ایک سے زیادہ ہے تو اس کا خاصہ (Characteristic) کسر اعشاریہ (Decimal Point) کی بائیں طرف کے ہندسوں کی تعداد سے ایک کم ہوگا۔

(ii) اگر کوئی عدد ایک سے کم ہو تو اس کا خاصہ منفی (Negative Number) ہوگا جس کی عددی قیمت (Numerical value) عدد کے اعشاریہ اور پہلے نمایاں ہندسہ کے درمیان صفروں کی تعداد سے ایک زیادہ ہوگی۔

مثال کے طور پر:

عدد	معیاری شکل	خاصہ
5376.4	5.3764×10^3	3
537.64	5.3764×10^2	2
53.764	5.3764×10^1	1

5.3764	5.3764×10^{0}	0
0.5376	5.376×10^{-1}	$\overline{1}$
0.0537	5.37×10^{-2}	$\overline{2}$
0.00537	5.37×10^{-3}	$\overline{3}$
0.0000046	4.6×10^{-6}	$\overline{6}$

عدد کا مینٹیسا Mantissa of Number

ہم مینٹیسا کو لوگارتھم کے جدول کی مدد سے معلوم کرتے ہیں۔ مینٹیسا معلوم کرنے کے لیے کسی عدد میں نقطہ اعشاریہ کے مقام کی کوئی اہمیت نہیں ہوتی۔ ہم اپنے آپ کو صرف چار ہندسی عدد کے مینٹیسا معلوم کرنے تک پابند رکھتے ہیں۔ مثلاً
$\log(45), \log(.45), \log(0.045), \log(.0045)$ کا مینٹیسا ہمیشہ صفر سے بڑا اور ایک سے چھوٹا عدد ہوتا ہے۔

(i) لوگارتھم کے جدول کی مدد سے 4385 کا مینٹیسا معلوم کرنے کے لیے ہم 43 کی قطار میں سیدھا جاتے ہوئے عدد 8 کے کالم میں ایک عدد معلوم کرتے ہیں اس عدد میں پانچ کے کالم میں اسی قطار میں (Mean difference) معلوم کر کے جمع کرتے ہیں۔
پس 4385 کا مینٹیسا $.6420 = (6415 + 5)$ ہے۔

(ii) لوگارتھم کی مدد سے 438 کا مینٹیسا معلوم کرنے کے لیے ہم 43 کی قطار میں سیدھا جاتے ہوئے 8 کے کالم میں عدد معلوم کرتے ہیں جو کہ 0.6415 ہے۔

(iii) لوگارتھم کی مدد سے 43 کا مینٹیسا معلوم کرنے کے لیے ہم 43 کی قطار میں سیدھا جاتے ہوئے صفر کے کالم میں عدد معلوم کرتے ہیں جو کہ 0.6335 ہے۔

(iv) لوگارتھم کی مدد سے 4 کا مینٹیسا معلوم کرنے کے لیے ہم 40 کی قطار میں سیدھا جاتے ہوئے صفر کے کالم میں عدد معلوم کرتے ہیں جو کہ 0.6021 ہے۔

پس ہمارے پاس:

$\log 4385 = 3.6420$, $\log 0.4385 = \overline{1}.6420$
$\log 438.5 = 2.6420$, $\log 0.04385 = \overline{2}.6420$
$\log 43.85 = 1.6420$, $\log 0.004385 = \overline{3}.6420$
$\log 4.385 = 0.6021$, $\log 0.0004385 = \overline{4}.6420$

اور
$\log 43 = 1.6415$
$\log 4.3 = 0.6415$

مزید
$\log 4 = 0.6021$
$\log .04 = \overline{2}.6021$

اینٹی لوگارتھم کا تصور Concept of Antilogarithm

$\log m = n$ سے مراد ہے کہ $m =$ n اینٹی لوگارتھم اسی طرح $\log 1000 = 3$ سے مراد ہے $1000 = 3$ اینٹی لوگارتھم کسی عدد کا اینٹی لوگارتھم معلوم کرنے کے لیے ہم عدد کا کسری حصہ استعمال کرتے ہیں اور اینٹی لوگارتھم جدول کو اسی طرح پڑھتے ہیں جس طرح

ہم لوگارتھم جدول پڑھتے ہیں۔

اینٹی لوگارتھم جدول سے متعلقہ عدد معلوم کرنے کے بعد ہم نقطہ اعشاریہ کو اس طرح لگاتے ہیں۔

نمبر 1:

جب خاصہ 'n' ہو تو نقطہ اعشاریہ کو $(n+1)th$ ہندسہ کے بعد لگاتے ہیں۔

مثلاً اگر ہم 0.2346 اینٹی لوگارتھم معلوم کرنا چاہتے ہیں تو

(i)

عدد = 0.2346

خاصہ = n = 0

مینٹیسا = .2346

اینٹی لوگارتھم جدول سے مینٹیسا 2346. کے لیے 1724 ہے۔ چونکہ خاصہ صفر ہے یعنی n=0، اس لیے نقطہ اعشاریہ $(0+1)th$ یا بائیں طرف سے پہلے ہندسہ کے بعد عدد 1724 میں لگایا جاتا ہے۔

پس 1.724 = 0.2346 اینٹی لوگارتھم

(ii) اگر ہم 2.6019 اینٹی لوگارتھم معلوم کرنا چاہتے ہیں تو

عدد = 2.6019

خاصہ = n = 2

مینٹیسا = .6019

اینٹی لوگارتھم جدول کی مدد سے مینٹیسا 6019. کے لیے عدد 3998 ہے۔ نقطہ اعشاریہ کو $(2+1)th$ ہندسہ یا عدد کے بائیں طرف سے تیسرے ہندسے کے بعد لگایا جائے گا۔

پس 399.8 = 2.6019 اینٹی لوگارتھم

(iii) اسی طرح اگر ہم 5.2612 اینٹی لوگارتھم معلوم کرنا چاہتے ہیں تو

عدد = 5.2612

خاصہ = n = 5

مینٹیسا = .2612

اینٹی لوگارتھم جدول کی مدد سے مینٹیسا 0.2612 کے لیے عدد 1825 ہے۔ نقطہ اعشاریہ $(5+1)th$ ہندسہ کے بعد عدد 1825 کے بائیں طرف سے چھٹے ہندسے کے بعد لگایا جائے گا۔

پس 182500.00 = 5.2612 اینٹی لوگارتھم

عدد 1825 میں چار ہندسے ہیں اس لیے ہم اس عدد کے دائیں طرف دو صفر لگا کر اسے 6 ہندسی عدد بنا دیتے ہیں۔ ان دو صفر کے بعد نقطہ اعشاریہ لگایا جائے گا۔

نمبر 2:

جب خاصہ $\bar{n}$ ہو تو نقطہ اعشاریہ اس طرح لگایا جاتا ہے کہ پہلا نمایاں عدد nویں درجہ پر ہوگا

مثلاً اگر ہم $\bar{1}.4356$ اینٹی لوگارتھم معلوم کرنا چاہتے ہوں تو

(i)

عدد = $\bar{1}.4356$

خاصہ = $\bar{n} = \bar{1}$

مینٹیسا = .4356

اینٹی لوگارتھم جدول کی مدد سے مینٹیسا 0.4356 کے لیے عدد 2727 ہے۔ چونکہ $\bar{1} = \bar{n}$ سے پہلا نمایاں عدد نقطہ اعشاریہ سے پہلے درجہ پر ہوگا۔

پس $\bar{1}.4356 = 0.2727$ اینٹی لوگارتھم

(ii) اسی طرح اگر ہم $\bar{3}.1459$ اینٹی لوگارتھم معلوم کرنا چاہتے ہوں تو

عدد $= \bar{3}.1459$

خاصہ $= \bar{n} = \bar{3}$

مینٹیسا $= .1459$

اینٹی لوگارتھم جدول کی مدد سے مینٹیسا 0.1459 کے لیے عدد 1399 ہے۔ چونکہ $\bar{3} = \bar{n}$ اس لیے ایک نمایاں عدد نقطہ اعشاریہ کے بعد تیسرے درجہ پر ہوگا۔

پس $\bar{3}.1459 = 0.001399$ اینٹی لوگارتھم

مثال 1: قیمت معلوم کیجیے۔

(i) اینٹی لوگارتھم **0.654** **(ii)** اینٹی لوگارتھم **1.204**
(iii) اینٹی لوگارتھم **$\bar{1}.3612$** **(iv)** اینٹی لوگارتھم **$\bar{3}.4568$**

حل:

(i) اینٹی لوگارتھم $(0.654) = 4.508$

(ii) اینٹی لوگارتھم $(1.204) = 16.00$

(iii) اینٹی لوگارتھم $(\bar{1}.3612) = 0.2297$

(iv) اینٹی لوگارتھم $(\bar{3}.4568) = 0.002863$

حل مشق 6.4

1. درج ذیل میں دیے گئے اعداد کا خاصہ لکھیے۔

(i) 6350

حل: $6350 = 6.350 \times 10^3$

خاصہ $= 3$

(ii) 2035.6

حل: $2035.6 = 2.0356 \times 10^3$

خاصہ $= 3$

(iii) 2,057

حل: $2.057 = 2.057 \times 10^0$

خاصہ $= 0$

(iv) 0.8657

حل: $0.8657 = 8.657 \times 10^{-1}$

خاصہ $= \bar{1}$

(v) 0.0732

حل: $0.0732 = 7.32 \times 10^{-2}$

خاصہ $= \bar{2}$

(vi) 0.000721

حل: $0.000721 = 7.21 \times 10^{-4}$

خاصہ $= \bar{4}$

.2 درج ذیل کی قیمت لکھیے۔

(i) log 52.13

حل:

خاصہ = 1

مینٹیسا = .(7168 + 2) = .7170

log 52.13 = 1.7170

(ii) log 6.304

حل:

خاصہ = 0

مینٹیسا = .(7993 + 3) = .7996

log 6.304 = 0.7996

(iii) log 0.6127

حل:

خاصہ = $\bar{1}$

مینٹیسا = .(7868 + 5) = .7873

log 0.6127 = $\bar{1}$.7873

(iv) log 0.0057

حل:

خاصہ = $\bar{3}$

مینٹیسا = 0.7559

log 0.0057 = $\bar{3}$.7559

(v) 0.00003

حل:

خاصہ = $\bar{5}$

مینٹیسا = .4771

log 0.00003 = $\bar{5}$.4771

.3 اگر **log 6374 = 3.8044** تو درج ذیل کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) log 6.374

حل:

خاصہ = 0

مینٹیسا = .(8041 + 3) = 0.8044

log 6.3374 = 0.8044

(ii) log 0.6374

حل:

خاصہ = $\bar{1}$

مینٹیسا = .(8041+3) = .8044

log 0.6374 = $\bar{1}$.8044

(iii) log 0.00637

حل:

خاصہ = $\bar{3}$

مینٹیسا = .(8041+3) = 0.8044

log 0.00637 = $\bar{3}$.8044

.4 (i) اگر **log x = $\bar{2}$.0374** ہو تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل:

log x = $\bar{2}$.037

log x کا خاصہ = $\bar{2}$

log x کا مینٹیسا = 0.374

اب اینٹی لوگارتھم ٹیبل سے مینٹیسا:

0.374 = 1089 + 1 = 1090

چونکہ خاصہ $\bar{2}$ ہے۔ اعشاریہ کو اس طرح لگائیں کہ اعشاریہ 2 درجوں کے بعد آئے گا۔

x = Antilog($\bar{2}$.03774)

x = 0.01090

(ii) اگر log x = 0.1597 ہو تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔

log x کا خاصہ = 0

log x کا مینٹیسا = 0.1597

اب اینٹی لوگارتھم ٹیبل سے مینٹیسا:

.1597 = 1442 + 2 = 1444

چونکہ خاصہ 0 ہے۔ اعشاریہ کو اس طرح لگائیں کہ اعشاریہ 1 درجے کے بعد آئے گا۔

x = Antilog (0.1597)

x = 1.444

(iii) اگر log x = 4.4236 ہو تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔

(iii) 4.4236 = log x

log x کا خاصہ = 4

log x کا مینٹیسا = .4236

اب اینٹی لوگارتھم ٹیبل سے مینٹیسا کے لیے عدد معلوم کریں:

.4236 = 2649 + 4 = 2653

چونکہ خاصہ 4 ہے۔ اعشاریہ کو اس طرح لگائیں کہ اعشاریہ 5 درجوں کے بعد آئے گا۔

x = Antilog (4.4236)

x = 26530

Laws of Logarithm لوگارتھم کے قوانین

(i) $\log_a(mn) = \log_a m + \log_a n$

حل: فرض کیا 'm' اور 'n' مثبت حقیقی اعداد ہیں اور 'a' سے مراد کوئی بھی اساس ہے۔ تب

$x = \log_a m$ اور $y = \log_a n$

$a^x = m$ ____(i) $a^y = n$ ____(ii)

مساوات (i) کو (ii) سے ضرب کرنے سے

$$mn = a^x . a^y$$

$$mn = a^{x+y}$$

مساوات کی دونوں اطراف پر 'log' لینے سے

$$\log_a mn = x + y$$

x اور y کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\log_a mn = \log_a m + \log_a n$$

پس ثابت ہوا

(ii) $\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$

$x = \log_a m$ اور $y = \log_a n$

$a^x = m$ ____(i) $a^y = n$ ____(ii)

مساوات (i) کو (ii) پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{m}{n} = \frac{a^x}{a^y}$$

$$\frac{m}{n} = a^x \cdot a^{-y}$$

$$\frac{m}{n} = a^{x-y}$$

دونوں اطراف 'log$_a$' لینے سے

$$\log_a \frac{m}{n} = x - y$$

x اور y کی قیمتیں درج کرنے سے

پس ثابت ہوا۔ $$\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$$

(iii) $\log_a m^n = n\log_a m$

فرض کیجیے کہ $x = \log_a m$

$a^x = m$

اور $(a^x)^n = m^n$

$m^n = (a^x)^n$

$= a^{nx}$

اس لیے $\log_a m^n = nx$

x کی قیمت درج کرنے سے $\log_a m^n = n\log_a m$

حل مشق 6.5

1. حل کیجیے۔

(i) $\frac{\log 81}{\log 9}$

حل: $$\frac{\log 81}{\log 9} = \frac{\log 3^4}{\log 3^2} = \frac{4\log 3}{2\log 3} = \frac{4}{2} = 2$$

(ii) $\frac{\log 36}{\log 6}$

حل: $$\frac{\log 36}{\log 6} = \frac{\log 6^2}{\log 6} = \frac{2\log 6}{\log 6} = 2$$

(iii) $\frac{\log 243}{\log 9}$

حل: $$\frac{\log 243}{\log 9} = \frac{\log 3^5}{\log 3^2} = \frac{5\log 3}{2\log 3} = \frac{5}{2}$$

2. حل کیجیے

(i) $\log 5+\log 4+\log 3-\log 6$

حل:

$\log 5+\log 4+\log 3-\log 6$

$=\log(5\times4\times3)-\log 6$

$=\log\dfrac{(5\times4\times3)}{6}$

$=\log\left(\dfrac{60}{6}\right)$

$=\log(10)\quad =1$

(ii) $\log 5+\log 20+\log 24+\log 25-\log 60$

حل:

$\log 5+\log 20+\log 24+\log 25-\log 60$

$=\log(5\times20\times24\times25)-\log 60$

$=\log\dfrac{(5\times20\times24\times25)}{60}$

$=\log\dfrac{(60000)}{60}$

$=\log(1000)=3$

(iii) $2\log 3+3\log 4+4\log 5-2\log 6$

حل:

$2\log 3+3\log 4+4\log 5-2\log 6$

$=\log 3^2+\log 4^3+\log 5^4-\log 6^2$

$=\log 9+\log 64+\log 625-\log 36$

$=\log(9\times64\times625)-\log 36$

$=\log\dfrac{(9\times64\times625)}{36}$

$=\log\left(\dfrac{360000}{36}\right)$

$=\log(10000)=4$

(iv) $2\log 5+\log 8-\frac{1}{2}\log 4$

حل:

$2\log 5+\log 8-\frac{1}{2}\log 4$

$=\log 5^2+\log 8-\log 4^{\frac{1}{2}}$

$=\log 25+\log 8-\log\left(2^2\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \log 25 + \log 8 - \log 2$

$= \log(25 \times 8) - \log 2$

$= \log\left(\frac{25 \times 8}{2}\right)$

$= \log(100) = 2$

(v) $\log 200 + \log 5$

حل:

$\log 200 + \log 5$

$= \log(200 \times 5)$

$= \log(1000) = 3$

3. لوگارتھم کا جدول استعمال کیے بغیر حل کیجیے۔

(i) $\log 1.3472 + \log 22.79 - \log 5$

حل:

$\log 1.3472 + \log 22.79 - \log 5$

$= \log(1.3472 \times 22.79) - \log 5$

$= \log\left(\frac{1.3472 \times 22.79}{5}\right)$

(ii) $\log 22.13 + \log 0.354 + \log 7 - \log 3$

حل:

$\log 22.13 + \log 0.354 + \log 7 - \log 3$

$= \log(22.13 \times 0.354 \times 7) - \log 3$

$= \log\left(\frac{22.13 \times 0.354 \times 7}{3}\right)$

(iii) $\log 57.86 + \log 4.385 - \log 2.391 - \log 3.072$

حل:

$\log 57.86 + \log 4.385 - \log 2.391 - \log 3.072$

$= \log(57.86 \times 4.385) - \log 2.391 - \log 3.072$

$= \log\left(\frac{57.86 \times 4.385}{3.072 \times 2.391}\right)$

4. لوگارتھم کے جدول کی مدد سے حل کیجیے۔

(i) $\frac{2:38 \times 3.901}{4.83}$

حل:

Let $x = \frac{2.38 \times 3.901}{4.83}$

$\log x = \log\left(\frac{2.38 \times 3.901}{4.83}\right)$

$\log x = \log(2.38 \times 3.901) - \log(4.83)$

$\log x = \log 2.38 + \log 3.901 - \log 4.83$

$\log x = 0.3766 + 0.5912 - 0.6839$

$\log x = 0.2839$
$x = \text{Antilog}(0.2839)$
$x = 1.923$

(ii) $\dfrac{8.67\times3.94}{1.78}$

حل: Let $x = \dfrac{8.67\times3.94}{1.78}$

$\log x = \log\left(\dfrac{8.67\times3.94}{1.78}\right)$

$\log x = \log(8.67\times3.94) - \log(1.78)$

$\log x = \log 8.67 + \log 3.94 - \log 1.78$

$\log x = 0.9380 + 0.5955 - 0.2504$

$\log x = 1.2831$

$x = \text{Antilog}(1.2831)$

$x = 19.19$

(iii) $\dfrac{25.36\times3.4569}{9.87\times8.93}$

حل: Let $x = \dfrac{25.36\times3.4569}{9.87\times8.93}$

$\log x = \log\dfrac{25.36\times3.4569}{9.87\times8.93}$

$\log x = \log(25.36\times3.4569) - \log(9.87\times8.93)$

$\log x = \log 25.36 + \log 3.4569 - \log 9.87 - \log 8.93$

$\log x = 1.4041 + 0.53887 - 0.9943 - 0.9509$

$\log x = -0.0024$

$x = Anti\log(-0.0024)$

$x = 0.9945$

.5 ثابت کیجیے

(i) $\log\left(\dfrac{a^2}{bc}\right) + \log\left(\dfrac{b^2}{ca}\right) + \log\left(\dfrac{c^2}{ab}\right) = 0$

حل: L.H.S. $= \log\left(\dfrac{a^2}{bc}\right) + \log\left(\dfrac{b^2}{ca}\right) + \log\left(\dfrac{c^2}{ab}\right) = 0$

$= \log a^2 - \log(bc) + \log b^2 - \log(ca) + \log c^2 - \log(ab)$

$= 2\log a - (\log b + \log c) + 2\log b - (\log c + \log a) + 2\log c - (\log a + \log b)$

$= 2\log a - \log b - \log c + 2\log b - \log c - \log a + 2\log c - \log a - \log b$

$= 2\log a - \log a - \log a + 2\log b - \log b - \log b + 2\log c - \log c - \log c$

$= 2\log a - 2\log a + 2\log b - 2\log b + 2\log c - 2\log c$

$= 0$
$= \text{R.H.S.}$

(ii) $3\log 2 + 2\log 3 + \log 5 = \log 360$

حل: L.H.S. $= 3\log 2 + 2\log 3 + \log 5 = \log 360$

$= \log 2^3 + \log 3^2 + \log 5$
$= \log 8 + \log 9 + \log 5$
$= \log(8 \times 9 \times 5)$
$= \log 360 \quad = \text{R.H.S.}$

(iii) $5\log 3 - \log 9 = \log 27$

حل: $L.H.S. = 5\log 3 - \log 9$

$= \log 3^5 - \log 9$
$= \log 243 - \log 9$
$= \log\left(\frac{243}{9}\right)$
$= \log 27 \quad = \text{R.H.S.}$

(iv) $\log\left(\frac{75}{16}\right) + \log\left(\frac{32}{243}\right) - 2\log\left(\frac{5}{9}\right) = \log 2$

$L.H.S. = \log\left(\frac{75}{16}\right) + \log\left(\frac{32}{243}\right) - 2\log\left(\frac{5}{9}\right)$

$= \log\left(\frac{75}{16} \times \frac{32}{243}\right) - \log\left(\frac{5}{9}\right)^2$
$= \log\left(\frac{25}{1} \times \frac{2}{81}\right) - \log\left(\frac{5^2}{9^2}\right)$
$= \log\left(\frac{5^2 \times 2}{9^2}\right) - \log\left(\frac{5^2}{9^2}\right)$
$= \left(\log 5^2 + \log 2 - \log 9^2\right) - \left(\log 5^2 - \log 9^2\right)$
$= \log 5^2 + \log 2 - \log 9^2 - \log 5^2 + \log 9^2$
$= \log 5^2 - \log 5^2 + \log 9^2 - \log 9^2 + \log 2$
$= \log 2$
$= \text{R.H.S.}$

(v) $2\log\left(\frac{11}{13}\right) + \log\left(\frac{130}{77}\right) - \log\left(\frac{55}{91}\right) = \log 2$

حل: رقم غلط ہے۔

$\text{L.H.S.} = 2\log\left(\frac{11}{13}\right) + \log\left(\frac{130}{77}\right) - \log\left(\frac{55}{91}\right)$

$$= \log\left(\frac{11}{13}\right)^2 + \log\left(\frac{130}{77}\right) - \log\left(\frac{55}{91}\right)$$

$$= \log\left(\frac{11^2}{13^2}\right) + \log\left(\frac{130}{77}\right) - \log\left(\frac{55}{91}\right)$$

$$= \log\left(\frac{121}{169}\right) + \log\left(\frac{130}{77}\right) - \log\left(\frac{55}{91}\right)$$

$$= \log\left(\frac{121}{169} \times \frac{130}{77}\right) - \log\left(\frac{55}{91}\right)$$

$$= \log\left(\frac{11}{169} \times \frac{130}{7}\right) - \log\left(\frac{55}{91}\right)$$

$$= \log\left(\frac{\frac{11}{169} \times \frac{130}{7}}{\frac{55}{91}}\right)$$

$$= \log\left(\frac{11}{169} \times \frac{130}{7} \times \frac{91}{55}\right)$$

$$= \log\left(\frac{1}{169} \times \frac{130}{1} \times \frac{13}{5}\right)$$

$$= \log\left(\frac{1}{169} \times \frac{26}{1} \times \frac{13}{1}\right)$$

$$= \log\left(\frac{26}{13}\right) = \log 2 = \text{R.H.S}$$

.6 ثابت کیجیے۔

$$3\log 4 + 2\log 5 - \frac{1}{3}\log 64 - \frac{1}{2}\log 16 = 2$$

حل:

$$\text{L.H.S.} = 3\log 4 + 2\log 5 - \frac{1}{3}\log 64 - \frac{1}{2}\log 16$$

$$= 3\log 4 + \log 5^2 - \log 64^{\frac{1}{3}} - \log 16^{\frac{1}{2}}$$

$$= 3\log 4 + \log 25 - \log\left(4^3\right)^{\frac{1}{3}} - \log\left(4^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 3\log 4 + \log 25 - \log 4 - \log 4$$

$$= 3\log 4 + \log 25 - 2\log 4$$

$$= \log 4 + \log 25$$

$$= \log(4 \times 25)$$

$$= \log(100) = 2$$

$$= \text{R. H. S.}$$

.7 ثابت کیجیے۔

$\log(1\times2\times3)=\log1+\log2+\log3$

حل:

L.H.S. $=\log(1\times2\times3)$

$=\log1+\log2+\log3 \quad \because \log mn=\log m+\log n$

$=$ R.H.S.

.8 لوگارتھم کا جدول استعمال کیجیے اور درج ذیل کو حل کیجیے۔

(i) $69.13\times0.34\times0.014$

حل: فرض کیا:

$x=69.13\times0.34\times0.014$

$\log x=\log(69.13\times0.34\times0.014)$

$\log x=\log69.13+\log0.34+\log0.014$

$\log x=1.8397+\bar{1}.5315+\bar{2}.1461$

$\log x=1.8399-1+0.5315-2+0.1461$

$\log x=\bar{0}.4825$

$\log x=-1+0.4825$

$\log x=-0.5175$

$x=$ Antilog (-0.5175) (ضد لوگارتھم کے جدول سے)

$x=0.3292$

(ii) $\dfrac{8.67\times3.94}{1.78}$

حل: فرض کیا:

$x=\dfrac{8.67\times3.94}{1.78}$

$\log x=\log\dfrac{8.67\times3.94}{1.78}$

$\log x=\log8.67+\log3.94-\log1.78$

$\log x=0.9380+0.5955-0.2504$

$\log x=(1.2831)$

$x=19.19$

(iii) $\dfrac{4}{3}\times3.142\times(1.5)^3$

حل: فرض کیا:

$x=\dfrac{4}{3}\times3.142\times(1.5)^3$

$\log x=\log\left[\dfrac{4}{3}\times3.142\times(1.5)^3\right]$

$\log x=\log\left(\dfrac{4}{3}\right)+\log(3.142)+\log(1.5)^3$

$\log x=\log(4)-\log(3)+\log3.142+3\log(1.5)$

$\log x=0.6021-0.4771+0.4972+3(0.1761)$

$\log x = 0.6021 - 0.4771 + 0.4972 + 0.5283$
$\log x = 1.1505$
$x = Anti\log(1.1505)$
$x = 14.15$

(iv) $\dfrac{(25.36)^2 \times (0.4569)}{847.5}$

حل: فرض کیا: $x = \dfrac{(25.36)^2 \times (0.4569)}{847.5}$

$\log x = \log \dfrac{(25.36)^2 \times (0.4569)}{847.5}$
$\log x = \log(25.36)^2 + \log(0.4569) - \log 847.5$
$\log x = 2\log(25.36) + \log(0.4569) - \log(847.5)$
$\log x = 2(1.4041) + \bar{1}.6599 - 2.9281$
$\log x = 2.8082 - 1 + 0.6599 - 2.9281$
$\log x = -0.46$
$\log x = -0.46 + 1 - 1$
$\log x = 0.54 + \bar{1}$
$\log x = \bar{1}.54$
$x = Anti\log(\bar{1}.54)$ (ضدلوگارتھم کے جدول سے)
$x = 0.3467$

(v) $\dfrac{0.9876 \times (16.42)^2}{(4.567)^{\frac{1}{3}}}$

حل: فرض کیا: $x = \dfrac{0.9876 \times (16.42)^2}{(4.567)^{\frac{1}{3}}}$

$\log x = \log\left(\dfrac{0.9876 \times (16.42)^2}{(4.567)^{\frac{1}{3}}}\right)$

$\log x = \log(0.9876) + \log(16.42)^2 - \log(4.567)^{\frac{1}{3}}$

$\log x = \log(0.9876) + 2\log(16.42) - \frac{1}{3}\log(4.567)$

$\log x = \bar{1}.9946 + 2(1.2154) - \frac{1}{3}(0.6596)$
$\log x = -1 + 0.9946 + 2.4308 - 0.2199$
$\log x = 2.2055$

$x = \text{Antilog}(2.055)$

$x = 160.5$

(vi) $\sqrt{\dfrac{3\sqrt{0.0125} \times \sqrt{31.15}}{0.00081}}$

حل:

فرض کریں $x = \sqrt{\dfrac{3\sqrt{0.0125} \times \sqrt{31.15}}{0.00081}}$

اطراف کا log لینے سے $\log x = \log \sqrt{\dfrac{3\sqrt{0.0125} \times \sqrt{31.15}}{0.00081}}$

$\log x = \log \left[\dfrac{3(0.0125)^{1/2} \times (31.15)^{1/2}}{0.00081}\right]^{1/2}$

$= \dfrac{1}{2}\left[\log 3 + \dfrac{1}{2}\log 0.0125 + \dfrac{1}{2}\log(31.15) - \log(0.00081)\right]$

$= \dfrac{1}{2}\left[0.4771 + \dfrac{1}{2}(\bar{2}.0969) + \dfrac{1}{2}(1.4935) - \bar{4}.9085\right]$

$\log x = \dfrac{1}{2}\left[0.47771 + \dfrac{1}{2}(-2 + 0.0969) + 0.7468 - (-4 + 0.908)\right]$

$= \dfrac{1}{2}[0.4771 - 1 + 0.0485 + 0.7468 + 4 - 0.9085]$

$= \dfrac{1}{2}[3.3639]$

$\log x = 1.68195$

$x = \text{Antilog}(1.68195)$

$x = 48.07$ Ans

(vii) $\dfrac{(6.45)^3 \times (0.00034)^{\frac{1}{3}} \times (981.9)}{(9.37)^2 \times (8.93)^{\frac{1}{4}} \times (0.0617)}$

حل:

فرض کیا $x = \dfrac{(6.45)^3 \times (0.00034)^{\frac{1}{3}} \times (981.9)}{(9.37)^2 \times (8.93)^{\frac{1}{4}} \times (0.0617)}$

$\log x = \log\left[\dfrac{(6.45)^3 \times (0.00034)^{\frac{1}{3}} \times (981.9)}{(9.37)^2 \times (8.93)^{\frac{1}{4}} \times (0.0617)}\right]$

$\log x = \log(6.45)^3 + \log(0.00034)^{\frac{1}{3}} + \log(981.9) - \log(9.37)^2$

$-\log(8.93)^{\frac{1}{4}} - \log(0.0617)$

$\log x = 3\log(6.45) + \frac{1}{3}\log(0.00034) + \log(981.9)$

$-2\log(9.37) - \frac{1}{4}\log(8.93) - \log(0.0617)$

$\log x = 3(0.8096) + \frac{1}{3}(\bar{4}.5315) + 2.9921 - 2(0.9717) - \frac{1}{4}(0.9509) - \bar{2}.7903$

$\log x = 2.4287 + \frac{1}{3}(-4 + 0.5315) + 2.9921 - 1.9435 - 0.2377 - (-2 + 0.7903)$

$\log x = 2.4287 + \frac{1}{3}(-3.4685) + 2.9921 - 1.9435 - 0.2377 - (-1.2097)$

$\log x = 2.4287 - 1.1562 + 2.9921 - 1.9435 - 0.2377 + 1.2097$

$\log x = 3.2931$

x = Antilog (3.2931)

x = 1963

(viii) $\dfrac{(0.0437)^{\frac{2}{3}} \times (1.407)^2}{(0.0015)^{\frac{1}{3}} \times (1.235)^{\frac{1}{7}}}$

حل:

Let $x = \dfrac{(0.0437)^{\frac{2}{3}} \times (1.407)^2}{(0.0015)^{\frac{1}{3}} \times (1.235)^{\frac{1}{7}}}$

$\log x = \log\left[\dfrac{(0.0437)^{\frac{2}{3}} \times (1.407)^2}{(0.0015)^{\frac{1}{3}} \times (1.235)^{\frac{1}{7}}}\right]$

$\log x = \log(0.0437)^{\frac{2}{3}} + \log(1.407)^2 - \log(0.0015)^{\frac{1}{3}} - \log(1.235)^{\frac{1}{7}}$

$\log x = \frac{2}{3}\log(0.0437) + 2\log(1.407) - \frac{1}{3}\log(0.0015) - \frac{1}{7}\log(1.235)$

$\log x = \frac{2}{3}(\bar{2}.6405) + 2(0.1483) - \frac{1}{3}(\bar{3}.1761) - \frac{1}{7}(0.0917)$

$\log x = \frac{2}{3}(-2 + 0.6405) + 0.2966 - \frac{1}{3}(-3 + 0.1761) - 0.0131$

$\log x = \frac{2}{3}(-1.3595) + 0.2966 - \frac{1}{3}(-2.8239) - 0.0131$

$$\log x = -0.9063 + 0.2966 + 0.9413 - 0.0131$$

$$\log x = 0.3185$$

$$x = \text{Antilog}\,(0.3185)$$

$$x = 2.082$$

.9 اگر $v=\sqrt{\frac{g\ell}{2\pi}}$ ہو تو v معلوم کیجیے جبکہ $\ell = 150, g = 32.16, \pi = 3.142$

حل:

$$v=\sqrt{\frac{g\ell}{2\pi}}=\left[\frac{32.16\times150}{2\times3.142}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\log v=\log\left[\frac{32.16\times150}{2\times3.142}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\log v=\frac{1}{2}\log\left[\frac{32.16\times150}{2\times3.142}\right]$$

$$\log v=\frac{1}{2}[\log 32.16+\log 150-\log 2-\log 3.142]$$

$$\log v=\frac{1}{2}[1.5073+2.1761-0.3010-0.4972]$$

$$\log v=\frac{1}{2}[2.8852]$$

$$\log v = 1.4426$$

$$v = \text{Antilog}\,(1.4426)$$

$$v = 27.71$$

.10 اگر $H=\frac{I^2Rt}{4.2}$ ہو تو H معلوم کیجیے جبکہ $I = 1.3, R = 6.7$ اور $t = 25$

$$H=\frac{I^2Rt}{4.2}=\frac{(1.3)^2\times6.7\times25}{4.2}$$

$$\log H=\log\left[\frac{(1.3)^2\times6.7\times25}{4.2}\right]$$

$$\log H=\log(1.3)^2+\log(6.7)+\log(25)-\log(4.2)$$

$$\log H=2\log(1.3)+\log(6.7)+\log 25-\log(4.2)$$

$$\log H=2(0.1139)+0.8261+1.3979-0.6232$$

$$\log H=0.2278+0.8261+1.3979-0.6232$$

$$\log H=1.8286$$

$$H = 67.40$$

.11 اگر $h=\frac{v}{\pi(R^2-r^2)}$ ہو تو h معلوم کیجیے جبکہ $v=1190, R=83.6, r=62.4$ اور $\pi=3.14$

$$h=\frac{v}{\pi(R^2-r^2)}=\frac{1190}{3.14[(83.6)^2-(62.4)^2]}$$

$$=\frac{1190}{3.14[3095.2]}=\frac{1190}{9718.928}$$

$$\log h=\log\left(\frac{1190}{9718.928}\right)$$

$$=\log 1190-\log(9718.928)$$

$$=3.0755-3.9876$$

$$=-0.9121$$

h = Antilog (–0.9121)

h = 0.1224

حل جائزہ مشق 6

.1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) $\sqrt{3}$ کیسا عدد ہے؟

(a) ناطق عدد (b) غیر ناطق عدد (c) قدرتی عدد (d) صحیح عدد

(ii) $\sqrt[3]{7}$ کو کیا کہتے ہیں؟

(a) جذر (b) مجذور (c) ناطق عدد (d) صحیح عدد

(iii) $\sqrt{3}$ میں 3 کو کیا کہتے ہیں؟

(a) جذر (b) مجذور (c) صحیح عدد (d) قدرتی عدد

(iv) a^n میں n کو کیا کہتے ہیں؟

(a) جذر (b) مجذور (c) قوت نما (d) اساس

(v) 4^5 میں 4 کو کیا کہتے ہیں؟

(a) اساس (b) قوت نما (c) صحیح عدد (d) جذر

(vi) اساس 10 میں حل کیے گئے لوگارتھم کو کیا کہتے ہیں؟

(a) مینٹیسا (b) کامن لوگارتھم (c) خاصہ (d) قدرتی عدد

(vii) کسی عدد کے لوگارتھم میں صحیح عدد والے حصہ کو کیا کہتے ہیں؟

(a) خاصہ (b) مینٹیسا (c) اعشاریہ والا حصہ (d) حقیقی حصہ

(viii) کسی عدد کے لوگارتھم میں کسری حصہ کو کیا کہتے ہیں؟

(a) خاصہ (b) مینٹیسا (c) ناطق عدد (d) حقیقی حصہ

(ix) $\sqrt{\sqrt{2}} = ?$

(a) 2^2 (b) 2 (c) $2^{\frac{1}{2}}$ (d) $2^{\frac{1}{4}}$

(x) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ ایک جذر نہیں ہے کیونکہ $2+\sqrt{3}$ ایک

(a) غیر ناطق عدد ہے (b) ناطق عدد ہے (c) صحیح عدد ہے (d) جذر ہے

جوابات: (i) b (ii) a (iii) b (iv) c (v) a
(vi) b (vii) a (viii) b (ix) d (x) a

.2 خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) اگر $\sqrt[n]{a}$ غیر ناطق عدد ہو جبکہ a ناطق عدد ہو تو $\sqrt[n]{a}$ کو .... کہتے ہیں۔

(ii) علامت $\sqrt[n]{}$ کو .... کہتے ہیں۔

(iii) 3^5 میں 5 کو .... کہتے ہیں۔

(iv) a^n میں a کو .... کہتے ہیں۔

(v) اساس 10 میں حل لوگارتھم کو .... کہتے ہیں۔

(vi) کسی عدد میں لوگارتھم کی دو حصے ہوتے ہیں۔ صحیح عددی حصے کو .... کہتے ہیں۔

(vii) کسی عدد کے لوگارتھم میں کسری حصہ کو .... کہتے ہیں۔

جوابات: (i) جذری (ii) مجذور (iii) قوت نما (iv) اساس
(v) کامن لوگارتھم (vi) خاصہ (vii) مینٹیسا

.3 مختصر کیجیے۔

(i) $\left(x^5y^3\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(y^7x^3\right)^{-\frac{1}{3}}$

حل:

$$\begin{aligned}
\left(x^5y^3\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(y^7x^3\right)^{-\frac{1}{3}} &= \left(x^5\right)^{\frac{1}{2}}\left(y^3\right)^{\frac{1}{2}}\left(y^7\right)^{-\frac{1}{3}}\left(x^3\right)^{-\frac{1}{3}} \\
&= x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{3}{2}}y^{-\frac{7}{3}}x^{-1} \\
&= x^{\frac{5}{2}-1} \times y^{\frac{3}{2}-\frac{7}{3}} = x^{\frac{3}{2}}y^{-\frac{5}{6}}
\end{aligned}$$

(ii) $\left(a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} \div \left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}\right)^{-3}$

حل:

$$\left(a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} \div \left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}\right)^{-3} = \left(a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} \times \left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}\right)^{3}$$

$$= \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(b^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} \times \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{3}\left(b^{\frac{1}{4}}\right)^{3}$$

$$= a^{-\frac{1}{8}}b^{-\frac{1}{6}} \times a^{1}b^{\frac{3}{4}}$$

$$= a^{-\frac{1}{8}+1} \times b^{-\frac{1}{6}+\frac{3}{4}} = a^{\frac{7}{8}}\, b^{\frac{7}{12}}$$

.4 حل کیجیے

(i) $x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{5}{8}} \times y^{\frac{1}{2}} \div (xy)^{\frac{1}{3}}$

حل:

$$x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{5}{8}} \times y^{\frac{1}{2}} \div (xy)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{5}{8}}y^{\frac{1}{2}} \times (xy)^{-\frac{1}{3}}$$

$$= x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{5}{8}}y^{\frac{1}{2}} \times x^{-\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{3}}$$

$$= x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{8}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$$

$$= x^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{19}{24}}$$

(ii) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \div \left(\frac{4}{25}\right) \times 625$

حل:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \div \left(\frac{4}{25}\right) \times 625 = \left(\frac{5}{2}\right)^{1} \times \frac{25}{4} \times \frac{1}{625}$$

$$= \frac{5}{2} \times \frac{25}{4} \times \frac{1}{625}$$

$$= \frac{125}{8 \times 625} = \frac{1}{8 \times 5} = \frac{1}{40}$$

.5 ثابت کیجیے $\log\frac{(3 \times 4 \times 5)}{7} = \log 3 + \log 4 + \log 5 - \log 7$

حل:

$$\text{L.H.S.} = \log\frac{(3 \times 4 \times 5)}{7}$$

$$= \log(3 \times 4 \times 5) - \log 7$$

$$= \log 3 + \log 4 + \log 5 - \log 7$$

$$= \text{R.H.S.}$$

پس ثابت ہوا۔

.6 درج ذیل کو لوگارتھم جدول کی مدد سے حل کیجیے۔

(i) $62.14 \times 0.32 \times 0.015$

حل:

$$\text{Let } x = 62.14 \times 0.32 \times 0.015$$

$$\log x = \log(62.14 \times 0.32 \times 0.015)$$

$$\log x = \log 62.14 + \log 0.32 + \log 0.015$$

$$\log x = 1.7934 + \bar{1}.5051 + \bar{2}.1761$$

$$\log x = 1.7934 + (-1 + 0.5051) + (-2 + 0.1761)$$
$$\log x = 1.7934 + (-0.4949) + (-1.8239)$$
$$\log x = 1.7934 - 0.4949 - 1.8239$$
$$\log x = \bar{0}.5254$$
$$\log x = 1 - 0.5254$$
$$\log x = 0.4746$$
$$x = \text{Antilog}(0.4746)$$
$$x = 0.2983$$

(ii) $\dfrac{3.64 \times 3.94}{2.78}$

حل:

$$\text{Let } x = \frac{3.64 \times 3.94}{2.78}$$
$$\log x = \log\left(\frac{3.64 \times 3.94}{2.78}\right)$$
$$\log x = \log 3.64 + \log 3.94 - \log 2.78$$
$$\log x = 0.5611 + 0.5955 - 0.444$$
$$\log x = 0.7126$$
$$x = \text{Antilog}(0.7126)$$
$$x = 5.159$$

(iii) $\dfrac{(13.26)^2 \times (0.4564)}{325.5}$

حل:

$$\text{Let } x = \frac{(13.26)^2 \times (0.4564)}{325.5}$$
$$\log x = \log\left(\frac{(13.26)^2 \times (0.4564)}{325.5}\right)$$
$$\log x = \log(13.26)^2 + \log(0.4564) - \log(325.5)$$
$$\log x = 2\log(13.26) + \log(0.4564) - \log(325.5)$$
$$\log x = 2(1.1225) + \bar{1}.6594 - 2.5126$$
$$\log x = 2.2450 + (-1 + 0.6594) - 2.5126$$
$$\log x = 2.2450 + (-0.3406) - 2.5126$$
$$\log x = 2.2450 - 0.3410 - 2.5126$$
$$\log x = \bar{0}.6082$$
$$\log x = 1 - 0.6086$$
$$\log x = 0.3918$$
$$x = \text{Antilog}(0.3918)$$
$$x = 0.2465$$

خلاصہ

☆ اگر $\sqrt[n]{a}$ غیر ناطق عدد ہو جبکہ a ایک ناطق عدد ہے تو $\sqrt[n]{a}$، a کا n واں جذر کہلاتا ہے۔
☆ علامت $\sqrt[n]{}$ جذر کی علامت کہلاتی ہے۔ جس کا انڈیکس n ہے۔ $\sqrt[n]{a}$ میں a کو مجذور کہتے ہیں۔
☆ کسی حقیقی عدد a اور مثبت صحیح عدد n کے لیے ہم a^n کو بیان کرتے ہیں۔

$$a^n = a\times a\times a\times a\times ...a \text{ (n مرتبہ)}$$

یہاں 'a' کو اساس اور n کو قوت نما کہتے ہیں۔
☆ اساس 10 میں حل کیے گئے لوگارتھم کو کامن لوگارتھم کہتے ہیں۔
☆ کسی عدد کے لوگارتھم کے دو حصے ہوتے ہیں۔ صحیح حصہ کو خاصہ اور کسری حصہ کو مینٹیسا کہتے ہیں۔
☆ سائنسی ترقیم ایک طریقہ تحریر ہے جس میں بہت بڑے اور بہت چھوٹے عدد کو $a = b\times 10^n$ کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔
☆ ایسا عدد جس کا مربع ایک غیر منفی عدد ہو حقیقی عدد کہلاتا ہے۔

معروضی سوالات

✿ درست جواب پر (✓) کا نشان لگائیں۔

-1 5 عدد ہے۔
(a) منفی ناطق (b) مثبت ناطق (c) منفی غیر ناطق (d) مثبت غیر ناطق

-2 $\sqrt{}$ علامت ہے۔
(a) مجذور کی (b) انڈیکس کی (c) جذر کی (d) قوت نمائی کی

-3 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})$ اور $(\sqrt{a}-\sqrt{b})$ ایک دوسرے کا کہلاتے ہیں۔
(a) کانجوگیٹ (b) n واں جذر (c) اساس (d) لوگارتھم

-4 $\sqrt[3]{8}$ ایک شکل ہے۔
(a) قوت نمائی (b) لوگارتھمی (c) اساسی (d) جذری

-5 $\sqrt[n]{a}$ کی قوت نمائی شکل ہے۔
(a) $a^{1/n}$ (b) $\sqrt{a^n}$ (c) $n^{1/a}$ (d) $\sqrt[a]{n}$

-6 $(81a^4)^{1/2}$ کی جذری شکل ہے۔
(a) $\sqrt[4]{81a^2}$ (b) $\sqrt{81a^4}$ (c) $\sqrt[2]{81a^4}$ (d) $\sqrt{81a^2}$

-7 $3^{1/4}\times a^{28/4}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔
(a) $3^{1/4}\times a^7$ (b) $3\times a^4$ (c) $3^4\times a^{28}$ (d) $3a^7$

-8 $8-2\sqrt{6}$ میں مجذور ہے۔
(a) 8 (b) 2 (c) 6 (d) $\sqrt{6}$

-9 $\sqrt{\frac{9}{13}}$ میں جذر ہے۔
(a) 9 (b) 13 (c) $\frac{9}{13}$ (d) $\sqrt{13}$

-10 $\sqrt{a^3}$ کی قوت نمائی شکل ہے۔
(a) $a^{1/2}$ (b) a^3 (c) $a^{1/3}$ (d) $a^{3/2}$

-11 $(25)^{1/2}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔
(a) 25^2 (b) 5 (c) $25^{1/3}$ (d) $5^{1/2}$

-12 $(64)^{1/3}$ کو مختصر کریں۔
(a) 64 (b) $6^{1/3}$ (c) 4 (d) $4^{1/3}$

-13 $\frac{1}{\sqrt[4]{a^6}}$ کو مختصر شکل میں لکھیں۔
(a) $\frac{1}{a^{3/4}}$ (b) $1/a^{-3/4}$ (c) $a^{3/4}$ (d) $a^{-3/2}$

-14 $(1000)^{1/3}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔
(a) 1000 (b) 100 (c) $10^{1/3}$ (d) 1000^{3}

-15 $\sqrt{a^{16}}$ کی قوت نمائی شکل ہے۔
(a) a^8 (b) a^{16} (c) a^6 (d) $a^{1/16}$

-16 $\sqrt{(8+y)^7}$ کی قوت نمائی شکل ہے۔
(a) $(8+y)^{7/2}$ (b) 8^7+y^7 (c) $(8+y)^7$ (d) $(8+y)^2$

-17 $\sqrt{3}\times\sqrt{7}$ کو مختصر کریں۔
(a) $\sqrt{10}$ (b) $\sqrt{21}$ (c) $\sqrt{4}$ (d) $\sqrt[3]{7}$

-18 $\sqrt{2}\div\sqrt[5]{32}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔
(a) $\sqrt{2^{1/5}}$ (b) $\sqrt[5]{2}$ (c) $\sqrt{2^{-1/5}}$ (d) $2^{-1/10}$

-19 a^n میں a کہلاتا ہے۔
(a) قوت نما (b) انڈیکس (c) پاور (d) اساس

-20 $8\times 8\times 8$ کو لکھ سکتے ہیں۔
(a) 8^3 (b) 3^8 (c) 24 (d) $8+3$

-21 $a^m\times a^n$ برابر ہے۔
(a) $a^{m\times n}$ (b) a^{m+n} (c) a^{mn} (d) $a^{m/n}$

-22 $\frac{a^m}{a^n}$ برابر ہے۔

(a) $a^m.a^n$ (b) a^m+a^n (c) a^{m-n} (d) a^m-a^n

-23 $\frac{x^3\times x^4}{x^2\times x^5}$ کو مختصر کریں۔

(a) 1 (b) x^7 (c) x^{14} (d) x^{12}

-24 $(ab)^n$ برابر ہے۔

(a) ab^n (b) $(ab)^{2n}$ (c) $\sqrt[n]{ab}$ (d) $a^n b^n$

-25 $(a^m)^n$ برابر ہے۔

(a) a^{m+n} (b) a^{mn} (c) $a^{m\times n}$ (d) $a^{m/n}$

-26 $(x^4)^6$ کی مختصر ترین شکل ہے۔

(a) x^{10} (b) x^{-2} (c) x^{24} (d) $x^{4/6}$

-27 $18x^5$ میں قوت نما ہے۔

(a) 5 (b) x (c) 8 (d) 18

-28 $16x^3$ میں اساس ہے۔

(a) 3 (b) 16 (c) 1 (d) x

-29 $x^{3/4}\times x^{2/5}$ کو مختصر کریں۔

(a) $x^{6/20}$ (b) $x^{5/9}$ (c) $x^{23/20}$ (d) $x^{\frac{6}{9}}$

-30 روشنی کی رفتار ہے۔

(a) 2933.4 کلومیٹر فی سیکنڈ (b) 29933.24 کلومیٹر فی سیکنڈ
(c) 29930.2 کلومیٹر فی سیکنڈ (d) 29934.2 کلومیٹر فی سیکنڈ

-31 ایکس ریز کا طول موج ہے۔

(a) 0.0000001 سینٹی میٹر (b) 0.000001 سینٹی میٹر
(c) 0.00001 سینٹی میٹر (d) 0.0001 سینٹی میٹر

-32 10000 کو سائنسی ترقیم میں لکھتے ہیں۔

(a) 10^4 (b) 1×1000 (c) 1×10000 (d) 1×10^4

-33 112.3 کو سائنسی ترقیم میں لکھیں۔

(a) 112.3×10 (b) 1.123×10^2 (c) 11.23×10^2 (d) 1.12×10^3

34- 18.42×10^{-4} کو اعشاریہ کی شکل میں لکھیں۔

(a) 00.0018 (b) 0.000018 (c) 0.001842 (d) 0.0184210

35- لوگارتھم کے لیے کافی کام کیا۔

(a) فیراڈے نے (b) الخوارزمی نے (c) آئن سٹائن نے (d) رورفورڈ نے

36- جان نیپئر نے لوگارتھم کے لیے مزید کام کیا۔

(a) چودھویں صدی میں (b) پندرھویں صدی میں (c) سولویں صدی میں (d) سترویں صدی میں

37- جان نیپئر کے جدول کی اساس تھی۔

(a) e (b) a (c) 10 (d) 1

38- 'e' کی قیمت ہے۔

(a) 10.78 (b) 2.7183 (c) 7.2318 (d) 87.31

39- سوئزرلینڈ کے جاسٹ برگی نے اینٹی لوگارتھم کے لیے جدول تیار کیا۔

(a) 1320 عیسوی میں (b) 1420 عیسوی میں (c) 1520 عیسوی میں (d) 1620 عیسوی میں

40- $\log_5 25 = 2$ کی قوت نمائی شکل ہے۔

(a) $25^2 = 5$ (b) $2^5 = 25$ (c) $5^2 = 25$ (d) $2^{25} = 5$

41- کسی عدد کے لوگارتھم میں صحیح عددی حصے کو کہتے ہیں۔

(a) خاصہ (b) مینٹیسا (c) کسر اعشاریہ (d) عددی قیمت

42- کسی عدد کے لوگارتھم میں کسری حصے کو کہتے ہیں۔

(a) عدد کا اعشاری حصہ (b) کامن لوگارتھم (c) مینٹیسا (d) خاصہ

43- جب خاصہ منفی ہو تو ہم اس ہندسے پر لگا دیتے ہیں۔

(a) کومہ (comma) (b) ڈاٹ (Dot) (c) ڈیش (Dash) (d) لائن (Bar)

44- فرض کیا عدد $m \times 10^p$ ہے تب خاصہ ہوگا۔

(a) 10 (b) p (c) $m \times 10$ (d) m

45- 4385 کا مینٹیسا ہوگا۔

(a) 6416 (b) 6418 (c) 6420 (d) 6422

46- log4385 کی قیمت ہوگی۔

(a) 0.6420 (b) 1.6420 (c) 2.6420 (d) 3.6420

47- log 0.000 4385 کی قیمت ہوگی۔

(a) $\bar{2}.6420$ (b) $\bar{3}.6420$ (c) $\bar{4}.6420$ (d) $\bar{5}.6420$

48- logm + logn برابر ہے۔

(a) $\log\frac{m}{n}$ (b) log m (c) log m+n (d) log mn

49- logm – logn برابر ہے۔

(a) logm (b) $\log\frac{m}{n}$ (c) log m + n (d) log mn

50- $\log m^n$ برابر ہے۔

(a) log mn (b) n logm (c) m logn (d) $\log\frac{m}{n}$

51- 3 log 2 + log 5 برابر ہے۔

(a) log 40 (b) log 30 (c) log 45 (d) log 20

52- $\frac{\log 32}{\log 4}$ برابر ہے۔

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{5}{2}$

53- log 5 + log 4 + log3 - log 6 برابر ہے۔

(a) 0 (b) 2 (c) 1 (d) 4

54- 3^5 میں 5 کو کہتے ہیں۔

(a) عددی سر (b) قوت نما (c) حاصل ضرب (d) اساس

55- a^n میں a کو کہتے ہیں۔

(a) اساس (b) حقیقی حصہ (c) قوت نما (d) عددی سر

جوابات:

1- مثبت ناطق	2- جذری	3- کانجوگیٹ	4- جذری
5- $a^{1/2}$	6- $\sqrt[2]{81a^4}$	7- $3a^7$	8- 6
9- $\sqrt{13}$	10- $a^{1/3}$	11- 5	12- 4
13- $a^{-1/4}$	14- 100	15- a^8	16- $(8+y)^{1/3}$
17- $\sqrt{21}$	18- $\sqrt{2^{-1/4}}$	19- اساس	20- 8^3
21- a^{m+n}	22- a^{m-n}	23- 1	24- $a^n b^n$
25- a^{mn}	26- x^{24}	27- 5	28- x
29- $x^{2/5}$	30- 29933.24 کلومیٹر فی سیکنڈ	31- 0.0000001 سینٹی میٹر	32- 1×10^4
33- 1.123×10^2	34- 0.001842	35- الخوارزمی نے	36- سترویں صدی میں
37- e	38- 2.7183	39- 1620 عیسوی میں	40- $5^2=25$
41- خاصہ	42- مینٹیسا	43- لائن(Bar)	44- P
45- 6420	46- 3.6420	47- $\bar{4}.6420$	48- log mn
49- $\log\frac{m}{n}$	50- n logm	51- log 40	52- $\frac{5}{2}$
53- 1	54- قوت نما	55- اساس	

☆ مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔

-1 مختصر کیجئے۔ $x^{\frac{1}{4}} \div x^{\frac{1}{2}}$

حل: $x^{\frac{1}{4}} \div x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}} \times x^{-\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}$

$= x^{\frac{4-2}{4}} = x^{\frac{2}{4}} = x^{1/2}$

-2 مختصر کیجئے۔ $\sqrt{x^{\frac{1}{4}} \div x^{\frac{2}{3}}}$

حل: $\sqrt{x^{\frac{1}{4}} \div x^{\frac{2}{3}}} = \sqrt{x^{\frac{1}{4}} \times x^{-\frac{2}{3}}} = \sqrt{x^{\frac{1}{4}-\frac{2}{3}}}$

$= \sqrt{x^{\frac{3-8}{12}}} = \sqrt{x^{\frac{11}{12}}}$

-3 $\sqrt[4]{81a^{28}}$ کو قوت نما کی شکل میں لکھیے۔

حل: $\sqrt[4]{81a^{28}} = \left(81a^{28}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(3^4 a^{28}\right)^{\frac{1}{4}}$

$= \left(3^4\right)^{\frac{1}{4}}\left(a^{28}\right)^{\frac{1}{4}} = 3a^7$

-4 مختصر کریں اور جواب جذر کی شکل میں دیجئے۔ $a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{3}{4}}$

حل: $a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{2}{3}} \times a^{-\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}}$

$= a^{\frac{6+8-9}{12}}$

$= \left(a^5\right)^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{a^5}$

-5 $\sqrt{3}$ میں جذر اور مجذور بتائیے۔

حل: 3 = مجذور ، $\sqrt{3}$ = جذر

-6 مختصر کریں اور جواب قوت نما کی شکل میں لکھیے۔ $\sqrt[4]{16x^2y^6}$

حل: $\sqrt[4]{16x^2y^6} = \left(16x^2y^6\right)^{\frac{1}{4}} = \left(2^4 x^2 y^6\right)^{\frac{1}{4}}$

$= \left(2^4\right)^{\frac{1}{4}}\left(x^2\right)^{\frac{1}{4}}\left(y^6\right)^{\frac{1}{4}} = 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}$

-7 مختصر کریں۔ $\sqrt{2} \div \sqrt[9]{32}$

حل: $\sqrt{2} \div \sqrt[9]{32} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[9]{32}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\left(2^5\right)^{\frac{1}{9}}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{5}{9}}}$

$$=\frac{1}{2^{\frac{5}{9}}\times 2^{-\frac{1}{2}}}=\frac{1}{2^{\frac{5}{9}-\frac{1}{2}}}=\frac{1}{2^{\frac{10-9}{18}}}=\frac{1}{2^{\frac{1}{18}}}$$

$$=\frac{1}{\left(2^{\frac{1}{9}}\right)^{\frac{1}{2}}}=\left(2^{\frac{1}{9}}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(2^{-\frac{1}{9}}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2^{-\frac{1}{9}}}$$

-8 مختصر کریں۔ $\sqrt{27}\div\sqrt{81}$

حل: $\sqrt{27}\div\sqrt{81}=\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{81}}=\sqrt{\frac{27}{81}}=\sqrt{\frac{1}{3}}$

$$=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

-9 مختصر کریں۔ $\left(x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{6}}\right)^6$

حل: $\left(x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{6}}\right)^6=\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^6\left(y^{\frac{1}{6}}\right)^6$

$$=x^{\frac{9}{2}}y=y\sqrt{x^9}$$

-10 مختصر کیجئے۔ $x^3\times y^4\times x^{-2}\times y^{-2}$

حل: $x^3\times y^4\times x^{-2}\times y^{-2}=x^{3-2}\times y^{4-2}=xy^2$

-11 مختصر کیجئے۔ $\frac{x^3\times x^5\times x^6}{x^2\times x^4\times x}$

حل: $\frac{x^3\times x^5\times x^6}{x^2\times x^4\times x}=\frac{x^{3+5+6}}{x^{2+4+1}}=\frac{x^{14}}{x^7}=x^{14-7}=x^7$

-12 حل کریں۔ $\left(x^4\right)^6$

حل: $\left(x^4\right)^6=x^{4\times 6}=x^{24}$

-13 درج ذیل میں اساس اور قوت نما لکھیے۔ $5x^{\frac{3}{2}}\times x^{\frac{1}{2}}$

حل: $5x^{\frac{3}{2}}\times x^{\frac{1}{2}}=5x^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}}=5x^{\frac{3+1}{2}}=5x^{\frac{4}{2}}=5x^2$

اساس $= x$ ، قوت نما $= 2$

-14 مختصر کریں۔ $\sqrt{a^{-2}b}\times 3\sqrt{ab^{-3}}$

حل: $\sqrt{a^{-2}b}\times 3\sqrt{ab^{-3}}=\left(a^{-2}b\right)^{\frac{1}{2}}\times 3\left(ab^{-3}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$= (a^{-2})^{\frac{1}{2}} \times (b)^{\frac{1}{2}} \times 3(a)^{\frac{1}{2}} \times (b^{-3})^{\frac{1}{2}}$$

$$= a^{-1} \times b^{\frac{1}{2}} \times 3a^{\frac{1}{2}} \times b^{-\frac{3}{2}}$$

$$= 3a^{-1+\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}$$

$$= 3a^{-\frac{1}{2}}b^{-1} = \frac{3}{a^{\frac{1}{2}}b}$$

-15 مختصر کریں۔ $\frac{(a^{-5})^3 \times (ab)^{15}}{a^{-1}b^2}$

حل: $\frac{(a^{-5})^3 \times (ab)^{15}}{a^{-1}b^2} = \frac{a^{-15} \times a^{15} \times b^{15}}{a^{-1} \times b^2} = a^{-15+15+1}b^{15-2} = ab^{13}$

-16 90.85 کو سائنسی ترقیم میں لکھیے۔

حل: $90.85 = \frac{9085}{100} = 9085 \times 10^{-2}$

$$= 9.085 \times 10^{+3} \times 10^{-2} = 9.085 \times 10^{+3-2} = 9.085 \times 10^1$$

-17 0.0000281 کو سائنسی ترقیم میں لکھیے۔

حل: $0.0000281 = \frac{281}{10000000} = 281 \times 10^{-7}$

$$= 2.81 \times 10^2 \times 10^{-7} = 2.81 \times 10^{2-7} = 2.81 \times 10^{-5}$$

-18 18.42×10^{-4} کو اعشاریہ کی شکل میں لکھیے۔

حل: $18.42 \times 10^{-4} = \frac{1842}{100} \times 10^{-4} = \frac{1842}{100 \times 10^4}$

$$= \frac{1842}{100 \times 10000} = \frac{1842}{1000000} = 0.001842$$

-19 636.5×10^{-6} کو اعشاریہ کی شکل میں لکھیے۔

حل: $636.5 \times 10^{-6} = \frac{6365}{10} \times 10^{-6} = \frac{6365}{10 \times 10^6}$

$$= \frac{6365}{10^{1+6}} = \frac{6365}{10^7} = \frac{6365}{10000000} = 0.0006365$$

-20 زمین کا رداس 6400 کلومیٹر ہے اسے میٹر میں تبدیل کیجئے اور جواب کو سائنسی ترقیم میں لکھیے۔

حل:

$6400 \text{ km} = 6400 \times 1000 \text{ m}$

$= 6400000 \text{ m}$

$= 64 \times 10^5 \text{ m}$

$= 6.4 \times 10^1 \times 10^5 \text{ m}$

$= 6.4\times10^6$ m

-21 سائنسی ترقیم سے کیا مراد ہے؟

جواب: یہ ایک طریقۂ تحریر ہے جس میں بہت بڑے اور بہت چھوٹے اعداد کو $a = b\times10^n$ کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

-22 $\log_5 25 = 2$ کو قوت نمائی شکل میں تبدیل کریں۔

حل:

$\log_5 25 = 2$

$\Rightarrow \quad 5^2 = 25$

-23 $\log_3(x+1)=2$ کو حل کیجئے۔

حل:

$\log_3(x+1)=2$

$\Rightarrow \quad x+1=3^2$

$x+1=9$

$x = 9-1=8$

-24 حل کیجئے۔ $\log(x+3)=2$

حل:

$\log(x+3) = 2$

$x+3 = 10^2$

$x+3 = 100$

$x = 100-3=97$

-25 خاصہ سے کیا مراد ہے؟

جواب: لوگارتھم کے صحیح عددی حصے کو خاصہ کہتے ہیں۔

-26 مینٹیسا کسے کہتے ہیں؟

جواب: لوگارتھم کے کسری حصے کو مینٹیسا کہتے ہیں۔

-27 2.1375 میں سے $\bar{4}.6342$ کو تفریق کیجئے۔

حل:

$2.1375-\bar{4}.6342 = 2.1375-\{-4+0.6342\}$

$= 2.1375+4-0.6342$

$= 6.1375-0.6342$

$= 5.5033$

-28 $\bar{3}.4103$ کو 6 سے ضرب دیجئے۔

حل:

$\bar{3}.4103\times6 = (-3+0.4103)\times6$

$= (-30)\times6+(0.4103\times6)$

$= -18+2.4618$

$= -16.4618$

$= -16+0.4618=\overline{16}.4618$

-29 $\bar{5}.1820$ کو 15 سے تقسیم کریں۔

حل:

$\bar{5}.1820\div15 = (-5+0.1820)\div15$

$= -4.91820\div15$

$= -0.3212$

$= -1 + (1 - 0.3212) = \bar{1}.678$

-30 لوگارتھم کے قوانین بیان کریں۔

حل:

(i) $\log_a mn = \log_a m + \log_a n$

(ii) $\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$

(iii) $\log_a m^n = n \log_a m$

-31 ثابت کیجئے۔ $3 \log 2 + \log 5 = \log 40$

حل:

$$
\begin{aligned}
\text{L.H.S} &= 3 \log 2 + \log 5 \\
&= \log 2^3 + \log 5 \\
&= \log 8 + \log 5 \\
&= \log (8 \times 5) \\
&= \log 40 = \text{R.H.S}
\end{aligned}
$$

-32 حل کیجئے۔ $\frac{\log 32}{\log 4}$

حل:

$$\frac{\log 32}{\log 4} = \frac{\log 2^5}{\log 2^2} = \frac{5 \log 2}{2 \log 2} = \frac{5}{2}$$

-33 حل کیجئے۔ $\frac{\log 27}{\log 9}$

حل:

$$\frac{\log 27}{\log 9} = \frac{\log 3^3}{\log 3^2} = \frac{3 \log 3}{2 \log 3} = \frac{3}{2}$$

-34 حل کیجئے۔ $\log 5 + \log 4 + \log 3 - \log 6$

حل:

$$
\begin{aligned}
& \log 5 + \log 4 + \log 3 - \log 6 \\
&= \log (5 \times 4 \times 3) - \log 6 \\
&= \log \frac{5 \times 4 \times 3}{6} \\
&= \log \frac{60}{6} \\
&= \log 10 = 1
\end{aligned}
$$

ARITHMETIC AND GEOMETRIC SEQUENCES

- اعداد کا سلسلہ
- اعداد کا جمعی سلسلہ
- اعداد کا ضربی سلسلہ
- ضربی وسط

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- اعداد کا سلسلہ اور اس کے ارکان کیا ہیں۔
- کہ اعداد کا سلسلہ ایک قاعدہ یا استقرائی تعریف کے تحت ہے۔
- اعداد کا سلسلہ اعداد کا جمعی سلسلہ کیا ہے۔
- کسی جمعی سلسلے کی n ویں رقم کیا ہے۔
- جمعی سلسلوں پر مبنی سوالات کیسے حل کرتے ہیں۔
- کہ دو اعداد کے درمیان جمع وسط کیسے معلوم کرسکتے ہیں۔
- دو اعداد کے درمیان n جمعی وسط کیسے معلوم کرسکتے ہیں۔
- کہ ضربی سلسلے کی پہچان کیا ہے۔
- کہ ہندسی سیکوینس کی nth یا نمائندہ رکن (General Term) کیسے معلوم کی جاتی ہے۔
- ضربی سلسلہ پر مبنی سوالات کیسے معلوم کرسکتے ہیں۔
- کہ دو اعداد کے درمیان ضربی وسط کیسے معلوم کیا جاسکتا ہے۔
- کہ دو اعداد کے درمیان n ضربی وسط کیسے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

حل مشق 7.1

1. درج ذیل کی پہلی تین رقوم (Terms) لکھیے۔

(i) $a_n = n+3$

حل: $a_n = n + 3$

اگر $n = 1$ ہو تو

$a_1 = 1 + 3 = 4$

اگر $n = 2$ ہو تو

$a_2 = 2 + 3 = 5$

اگر $n = 3$ ہو تو

$a_3 = 3 + 3 = 6$

پس پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں

$4, 5, 6$

پس پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں۔

$$\frac{2}{7}, \frac{1}{3}, \frac{4}{11}$$

(v) $a_n = \frac{1}{(2n-1)^2}$

حل: $a_n = \frac{1}{(2n-1)^2}$

اگر $n = 1$ ہو تو

$$a_1 = \frac{1}{[2(1)-1]^2} = \frac{1}{[2-1]^2} = \frac{1}{(1)^2} = \frac{1}{1} = 1$$

اگر $n = 2$ ہو تو

$$a_2 = \frac{1}{[2(2)-1]^2} = \frac{1}{[4-1]^2} = \frac{1}{(3)^2} = \frac{1}{9}$$

اگر $n = 3$ ہو تو

$$a_3 = \frac{1}{[2(3)-1]^2} = \frac{1}{[6-1]^2} = \frac{1}{(5)^2} = \frac{1}{25}$$

پس پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں۔

$$1, \frac{1}{9}, \frac{1}{25}$$

(vi) $a_n = n + 3 = 2$

حل: $a_n = n + 3 = 2$

اگر $n = 1$ ہو تو

$$a_1 = 1 + 3 = 4$$

اگر $n = 2$ ہو تو

$$a_2 = 2 + 3 = 5$$

اگر $n = 3$ ہو تو

$$a_3 = 3 + 3 = 6$$

پس پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں۔

4, 5, 6

(vii) $a_n = \frac{1}{3^n}$

حل: $a_n = \frac{1}{3^n}$

اگر $n = 1$ ہو تو

(ii) $a_n = (-1)^n n^3$

حل: $a_n = (-1)^n n^3$

اگر $n = 1$ ہو تو

$$a_1 = (-1)^1 (1)^3 = (-1)(1) = -1$$

اگر $n = 2$ ہو تو

$$a_2 = (-1)^2 (2)^3 = (1)(8) = 8$$

اگر $n = 3$ ہو تو

$$a_3 = (-1)^3 (3)^3$$
$$= (-1)(27) = -27$$

پس پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں:

$-1, 8, -27$

(iii) $a_n = 3n + 5$

حل: $a_n = 3n + 5$

اگر $n = 1$ ہو تو

$$a_1 = 3(1) + 5 = 3 + 5 = 8$$

اگر $n = 2$ ہو تو

$$a_2 = 3(2) + 5$$
$$= 6 + 5 = 11$$

اگر $n = 3$ ہو تو

$$a_3 = 3(3) + 5$$
$$= 9 + 5 = 14$$

پس پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں

8, 11, 14

(iv) $a_n = \frac{n+1}{2n+5}$

حل: $a_n = \frac{n+1}{2n+5}$

اگر $n = 1$ ہو تو

$$a_1 = \frac{1+1}{2(1)+5} = \frac{2}{2+5} = \frac{2}{7}$$

اگر $n = 2$ ہو تو

$$a_2 = \frac{2+1}{2(2)+5} = \frac{3}{4+5} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

اگر $n = 3$ ہو تو

$$a_3 = \frac{3+1}{2(3)+5} = \frac{4}{6+5} = \frac{4}{11}$$

2. درج ذیل سلسلوں کی نشاندہی کی گئی رقوم معلوم کیجیے۔

(i) $2,6,11,17,...,a_8$

حل:

$a_1 = 2$

$a_2 = 2+4 = 6$

$a_3 = 6+5 = 11$

$a_4 = 11+6 = 17$

$a_5 = 17+7 = 24$

$a_6 = 24+8 = 32$

$a_7 = 32+9 = 41$

$a_8 = 41+10 = 51$

(ii) $1,3,12,60,...,a_7$

حل:

$a_1 = 1$

$a_2 = 1\times3 = 3$

$a_3 = 3\times4 = 12$

$a_4 = 12\times5 = 60$

$a_5 = 60\times6 = 360$

$a_6 = 360\times7 = 2520$

$a_7 = 2520\times8 = 20160$

(iii) $1,\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{27},....,a_6$

حل:

$a_1 = 1$

$a_2 = 1\times\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$a_3 = \frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

$a_4 = \frac{1}{9}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

$a_5 = \frac{1}{27}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{81}$

$a_6 = \frac{1}{81}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{243}$

$a_1 = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3}$

اگر $n = 2$ ہو تو

$a_2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

اگر $n = 3$ ہو تو

$a_3 = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$

پس پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں۔

$\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{27}$

(viii) $a_n = 3n-5$

حل:

$a_n = 3n-5$

اگر $n = 1$ ہو تو

$a_1 = 3(1)-5 = 3-5 = -2$

اگر $n = 2$ ہو تو

$a_2 = 3(2)-5 = 6-5 = 1$

اگر $n = 3$ ہو تو

$a_3 = 3(3)-5 = 9-5 = 4$

پس پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں۔

$-2, 1, 4$

(ix) $a_n = (n+1)a_{n-1}, a_1 = 1$

حل:

$a_n = (n+1)a_{n-1}$

چونکہ $a_1 = 1$

اگر $n = 2$ ہو تو

$a_2 = (2+1)a_{2-1} = (3)a_1 = (3)(1) = 3$

اگر $n = 3$ ہو تو

$a_3 = (3+1)a_{3-1} = (4)a_2 = (4)(3) = 12$

پس پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں۔

$1,3,12$

$a_9 = -15 + 32 = 17$

3. مندرجہ ذیل سلسلوں میں اگلی چار رقوم لکھیے۔

(i) 12,16,21,27,...

حل:

$a_1 = 12$

$a_2 = 12 + 4 = 16$

$a_3 = 16 + 5 = 21$

$a_4 = 21 + 6 = 27$

$a_5 = 27 + 7 = 34$

$a_6 = 34 + 8 = 42$

$a_7 = 42 + 9 = 51$

$a_8 = 51 + 10 = 61$

پس اگلی چار رقوم ہیں۔

34, 42, 51, 61

(ii) 1,3,7,15,31,...

حل:

$a_1 = 1$

$a_2 = 1 + 2 = 3$

$a_3 = 3 + 4 = 7$

$a_4 = 7 + 8 = 15$

$a_5 = 15 + 16 = 31$

$a_6 = 31 + 32 = 63$

$a_7 = 63 + 64 = 127$

$a_8 = 127 + 128 = 255$

$a_9 = 255 + 256 = 511$

پس اگلی چار رقوم درج ذیل ہیں۔

63, 127, 255, 511

(iii) -1, 2, 12, 40, ...

$a_1 = -1 \times 1 = -1$

$a_2 = 1 \times 2 = 2$

$a_3 = 3 \times 4 = 12$

$a_4 = 5 \times 8 = 40$

$a_5 = 7 \times 16 = 112$

$a_6 = 9 \times 32 = 288$

$a_7 = 11 \times 64 = 704$

(iv) $-1,1,3,5,...,a_9$

حل:

$a_1 = -1$

$a_2 = -1 + 2 = 1$

$a_3 = 1 + 2 = 3$

$a_4 = 3 + 2 = 5$

$a_5 = 5 + 2 = 7$

$a_6 = 7 + 2 = 9$

$a_7 = 9 + 2 = 11$

$a_8 = 11 + 2 = 13$

$a_9 = 13 + 2 = 15$

(v) $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, ..., a_5$

حل: شمار کنندہ میں '1' اور مخرج میں '2' جمع کرنے سے اگلی رقم حاصل ہوگی۔

$a_1 = \frac{1}{3}$

$a_2 = \frac{1+1}{3+2} = \frac{2}{5}$

$a_3 = \frac{2+1}{5+2} = \frac{3}{7}$

$a_4 = \frac{3+1}{7+2} = \frac{4}{9}$

$a_5 = \frac{4+1}{9+2} = \frac{5}{11}$

(vi) $1, -3, 5, -7, ..., a_9$

$a_1 = 1$

$a_2 = 1 - 4 = -3$

$a_3 = -3 + 8 = 5$

$a_4 = 5 - 12 = -7$

$a_5 = -7 + 16 = 9$

$a_6 = 9 - 20 = -11$

$a_7 = -11 + 24 = 13$

$a_8 = 13 - 28 = -15$

$a_9 = 12 + 2 = 14$
$a_{10} = 14 + 2 = 16$
$a_{11} = 16 + 2 = 18$

پس، اگلی چار رقوم درج ذیل ہیں۔

12, 14, 16, 18

حل مشق 7.2

۲۔ مندرجہ ذیل میں مطلوبہ رقم معلوم کریں۔

(i) 3,7,11,...., 61 ویں رقم

حل: 3,7,11,..........................

$a = 3, \quad d = 7 - 3 = 4, \quad a_{61} = ?, n = 61$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{61} = 3 + (61-1)(4)$

$= 3 + (60)(4)$

$= 3 + 240 = 243$

(ii) $-4, -7, -10, \ldots, a_{19}$

حل: $-4, -7, -10, \ldots\ldots$

$a = -4, d = (-7) - (-4) = -7 + 4 = -3, a_{19} = ?, n = 19$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{19} = -4 + (19-1)(-3)$

$= -4 + (18)(-3)$

$= -4 - 54 = -58$

(iii) 6,4,2,.... 45ویں رقم

حل: 6,4,2,...............

$a = 6, d = 4 - 6 = -2, a_{45} = ?, n = 45$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{45} = 6 + (45-1)(-2)$

$= 6 + (44)(-2)$

$= 6 - 88 = -82$

(iv) $9, 14, 19, \ldots, a_{14}$

حل: 9, 14, 19, ...

$a = 9, d = 14 - 9 = 5, a_{14} = ?, n = 14$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_8 = 13 \times 128 = 1664$

پس، اگلی چار رقوم درج ذیل ہیں۔

112, 288, 704, 1664

(iv) 9,11,14,17,19,22,....

حل:

$a_1 = 9$
$a_2 = 9 + 2 = 11$
$a_3 = 11 + 3 = 14$
$a_4 = 14 + 3 = 17$
$a_5 = 17 + 2 = 19$
$a_6 = 19 + 3 = 22$
$a_7 = 22 + 3 = 25$
$a_8 = 25 + 2 = 27$
$a_9 = 27 + 3 = 30$
$a_{10} = 30 + 3 = 33$

پس، اگلی چار رقوم درج ذیل ہیں۔

25, 27, 30, 33

(v) 4,8,12,16,...

حل:

$a_1 = 4$
$a_2 = 4 + 4 = 8$
$a_3 = 8 + 4 = 12$
$a_4 = 12 + 4 = 16$
$a_5 = 16 + 4 = 20$
$a_6 = 20 + 4 = 24$
$a_7 = 24 + 4 = 28$
$a_8 = 28 + 4 = 32$

پس، اگلی چار رقوم درج ذیل ہیں۔

20, 24, 28, 32

(vi) -2,0,2,4,6,8,10,....

حل:

$a_1 = -2$
$a_2 = -2 + 2 = 0$
$a_3 = 0 + 2 = 2$
$a_4 = 2 + 2 = 4$
$a_5 = 4 + 2 = 6$
$a_6 = 6 + 2 = 8$
$a_7 = 8 + 2 = 10$
$a_8 = 10 + 2 = 12$

$d = \frac{56}{14}$

$d = 4$

(iv) $a = 16, a_n = 0, d = -\frac{1}{4}$

$a_n = a + (n-1)d$

$0 = 16 + (n-1)\left(-\frac{1}{4}\right)$

$0 = 16 - \frac{1}{4}n + \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}n = 16 + \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}n = \frac{65}{4}$

$n = \frac{65}{4} \times \frac{4}{1}$

$n = 65$

(v) $a = 10, a_n = 400, d = 5$

$a_n = a + (n-1)d$

$400 = 10 + (n-1)(5)$

$400 = 10 + 5n - 5$

$400 = 5 + 5n$

$400 - 5 = 5n$

$395 = 5n$

$n = \frac{395}{5}$

$n = 79$

(vi) $a_n = 261, d = 4, n = 18$

$a_n = a + (n-1)d$

$261 = a + (18-1)(4)$

$261 = a + (17)(4)$

$261 = a + 68$

$261 - 68 = a$

or $193 = a$

یا $a = 193$

3. جمعی سلسلہ کی 15ویں رقم معلوم کریں جبکہ تیسری رقم 8اور

$a_{14} = 9 + (14-1)(5)$

$= 9 + (13)(5)$

$= 9 + 65 = 74$

(v) 11, 6, 1, ..., a_{18}

حل: 11, 6, 1, ...

$a = 11, d = 6 - 11 = -5, a_{18} = ?, n = 18$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_8 = 11 + (18-1)(-5)$

$= 11 - 85 = -74$

2. جمعی سلسلہ کا کلیہ استعمال کرتے ہوئے نامعلوم عنصر (Element) معلوم کیجیے۔

$a_n = a + (n-1)d$

(i) $a = 2, a_n = 402, n = 26$

$a_n = a + (n-1)d$

$402 = 2 + (26-1)(d)$

$402 = 2 + 25d$

$402 - 2 = 25d$

$400 = 25d$

$d = \frac{400}{25}$

$d = 16$

(ii) $a_n = 81, d = -3, n = 18$

$a_n = a + (n-1)d$

$81 = a + (18-1)(-3)$

$81 = a + (17)(-3)$

$81 = a - 51$

$81 + 51 = a$

$132 = a$

یا $a = 132$

(iii) $a = 5, a_n = 61, n = 15$

$a_n = a + (n-1)d$

$61 = 5 + (15-1)d$

$61 = 5 + 14d$

$61 - 5 = 14d$

$56 = 14d$

$a = 5, d = 2 - 5 = -3, n = ?$

$a_n = a + (n-1)d$

$-118 = 5 + (n-1)(-3)$

$-118 = 5 - 3n + 3$

$-118 = 8 - 3n$

$-118 - 8 = -3n$

$n = \frac{-126}{-3}$

$n = 42$

6. جمعی سلسلہ کی کتنی رقم (Terms) ہیں کہ جس میں $a_1 = a = 11, a_n = 68, d = 3$ ہے۔

$n = ?, a_1 = 11, a_n = 68, d = 3$

$a_n = a + (n-1)d$

$68 = 11 + (n-1)(3)$

$68 = 11 + 3n - 3$

$68 = 8 + 3n$

$68 - 8 = 3n$

$60 = 3n$

$3n = 60$

$n = \frac{60}{3}$

$n = 20$

7. جمعی سلسلہ ...... $2-x, 3-2x, 4-3x,$ کی 11 ویں رقم معلوم کیجیے۔

$a_{11} = ?, n = 11$

$2-x, 3-2x, 4-3x, \ldots\ldots$

$a = 2-x, d = (3-2x)-(2-x) = 3-2x-2+x = 1-x$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{11} = (2-x) + (11-1)(1-x)$

$= (2-x) + (10)(1-x)$

$= 2 - x + 10 - 10x$

$= 12 - 11x$

8. جمعی سلسلہ کی n ویں رقم معلوم کیجیے جبکہ $a_{n-5} = 3n+9$

مشترک فرق $\frac{1}{3}$ (Common difference) ہے۔

حل: $a_{15} = ?, a_3 = 8, d = \frac{1}{3}, n = 15$

$a_3 = 8$

$a + (3-1)d = 8$

$a + 2d = 8$

$a + 2\left(\frac{1}{3}\right) = 8$

$a + \frac{2}{3} = 8$

$a = 8 - \frac{2}{3}$

$a = \frac{22}{3}$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{15} = \frac{22}{3} + (15-1)\left(\frac{1}{3}\right)$

$= \frac{22}{3} + \frac{14}{3} = \frac{36}{3} = 12$

4. جمعی سلسلہ ......6,2,-2 کی کونسی رقم 146- ہے؟

$a_n = -146$

$6, 2, -2, \ldots\ldots$

$a = 6, d = 2 - 6 = -4, n = ?$

$a_n = a + (n-1)d$

$-146 = 6 + (n-1)(-4)$

$-146 = 6 - 4n + 4$

$-146 = 10 - 4n$

$-146 - 10 = -4n$

$-156 = -4n$

$n = \frac{-156}{-4}$

$n = 39$

5. جمعی سلسلہ ......5,2,-1, کی کونسی رقم 118- ہے

$a_n = -118$

$5, 2, -1, \ldots\ldots$

$a_n = ?, a_{n-5} = 3n+9$

$a_{n-5} = 3n+9$

'n' کی جگہ 'n+5' تبدیل کرنے سے

$a_{n+5-5} = 3(n+5)+9$

$a_n = 3n+15+9$

$= 3n+24$

9. جمعی سلسلہ...... $\left(\frac{3}{4}\right)^2, \left(\frac{3}{7}\right)^2, \left(\frac{3}{10}\right)^2$ کی nویں رقم معلوم کیجیے۔

$a_n = ?$

nth ویں رقم درج ذیل ہے:

4, 7, 10, ...

$a = 4, d = 7-4 = 3$

$a_n = a + (n-1)d$

$= 4 + (n-1)(3)$

$= 4 + 3n - 3$

$= 3n + 1$

اب $a_n = \left(\frac{3}{3n+1}\right)^2$

10. اگر جمعی سلسلہ کی nویں رقم 3n-5 ہو تو جمعی سلسلہ معلوم کیجیے۔

$a_n = 3n-5$ اگر $n = 1$ ہو تو

$a_1 = 3(1)-5 = 3-5 = -2$

اگر $n = 2$ ہو تو

$a_2 = 3(2)-5 = 6-5 = 1$

اگر $n = 3$ ہو تو

$a_3 = 3(3)-5 = 9-5 = 4$

اگر $n = 4$ ہو تو

$a_4 = 3(4)-5 = 12-5 = 7$

اگر $n = 5$ ہو تو

$a_5 = 3(5)-5 = 15-5 = 10$

پس $-2, 1, 4, 7, 10, ...$

Arithmetic Mean جمعی وسط

کوئی عدد 'A' دو اعداد a اور b کے درمیان جمعی وسط (A.M) کہلاتا ہے اگر a, A, b ایک جمعی سلسلہ میں ہوں۔

$A - a = b - A$ (Common Difference) مشترک قدر

$A + A = a + b$

$2A = a + b$

$A = \frac{a+b}{2}$

7.3.2 دو اعداد کے درمیان n جمع وسط *"n" Arithmetic Means Between Two Numbers*

فرض کیا کہ دو اعداد a,b کے درمیان مطلوبہ "n" جمعی وسط $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$ اس طرح ہیں کہ $a, A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, b$ ایک جمعی سلسلہ ہے۔

یہاں $a_1 = a, a_{n+2} = b,$ کیونکہ اس جمعی سلسلہ میں رقوم کی تعداد n+2 ہے۔

کلیہ $a_n = a + (n-1)d$ کا استعمال کرتے ہوئے

$a_{n+2} = a + (n+2-1)d$

$$b = a + (n+1)d$$

$$b - a = (n+1)d$$

$$\frac{(b-a)}{n+1} = d \quad \text{یا} \quad \boxed{d = \frac{b-a}{n+1}}$$

$$A_1 = a + d = a + \frac{b-a}{n+1} = \frac{an+a+b-a}{n+1} = \frac{na+b}{n+1}$$

$$A_2 = a + 2d = a + 2\left(\frac{b-a}{n+1}\right) = \frac{na+a+2b-2a}{n+1} = \frac{na+a+2b}{n+1} = \frac{(n-1)a+2b}{n+1}$$

$$A_3 = a + nd = a + 3\left(\frac{b-a}{n+1}\right) = \frac{na+a+3b-3a}{n+1} = \frac{na-2a+3b}{n+1} = \frac{(n-2)a+3b}{n+1} \ldots\ldots$$

$$A_n = a + nd = a + n\left(\frac{b-a}{n+1}\right) = \frac{na+a+nb-na}{n+1} = \frac{a+nb}{n+1}$$

حل مشق 7.3 :

1. درج ذیل کے درمیان حسابی وسط معلوم کیجیے۔

(i) $-3, 7$

حل:

$a = -3, b = 7$

$$\text{A.M.} = \frac{a+b}{2} = \frac{-3+7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

(ii) $x - 1, x + 7$

حل:

$a = x-1, b = x+7$

$$A.M. = \frac{a+b}{2} = \frac{(x-1)+(x+7)}{2} = \frac{x-1+x+7}{2}$$

$$= \frac{2x+6}{2} = \frac{2(x+3)}{2} = x+3$$

(iii) $\sqrt{7}, 3\sqrt{7}$

حل:

$a = \sqrt{7}, b = 3\sqrt{7}$

$$A.M. = \frac{a+b}{2} = \frac{\sqrt{7}+3\sqrt{7}}{2} = \frac{4\sqrt{7}}{2} = 2\sqrt{7}$$

(iv) $x^2 + x + 1; x^2 - x + 1$

حل:

$a = x^2 + x + 1, b = x^2 - x + 1$

$$A.M = \frac{a+b}{2} = \frac{(x^2+x+1)+(x^2-x+1)}{2}$$

$$= \frac{x^2+x+1+x^2-x+1}{2} = \frac{2x^2+2}{2} = \frac{2(x^2+1)}{2} = x^2+1$$

.2 اگر a اور b کے درمیان 3,6 دو جمعی وسط ہیں تو a اور b معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ a, 3, 6, b ایک جمعی سلسلہ میں ہیں

لہٰذا ،

$d = a_3 - a_2$

$= 6 - 3 \quad = +3$

$b = a_4$

$a_4 = a_3 + d$ $\quad \because a_3 = 6, d = 3$

$= 6 + 3 \quad = 9$

$a = a_2 - d$ $\quad \because a_2 = 3, d = 3$

$= 3 - 3 \quad = 0$

لہٰذا ، $a = 0, b = 9$

.3 11 اور 19 کے درمیان تین جمعی وسط معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا 19 ,11 کے درمیان $A_1, A_2 A_3$ تین جمعی وسط ہیں۔

اس طرح $11, A_1, A_2, A_3, 19$ ایک جمعی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = 11, n = 5, a_5 = 19$

اس لیے $a_n = a + (n-1)d$

$a_5 = 11 + (5-1)d$

$a_5 = 11 + 4d$

$19 - 11 = 4d$

$8 = 4d$

یا $4d = 8$

$d = 2$

لہٰذا $A_1 = a + d = 11 + 2 = 13$

$A_2 = a + 2d = 11 + 2(2) = 11 + 4 = 15$

$A_3 = a + 3d = 11 + 3(2) = 11 + 6 = 17$

پس 19 ,11 کے درمیان 13,15,17 مطلوبہ تین جمعی وسط ہیں۔

.4 $6\sqrt{2}$ اور $\sqrt{2}$ کے درمیان تین جمعی وسط معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا $\sqrt{2}, 6\sqrt{2}$ کے درمیان A_1, A_2, A_3 تین جمعی وسط ہیں۔

اس طرح $\sqrt{2}, A_1, A_2, A_3, 6\sqrt{2}$ ایک جمعی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = \sqrt{2}, n = 5, a_5 = 6\sqrt{2}$

اس لیے $a_n = a + (n-1)d$

$a_5 = \sqrt{2} + (5-1)d$

$a_5 = \sqrt{2} + 4d$

$6\sqrt{2} = \sqrt{2} + 4d$

$6\sqrt{2}-\sqrt{2}=4d$

$5\sqrt{2}=4d$

یا $4d=5\sqrt{2}$

$d=\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$

لہٰذا $A_1=a+d=\sqrt{2}+\dfrac{5\sqrt{2}}{4}=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

$A_2=a+2d=\sqrt{2}+2\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{4}\right)$

$=\sqrt{2}+\dfrac{10\sqrt{2}}{4}=\dfrac{14\sqrt{2}}{4}=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$

$A_3=A+3d=\sqrt{2}+3\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{4}\right)$

$=\sqrt{2}+\dfrac{15\sqrt{2}}{4}=\dfrac{19\sqrt{2}}{4}$

پس $\sqrt{2}, 6\sqrt{2}$ کے درمیان $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}, \dfrac{7\sqrt{2}}{2}, \dfrac{19\sqrt{2}}{4}$ مطلوبہ تین جمعی وسط ہیں۔

.5 5 اور 8 کے درمیان چھ جمعی وسط معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا 5,8 کے درمیان $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ چھ جمعی وسط ہیں۔

اس طرح $5, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, 8$ ایک جمعی وسط ہے۔

یہاں $a=5, n=8, a_8=8$

اس لیے $a_n=a+(n-1)d$

$a_8=5+(8-1)d$

$a_8=5+7d$

$8=5+7d$

$8-5=7d$

$3=7d$

یا $d=\dfrac{3}{7}$

لہٰذا $A_1=a+d=5+\dfrac{3}{7}=\dfrac{38}{7}$

$A_2=a+2d=5+2\left(\dfrac{3}{7}\right)=5+\dfrac{6}{7}=\dfrac{41}{7}$

$$A_3 = a + 3d = 5 + 3\left(\frac{3}{7}\right) = 5 + \frac{9}{7} = \frac{44}{7}$$

$$A_4 = a + 4d = 5 + 4\left(\frac{3}{7}\right) = 5 + \frac{12}{7} = \frac{47}{7}$$

$$A_5 = a + 5d = 5 + 5\left(\frac{3}{7}\right) = 5 + \frac{15}{7} = \frac{50}{7}$$

$$A_6 = a + 6d = 5 + 6\left(\frac{3}{7}\right) = 5 + \frac{18}{7} = \frac{53}{7}$$

پس 5,8 کے درمیان $\frac{38}{7}, \frac{41}{7}, \frac{44}{7}, \frac{47}{7}, \frac{50}{7}, \frac{53}{7}$ مطلوبہ چھ جمی وسط ہیں۔

.6 8 اور 12 کے درمیان سات جمی وسط معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا 8,12 کے درمیان $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$ سات جمی سلسلہ ہیں۔

اس طرح $8, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, 12$ ایک جمی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = 8, n = 9, a_9 = 12$

اس لیے $a_n = a + (n-1)d$

$$12 = 8 + (9-1)d$$

$$12 = 8 + 8d$$

$$12 - 8 = 8d$$

$$4 = 8d$$

یا $8d = 4$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$A_1 = a + d = 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$$

$$A_2 = a + 2d = 8 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 8 + \frac{2}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$A_3 = a + 3d = 8 + 3\left(\frac{1}{2}\right) = 8 + \frac{3}{2} = \frac{19}{2}$$

$$A_4 = a + 4d = 8 + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 8 + \frac{4}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$A_5 = a + 5d = 8 + 5\left(\frac{1}{2}\right) = 8 + \frac{5}{2} = \frac{21}{2}$$

$$A_6 = a + 6d = 8 + 6\left(\frac{1}{2}\right) = 8 + \frac{6}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

$$A_7 = a + 7d = 8 + 7\left(\frac{1}{2}\right) = 8 + \frac{7}{2} = \frac{23}{2}$$

پس 8, 12 کے درمیان $\frac{17}{2}, \frac{18}{2}, \frac{19}{2}, \frac{20}{2}, \frac{21}{2}, \frac{22}{2}, \frac{23}{2}$ مطلوبہ سات جمعی وسط ہیں۔

7. اگر 5 اور b کے درمیان جمعی وسط 10 ہو تو b کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ جمعی وسط $= 10, a = 5, b = ?$

$$\text{جمعی وسط} = \frac{a+b}{2}$$

$$10 = \frac{5+b}{2}$$

$$20 = 5 + b$$

$$b = 20 - 5$$

$$b = 15$$

8. اگر a اور 10 کے درمیان جمعی وسط 40 ہو تو a کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: جمعی وسط $= 40, b = 10, a = ?$

$$\text{جمعی وسط} = \frac{a+b}{2}$$

$$40 = \frac{a+10}{2}$$

$$80 = a + 10$$

$$a + 10 = 80$$

$$a = 80 - 10$$

$$a = 70$$

9 اگر دو اعداد a اور b کے درمیان 5، 9 اور 13 تین جمعی وسط ہوں تو a اور b کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: $A_1 = 5, A_2 = 9, A_3 = 13, a = ?, b = ?$

اس طرح $a, 5, 9, 13, b$ ایک جمعی سلسلہ ہے۔

$$d = a_3 - a_2$$

$$= 9 - 5 = 4$$

$$b = a_5$$

$$= a_4 + d$$

$$= 13 + 4 = 17 \qquad \because a_3 = 13, d = 4$$

$$a = a_2 - d$$

$$= 5 - 4 = 1 \qquad \because a_2 = 5, d = 4$$

پس $a = 1, b = 17$

Geometric Sequence (progression) ضربی سلسلہ

ضربی سلسلہ Geometric Progression (مختصراً G.P) ، اعداد کی ایسی ترتیب ہے کہ جس میں ہر آنے والا عدد (رقم) پچھلی رقم کو ایک مقررہ مقدار (مشترکہ نسبت / ضارب Common Ratio) سے ضرب دے کر حاصل ہوتا ہے۔ مشترکہ نسبت کو 'r' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ جبکہ ترتیب میں ہر عدد، ضربی سلسلہ کی رقم (Term) کہلاتی ہے۔ 'r' کبھی بھی صفر نہیں ہوتا۔ پس 'r' کی قیمت:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = ... = \frac{a_n}{a_{n-1}} = ...$$

کسی بھی ضربی سلسلہ میں اگر پہلی رقم 'a' اور مشترکہ نسبت 'r' ہو تو دوسری رقم 'ar' ہوگی اور تیسری رقم 'ar^2' ہوگی۔ ہر رقم میں 'r' کا قوت نما اس رقم کے مقام سے ایک کم ہوتا ہے اس طرح 8 ویں رقم ar^7 ہوگی۔ جبکہ n ویں رقم ar^{n-1} ہوگی۔

پس ضربی سلسلہ کی نمائندہ رقم یوں ہوگی $a_n = ar^{n-1}$

حل مشق 7.4

.1 ضربی سلسلہ .... ,2,8,32 میں 7 ویں رقم لکھیے۔

حل:

2,8,32,...........

$a = 2, r = \frac{8}{2} = 4, a_7 = ?$

$a_7 = ar^6$

$= (2)(4)^6 = (2)(4096) = 8192$

.2 ضربی سلسلہ ...,2,6,18 کی 11 ویں رقم معلوم کیجیے۔

حل:

2,6,18,............

$a = 2, r = \frac{6}{2} = 3, a_{11} = ?$

$a_{11} = ar^{10}$

$= (2)(3)^{10} = (2)(59049) = 118098$

.3 ضربی سلسلہ ......,6-,3,$-\frac{3}{2}$ کی 6 ویں رقم معلوم کیجیے۔

حل:

$-\frac{3}{2}, 3, -6, ...$

$a = -\frac{3}{2}, r = \frac{3}{-3/2} = 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -2, a_6 = ?$

$a_6 = ar^5$

$$=\left(-\frac{3}{2}\right)(-2)^5=\left(-\frac{3}{2}\right)(-32)=48$$

.4 ضربی سلسلہ ...,4,-12,36 کی 5ویں رقم معلوم کیجیے۔

حل:

$4,-12,36,\ldots\ldots\ldots$

$a=4, r=\frac{-12}{4}=-3, a_5=?$

$a_5=ar^4$

$=(4)(-3)^4=(4)(81)=324$

.5 دیئے گئے ضربی سلسلہ کی a, a_n, n اور r میں سے نامعلوم کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $r=10, a_n=100, a=1$

حل: $r=10, a_n=100, a=1, n=?$

$a_n=ar^{n-1}$

$100=(1)(10)^{n-1}$

$10^2=10^{n-1}$

$\Rightarrow 2=n-1$

یا $n-1=2$

$n=2+1$

$n=3$

(ii) $a_n=400,\ r=2, a=25$

حل: $a_n=400, r=2, a=25, n=?$

$400=(25)(2)^{n-1}$

$\frac{400}{25}=2^{n-1}$

$16=2^{n-1}$

$2^4=2^{n-1}$

$\Rightarrow 4=n-1$

یا $n-1=4$

$n=4+1=5$

(iii) $a=128,\ r=\frac{1}{2}, a_n=\frac{1}{4}$

حل: $a=128, r=\frac{1}{2}, a_n=\frac{1}{4}, n=?$

$a_n=ar^{n-1}$

$\frac{1}{4}=(128)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\frac{1}{4\times128}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\frac{1}{512}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^9=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\Rightarrow 9 = n - 1$

یا $n - 1 = 9$

$n = 9 + 1 = 10$

.6 ایسے ضربی سلسلہ کی 11 ویں رقم معلوم کیجیے جس کی 5 ویں رقم کی قیمت 9 اور مشترک نسبت 2 ہے۔

حل: $a_5 = 9,\ r = 2,\ a_{11} = ?$

$ar^4 = Q_5$

$a(2)^4 = 9$

$a(16) = 9$

$a = \frac{9}{16}$

$a_{11} = ar^{10}$

$= \left(\frac{9}{16}\right)(2)^{10} = \left(\frac{9}{16}\right)(1024) = 576$

.7 ایسے ضربی سلسلہ کی 13 ویں رقم کیا ہوگی۔ جس میں 7 ویں رقم 25 اور مشترک نسبت 3 ہے۔

حل: $a_7 = 25,\quad r = 3,\ a_{13} = ?$

$ar^6 = Q_7$

$a(3)^6 = 25$

$a(729) = 25$

$a = \frac{25}{729}$

$a_{13} = ar^{12}$

$= \left(\frac{25}{729}\right)(3)^{12} = \left(\frac{25}{729}\right)(531441) = 18225$

.8 اگر a,b,c,d ایک ضربی سلسلہ میں ہوں تو ثابت کیجیے کہ a−b,b−c,c−d بھی ضربی سلسلہ میں ہیں۔

حل: چونکہ a,b,c,d ضربی سلسلہ میں ہیں۔

$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = k$

$\Rightarrow \frac{b}{a} = k, \frac{c}{b} = k, \frac{d}{c} = k$

$b = ak, c = bk, d = ck$

$c = (ak)k, d = (ak^2)k$

$c = ak^2, d = ak^3$

چونکہ $a-b, b-c, c-d$ ضربی سلسلہ میں ہیں۔

اس لیے

$$\frac{b-c}{a-b}=\frac{c-d}{b-c}$$

$$\frac{ak-ak^2}{a-ak}=\frac{ak^2-ak^3}{ak-ak^2}$$

$$\frac{k(a-ak)}{(a-ak)}=\frac{k(ak-ak^2)}{(ak-ak^2)}$$

$$k=k$$

پس ثابت ہوا کہ $a-b, b-c, c-d$ بھی ضربی سلسلہ میں ہیں۔

9. اگر $\frac{a_5}{a_3}=\frac{4}{9}$ اور $a_2=\frac{4}{9}$ ہو تو ضربی سلسلہ کی nویں رقم کیا ہوگی؟

حل:

$$\frac{a_5}{a_3}=\frac{4}{9} \quad \text{اور} \quad a_2=\frac{4}{9}$$

$$\frac{ar^4}{ar^2}=\frac{4}{9} \qquad ar=\frac{4}{9}$$

$$r^2=\frac{4}{9} \qquad a\left(\pm\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow r=\pm\frac{2}{3} \qquad a=\pm\frac{4}{9}\times\frac{3}{2}=\pm\frac{2}{3}$$

اگر $r=\frac{2}{3}, a=\frac{2}{3}$ ہو تو

$$a_n=ar^{n-1}=\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{1+n-1}=\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

اگر $r=-\frac{2}{3}, a=-\frac{2}{3}$ ہو تو

$$a_n=ar^{n-1}=\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\left(-\frac{2}{3}\right)^{1+n-1}=\left(-\frac{2}{3}\right)^n$$

$$a_n=(-1)^n\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

10. ضربی سلسلہ میں تین یکے بعد دیگرے اعداد معلوم کیجیے جن کا مجموعہ 26 اور حاصل ضرب 216 ہو۔

حل: فرض کیا تین یکے بعد دیگرے اعداد $\frac{a}{r}, a, ar$

پہلی شرط کے مطابق

$$\frac{a}{r}+a+ar=26$$

$$a\left(\frac{1}{r}+1+r\right)=26$$

$$\frac{a}{r}\left(1+r+r^2\right)=26$$

$$a\left(1+r+r^2\right)=26r \quad \text{.................(1)}$$

دوسری شرط کے مطابق

$$\left(\frac{a}{r}\right)(a)(ar)=216$$

$$a^3=216$$

$$a^3=6^3$$

$$\Rightarrow \quad a=6$$

'a' کی قیمت مساوات (1) میں درج کرنے سے

$$6\left(r^2+r+1\right)=26r$$

$$3\left(r^2+r+1\right)=13r$$

$$3r^2+3r+3=13r$$

$$3r^2-13r+3r+3=0$$

$$3r^2-10r+3=0$$

$$3r^2-9r-r+3=0$$

$$3r(r-3)-1(r-3)=0$$

$$(r-3)(3r-1)=0$$

$r-3=0$ یا $3r-1=0$

$r=3$ $\quad 3r=1$

$$r=\frac{1}{3}$$

اگر $a=6$ اور $r=3$ ہو تو

$$\frac{a}{r}=\frac{6}{3}=2$$

$$a=6$$

$$ar=(6)(3)=18$$

پس، تین یکے بعد دیگرے اعداد

2, 6, 18

اگر $a=6$ اور $r=\frac{1}{3}$ ہو تو

$$\frac{a}{r}=\frac{6}{1/3}=6\times\frac{3}{1}=18$$

$$a=6$$

$$ar=(6)\left(\frac{1}{3}\right)=2$$

پس، یکے بعد دیگرے اعداد

18, 6, 2

.11 $x,\ 1,\ \frac{1}{x},$ .... ضربی سلسلہ کی 30ویں رقم معلوم کیجیے۔

حل:

$$x,1,\frac{1}{x},..........$$

$$a=x, r=\frac{1}{x}, a_{30}=?$$

$$a_n=ar^{n-1}$$

$$a_{30}=ar^{29}=(x)\left(\frac{1}{x}\right)^{29}=(x)(x)^{-29}=x^{1-29}$$

$$=x^{-28}=\frac{1}{x^{28}}$$

.12 $x, x^3, x^5,$.... ضربی سلسلہ کی P ویں رقم معلوم کیجیے۔

حل:

$$x,x^3,x^5,..........$$

$$a=x, r=\frac{x^3}{x}=x^2, a_p=?$$

$$a_n=ar^{n-1}$$

$$a_p=(x)(x^2)^{p-1}=(x)(x)^{2p-2}=(x)^{1+2p-2}$$

$$=x^{2p-1}$$

ضربی وسط Geometric Mean (G.M):

دو اعداد 'a' اور 'b' کے درمیان 'G' ضربی وسط کہلاتا ہے اگر a,G,b ایک ضربی سلسلہ میں ہوں۔

یعنی

$$\frac{G}{a}=\frac{b}{G}$$

$$G^2=ab$$

$$G=\pm\sqrt{ab}$$

جبکہ a,b کے درمیان مثبت ضربی وسط $\sqrt{ab}$ ہے۔

دو اعداد کے درمیان 'n' ضربی وسط 'n' Geometric Means Between Two Numbers

فرض کیا دو اعداد 'a' اور 'b' کے درمیان $G_1, G_2, G_3, ..., G_n$ مطلوبہ n ضربی سلسلہ ہیں۔
اس طرح $a, G_1, G_2, G_3, ..., G_n, b$ ایک ضربی سلسلہ میں ہیں۔
اب اس ضربی سلسلہ میں رقوم کی تعداد $n + 2$ بنتی ہے۔
جس میں $a_{n+2} = b,\ a_1 = a$
تو $a_n = ar^{n-1}$ میں n کی قیمت n+2 رکھنے سے

$$a_{n+2} = ar^{n+2-1}$$
$$b = ar^{n+1}$$
$$r^{n+1} = \frac{b}{a}$$
$$r = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}}$$
$$G_1 = a \times r = a \times \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}}$$
$$G_2 = G_1 \times r = ar^2 = a\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{n+1}}$$
$$G^3 = G_2 \times r = ar^3 = a\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{3}{n+1}}$$
$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$
$$G_n = G_{n-1} \times r = ar^n = a \times \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{n}{n+1}}$$

حل مشق 7.5

.1 ضربی وسط معلوم کیجیے۔ (i) 9 اور 5 میں (ii) 4 اور 9 میں (iii) 2– اور 8– میں

(i) 9 اور 5 میں

حل: چونکہ $b = 9$ اور $a = 5$

ضربی وسط $= G = \pm\sqrt{ab}$
$$= \pm\sqrt{5 \times 9}$$
$$= \pm\sqrt{5 \times 3 \times 3}$$
$$= \pm 3\sqrt{5}$$

(ii) 4 اور 9 میں

حل: چونکہ $a = 4$ اور $b = 9$

$$\text{ضربی وسط} = G = \pm\sqrt{ab}$$
$$= \pm\sqrt{4\times 9}$$
$$= \pm\sqrt{36}$$
$$= \pm\sqrt{6\times 6}$$
$$= \pm 6$$

(iii) 2- اور 8- میں

حل: $a = -2$ اور $b = -8$

$$\text{ضربی معکوس} = G = \pm\sqrt{ab}.$$
$$= \pm\sqrt{(-2)\times(-8)}$$
$$= \pm\sqrt{16}$$
$$= \pm\sqrt{2\times 2\times 2\times 2}$$
$$= \pm 4$$

.2 دو ضربی وسط لکھیے۔ (i) 1 اور 8 کے درمیان (ii) 3 اور 81 کے درمیان

(i) 1 اور 8 کے درمیان

حل: فرض کیا 1 اور 8 کے درمیان G_1, G_2 دو مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $1, G_1, G_2, 8$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = 1, n = 4, a_4 = 8$

اس لیے
$$a_n = ar^{n-1}$$
$$a_4 = ar^3$$
$$8 = (1)r^3$$
$$r^3 = 8$$
$$r^3 = 2^3$$
$$\Rightarrow r = 2$$

پس، $G_1 = ar = (1)(2) = 2$

$$G_2 = ar^2 = (1)(2)^2 = (1)(4) = 4$$

(ii) 3 اور 81 کے درمیان

حل: فرض کیا 3 اور 81 کے درمیان G_1, G_2 دو مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $3, G_1, G_2, 81$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a_1 = 3, n = 4, a_4 = 81$

اس لیے $a_n = ar^{n-1}$

$a_4 = ar^3$

$81 = (3)(r)^3$

$81 = 3r^3$

$r^3 = \frac{81}{3}$

$r^3 = 27$

$r^3 = 3^3$

$\Rightarrow r = 3$

پس، $G_1 = ar = (3)(3) = 9$

$G_2 = ar^2 = (3)(3)^2 = (3)(9) = 27$

3. تین ضربی وسط لکھیے۔ (i) 1 اور 16 کے درمیان (ii) 2 اور 32 کے درمیان

(i) 1 اور 16 کے درمیان

حل: فرض کیا 1 اور 16 کے درمیان G_1, G_2, G_3 تین مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔
اس طرح $1, G_1, G_2, G_3, 16$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = 1, n = 5, a_5 = 16$

اس لیے $a_n = ar^{n-1}$

$a_5 = ar^4$

$16 = (1)r^4$

$r^4 = 16$

$r^4 = 2^4$

$\Rightarrow r = 2$

پس، $G_1 = ar = (1)(2) = 2$

$G_2 = ar^2 = (1)(2)^2 = (1)(4) = 4$

$G_3 = ar^3 = (1)(2)^3 = (1)(8) = 8$

(ii) 2 اور 32 کے درمیان

حل: فرض کیا 2 اور 32 کے درمیان G_1, G_2, G_3 تین مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔
اس طرح $2, G_1, G_2, G_3, 32$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = 2, n = 5, a_5 = 32$

اس لیے $a_n = ar^{n-1}$

$a_5 = ar^4$

$32 = (2)r^4$

$r^4 = \frac{32}{2}$

$r^4 = 16$

$r^4 = 2^4$

$\Rightarrow r = 2$

$G_1 = ar = 2(2) = 4$

پس، $G_2 = ar^2 = (2)(2)^2 = (2)(4) = 8$

$G_3 = ar^3 = (2)(2)^3 = (2)(8) = 16$

4. **3 اور 96 کے درمیان چار حقیقی ضربی وسط لکھیے۔**

حل: فرض کیا 3 اور 96 کے درمیان G_1, G_2, G_3, G_4 چار مطلوبہ حقیقی ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $3, G_1, G_2, G_3, G_4, 96$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = 3, n = 6, a_6 = 96$

$a_n = ar^{n-1}$

$a_6 = ar^5$

$96 = (3)r^5$

$r^5 = \frac{96}{3}$

$r^5 = 32$

$r^5 = 2^5$

$\Rightarrow r = 2$

پس، $G_1 = ar = (3)(2) = 6$

$G_2 = ar^2 = (3)(2)^2 = (3)(4) = 12$

$G_3 = ar^3 = (3)(2)^3 = (3)(8) = 24$

$G_4 = ar^4 = (3)(2)^4 = (3)(16) = 48$

5. **دو اعداد کا جمعی وسط 5 ہے جبکہ ان کا مثبت ضربی وسط 4 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے۔**

حل: فرض کیا دو اعداد a, b ہیں۔

جمعی وسط $= \frac{a+b}{2}$ اور ضربی وسط $= \sqrt{ab}$

$4 = \sqrt{ab}$, $5 = \frac{a+b}{2}$

$16 = ab$, $a + b = 10$ ____ (1)

'a' کی قیمت مساوات(1) میں درج کرنے سے $ab = 16$

$a = \frac{16}{b}$ ____ (2)

$\frac{16}{b} + b = 10$

$\frac{16 + b^2}{b} = 10$

$16 + b^2 = 10b$

$b^2 - 10b + 16 = 0$

$b(b-8) - 2(b-8) = 0$

$(b-8)(b-2) = 0$

$(b-8)(b-2) = 0$

$b - 8 = 0$ اور $b - 2 = 0$

$b = 8$, $b = 2$

$b = 2$ مساوات(2) میں درج کرنے سے

$a = \frac{16}{2} = 8$

پس، $a = 8, b = 2$

$b = 8$ مساوات(2) میں درج کرنے سے

$a = \frac{16}{8} = 2$

پس، $a = 2, b = 8$

6. **دو اعداد کا مثبت ضربی وسط 6 ہے اور ان کا جمعی وسط 10 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے۔**

حل: فرض کیا دو اعداد a,b ہیں:

ضربی وسط $= \sqrt{ab}$ اور جمعی وسط $= \frac{a+b}{2}$

$6 = \sqrt{ab}$, $10 = \frac{a+b}{2}$

$36 = ab$, $a + b = 20$ ____ (1)

'a' کی قیمت مساوات(1) میں درج کرنے سے

$a = \frac{36}{b}$ ____ (2)

$\frac{36}{b} + b = 20$

$$\frac{36+b^2}{b}=20$$

$$36+b^2=20b$$

$$b^2-20b+36=0$$

$$b(b-18)-2(b-18)=0$$

$$(b-2)(b-18)=0$$

$b-2=0$ اور $b-18=0$

$b=2$ $b=18$

$b=2$ مساوات (2) میں درج کرنے سے

$$a=\frac{36}{2}=18$$

پس، $a=18, b=2$

$b=18$ مساوات (2) میں درج کرنے سے

$$a=\frac{36}{18}=2$$

پس، $a=2, b=18$

.7 ثابت کیجیے کہ دو اعداد 4 اور 8 کا جمعی وسط ان کے ضربی وسط سے بڑا ہے۔

حل: فرض کیا $a=4, b=8$

جمعی وسط $=\frac{a+b}{2}=\frac{4+8}{2}=\frac{12}{2}=6$

ضربی وسط $=\sqrt{ab}=\sqrt{4\times 8}=\sqrt{32}$

$=\sqrt{2\times 2\times 2\times 2\times 2}=4\sqrt{2}$

پس، ضربی وسط < جمعی وسط

.8 160 اور 5 کے درمیان چار ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا 5 اور 160 کے درمیان G_1, G_2, G_3, G_4 چار مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔

اس لیے $5, G_1, G_2, G_3, G_4, 160$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a=5, n=6, a_6=160$

$$a_n=ar^{n-1}$$

$$a_6=ar^5$$

$$160=(5)r^5$$

$r^5 = \frac{160}{5}$

$r^5 = 32$

$r^5 = 2^5$

$\Rightarrow r = 2$

پس،

$G_1 = ar = (5)(2) = 10$

$G_2 = ar^2 = (5)(2)^2 = (5)(4) = 20$

$G_3 = ar^3 = (5)(2)^3 = (5)(8) = 40$

$G_4 = ar^4 = (5)(2)^4 = (5)(16) = 80$

.9 486اور 6 کے درمیان تین ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا 6 اور 486 کے درمیان G_1, G_2, G_3 تین مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $6, G_1, G_2, G_3, 486$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = 6, n = 5, a_5 = 486$

اس لیے

$a_n = ar^{n-1}$

$a_5 = ar^4$

$486 = (6)(r)^4$

$r^4 = \frac{486}{6}$

$r^4 = 81$

$r^4 = 3^4$

$\Rightarrow r = 3$

پس،

$G_1 = ar = (6)(3) = 18$

$G_2 = ar^2 = (6)(3)^2 = (6)(9) = 54$

$G_3 = ar^3 = (6)(3)^3 = (6)(27) = 162$

.10 $\frac{1}{8}$ اور 128 کے درمیان چار ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا $\frac{1}{8}$ اور 128 کے درمیان G_1, G_2, G_3, G_4 چار مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $\frac{1}{8}, G_1, G_2, G_3, G_4, 128$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = \frac{1}{8}, n = 6, a_6 = 128$

اس لیے $a_n = ar^{n-1}$

$a_6 = ar^5$

$128 = \left(\frac{1}{8}\right)r^5$

$r^5 = 1024$

$r^5 = 4^5$

$\Rightarrow r = 4$

پس، $G_1 = ar = \left(\frac{1}{8}\right)(4) = \frac{1}{2}$

$G_2 = ar^2 = \left(\frac{1}{8}\right)(4)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)(16) = 2$

$G_3 = ar^3 = \left(\frac{1}{8}\right)(4)^3 = \left(\frac{1}{8}\right)(64) = 8$

$G_4 = ar^4 = \left(\frac{1}{8}\right)(4)^4 = \left(\frac{1}{8}\right)(256) = 32$

11. $-\frac{7}{16}$ اور 56 کے درمیان چھ ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا $-\frac{7}{16}$ اور 56 کے درمیان $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6$ چھ ضربی وسطی ہیں۔

اس طرح $-\frac{7}{16}, G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, 56$

یہاں $a = -\frac{7}{16}, n = 8, a_8 = 56$

اس لیے $a_n = ar^{n-1}$

$a_8 = ar^7$

$56 = \left(-\frac{7}{16}\right)r^7$

$r^7 = -\frac{16}{7} \times 56$

$r^7 = -128 \Rightarrow r^7 = -2^7 \Rightarrow r = -2$

پس، $G_1 = ar = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2) = \frac{7}{8}$

$G_2 = ar^2 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^2 = \left(-\frac{7}{16}\right)(4) = -\frac{7}{4}$

$$G_3 = ar^3 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^3 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-8) = \frac{7}{2}$$

$$G_4 = ar^4 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^4 = \left(-\frac{7}{16}\right)(16) = -7$$

$$G_5 = ar^5 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^5 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-32) = 14$$

$$G_6 = ar^6 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^6 = \left(-\frac{7}{16}\right)(64) = -28$$

.12 $\frac{32}{81}$ اور $\frac{9}{2}$ کے درمیان پانچ ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا $\frac{32}{81}$ اور $\frac{9}{2}$ کے درمیان G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 پانچ ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $\frac{32}{81}, G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, \frac{9}{2}$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = \frac{32}{81}, n = 7, a_7 = \frac{9}{2}$

اس لیے

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_7 = ar^6$$

$$\frac{9}{2} = \left(\frac{32}{81}\right)r^6$$

$$r^6 = \frac{9}{2} \times \frac{81}{32}$$

$$r^6 = \frac{729}{64}$$

$$r^6 = \frac{3^6}{2^6}$$

$$r^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$\Rightarrow r = \frac{3}{2}$$

پس،

$$G_1 = ar = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{16}{27}$$

$$G_2 = ar^2 = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

$$G_3 = ar^3 = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}$$

$$G_4 = ar^4 = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^4 = 2$$

$$G_5 = ar^5 = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^5 = 3$$

جائزہ مشق 7

.1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے:

(i) $a_n = n+3$ کی تیسری رقم کیا ہے؟

(a) 3 (b) 6 (c) 9 (d) 0

(ii) $a_n = \frac{1}{(2n-1)^2}$ کی چوتھی رقم کیا ہے؟

(a) $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{1}{49}$ (c) $\frac{1}{81}$ (d) 0

(iii) ....2,6,11,17 میں a_5 کی قیمت کیا ہے؟

(a) 24 (b) 30 (c) 21 (d) 22

(iv) 12,16,21,27 میں اگلی رقم کیا ہے؟

(a) 34 (b) 30 (c) 31 (d) 32

(v) ....3,7,11 کی a_6 کیا ہے؟

(a) 3 (b) 19 (c) 23 (d) 20

(vi) $\sqrt{3}$ اور $3\sqrt{3}$ میں جمعی وسط کیا ہے؟

(a) $2\sqrt{3}$ (b) $5\sqrt{3}$ (c) $9\sqrt{3}$ (d) $4\sqrt{3}$

(vii) $6\sqrt{5}$ اور $2\sqrt{5}$ میں جمعی وسط کیا ہے؟

(a) $4\sqrt{5}$ (b) $3\sqrt{5}$ (c) $5\sqrt{5}$ (d) $7\sqrt{5}$

(viii) ....2,6,18 میں a_5 کی قیمت کیا ہے؟

(a) 160 (b) 161 (c) 162 (d) 30

(ix) 3- اور 12- کے درمیانی ضربی وسط کیا ہے؟

(a) ±6 (b) ±9 (c) ±36 (d) ±3

(x) 1 اور 8 کے درمیان ضربی وسط کیا ہے؟

(a) $2\sqrt{2}$ (b) $\pm 2\sqrt{2}$ (c) $-2\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2}$

جوابات: (i) b (ii) b (iii) a (iv) a (v) c

(vi) a (vii) a (viii) c (ix) a (x) b

.2 خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) کسی سلسلہ کی جنرل ٹرم یا nویں رقم کو ________ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

(ii) اگر $a_n = 2n+3$ ہو تو $a =$ ________

(iii) کسی A.P میں $a_n = a+(n-1)d$ کہلاتی ہے ....

(iv) 5 اور 15 کے درمیان .... = جمعی وسط

(v) اگر a, A, b ایک جمعی سلسلہ میں ہو تو .... = A

(vi) ایک ضربی سلسلہ میں "r" .... کہلاتا ہے۔

(vii) کسی ضربی سلسلہ میں .... = a_n

(viii) اگر a, G, b ایک ضربی سلسلہ میں ہوں تو .... = G

(ix) 3 اور 2 کا مثبت ضربی وسط .... ہے۔

(x) $a_{n-5} = 3n+9$ A.P کی nویں رقم کو .... ہے۔

جوابات: (i) a_r (ii) 5 (iii) n ویں رقم (iv) 10 (v) $\frac{a+b}{2}$

(vi) مشترکہ نسبت/ضارب (vii) ar^{n-1} (viii) $\pm\sqrt{ab}$ (ix) 4 (x) 3n+24

.3 اس جمعی سلسلہ کی nویں رقم 18ویں رقم معلوم کیجیے جس کی پہلی رقم 3 اور مشترکہ قدر 2 ہو۔

حل: $a = 3, d = 2, a_{18} = ?, a_n = ?$

$$a_n = a+(n-1)d$$
$$= 3+(n-1)(2)$$
$$= 3+2n-2$$
$$a_n = 2n+1$$
$$a_{18} = 2(18)+1$$
$$= 36+1 = 37$$

.4 جمعی سلسلہ .... $\left(\frac{3}{5}\right)^3, \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \left(\frac{3}{9}\right)^3$ کی nویں رقم معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا سلسلہ

$$5, 7, 9, \ldots\ldots$$
$$a = 5, d = 7-5 = 2$$
$$a_n = a+(n-1)d$$
$$= 5+(n-1)(2)$$
$$= 5+2n-2$$
$$= 2n+3$$

پس، $a_n = \left(\frac{3}{2n-3}\right)^3$

.5 اگر a اور 16 کا جمعی وسط 24 ہو تو 'a' کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: جمعی وسط $= 24, b = 16, a = ?$

$$\text{جمعی وسط} = \frac{a+b}{2}$$

$$24 = \frac{a+16}{2}$$

$$a + 16 = 48$$

$$a = 48 - 16$$

$$= 32$$

.6 ایسی 15 ویں رقم کا ضربی سلسلہ معلوم کیجیے جس کی 7 ویں رقم 27 اور مشترک نسبت 3 ہے۔

حل: $a_7 = 27, r = 3, a_{15} = ?$

$$ar^6 = 27$$

$$a(3)^6 = 27$$

$$a(729) = 27$$

$$a = \frac{27}{729} = \frac{1}{27}$$

$$a_{15} = ar^{14}$$

$$= \left(\frac{1}{27}\right)(3)^{14}$$

$$= \left(\frac{1}{3^3}\right)(3^{14}) = (3)^{14-3} = (3)^{11}$$

.7 $\frac{1}{2}$ اور 16 کے درمیان چار ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا $\frac{1}{2}$ اور 16 کے درمیان G_1, G_2, G_3, G_4 چار ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $\frac{1}{2}, G_1, G_2, G_3, G_4, 16$

یہاں $a = \frac{1}{2}, n = 6, a_6 = 16$

اس لیے $a_n = ar^{n-1}$

$$a_6 = ar^5$$

$16 = \left(\frac{1}{2}\right)r^5$

$32 = r^5$

$r^5 = 2^5$

$\Rightarrow r = 2$

پس،

$G_1 = ar = \left(\frac{1}{2}\right)(2) = 1$

$G_2 = ar^2 = \left(\frac{1}{2}\right)(2)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)(4) = 2$

$G_3 = ar^3 = \left(\frac{1}{2}\right)(2)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)(8) = 4$

$G_4 = ar^4 = \left(\frac{1}{2}\right)(2)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)(16) = 8$

.8 ضربی سلسلہ کی تین ایسی متواتر رقوم لکھیے جن کا مجموعہ 26 اور حاصل ضرب 216 ہو۔

حل: فرض کیا تین مسلسل اعداد = $\frac{a}{r}, a, ar$

پہلی شرط کے مطابق

$\frac{a}{r} + a + ar = 26$

$a\left(\frac{1}{r} + 1 + r\right) = 26$

$a\left(\frac{1 + r + r^2}{r}\right) = 26$

$a\left(1 + r + r^2\right) = 26r \quad \text{______} (1)$

دوسری شرط کے مطابق

$\left(\frac{a}{r}\right)(a)(ar) = 216$

$a^3 = 216$

$a^3 = 6^3$

$\Rightarrow a = 6$

'a' کی قیمت مساوات (1) میں درج کرنے سے

$6\left(1 + r + r^2\right) = 26r$

$3\left(r^2 + r + 1\right) = 13r$

$3r^2 + 3r + 3 - 13r = 0$

$$3r^2 - 10r + 3 = 0$$
$$3r^2 - 9r - r + 3 = 0$$
$$3r(r-3) - 1(r-3) = 0$$
$$r - 3 = 0 \quad \text{اور} \quad 3r - 1 = 0$$
$$r = 3 \quad\quad 3r = 1$$
$$r = \frac{1}{3}$$

اگر $a = 6$ اور $r = \frac{1}{3}$ ہو تو

$$\frac{a}{r} = \frac{6}{1/3} = 6 \times \frac{3}{1} = 18$$
$$a = 6$$
$$ar = (6)\left(\frac{1}{3}\right) = 2$$

پس، تین متواتر رقوم 18, 6, 2 ہیں۔

اگر $a = 6$ اور $r = 3$ ہو تو

$$\frac{a}{r} = \frac{6}{3} = 2$$
$$a = 6$$
$$ar = \frac{6}{1/3} = 6 \times \frac{3}{1} = 18$$

پس، تین متواتر رقوم 2, 6, 18 ہیں۔

خلاصہ

☆ اعداد کی ایسی ترتیب جس میں ہر اگلی رقم خاص قاعدہ کے اطلاق سے حاصل کی گئی ہو اور یہ قاعدہ اس رقم کے مقام کا تعین بھی کرتا ہو۔ یعنی کہ اس ترتیب کے تمام اراکین سلسلہ وار مخصوص ترتیب میں ہوں۔ اعداد کی ایسی ترتیب کو سلسلہ (Sequence) کہتے ہیں۔

☆ ایسا سلسلہ جس میں ہر اگلی رقم، پچھلی رقم میں ایک مقررہ عدد (مشترکہ تم) جمع کر کے حاصل کی گئی ہو۔ جمعی سلسلہ Arithematic Sequence کہلاتی ہے۔

☆ کوئی عدد 'A' دو اعداد 'a'، 'b' کے درمیان جمعی وسط کہلاتا ہے اگر a,A,b ایک جمعی سلسلہ میں ہوں۔

☆ ایک سلسلہ جس میں ہر اگلی رقم، پچھلی رقم کو ایک مشترکہ نسبت سے ضرب دے کر حاصل کی ہو۔ ضربی سلسلہ کہلاتی ہے۔

☆ "G" دو اعداد 'a' اور 'b' کے درمیان ضربی وسط کہلاتا ہے اگر a,G,b ایک ضربی سلسلہ میں ہوں۔

معروضی سوالات

☆ درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔

-1 کسی بھی سلسلہ کو ظاہر کرنے کے لیے علامت استعمال ہوتی ہے۔

(a) an (b) a_n (c) a_{n-1} (d) a^n

-2 اگر $a_n = 2n+3$ ہو تو a_4 کی قیمت ہوگی۔

(a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12

-3 اگر $a_n = 2n+3$ ہو تو a_7 کی قیمت ہوگی۔

(a) 13 (b) 15 (c) 16 (d) 17

-4 اگر $a_n = (-1)^{n+1}(n+3)$ ہو تو a_4 کی قیمت ہوگی۔

(a) –3 (b) –5 (c) –7 (d) –9

-5 اگر $a_n = n+3$ ہو تو پہلی تین رقوم ہوگی۔

(a) 4,5,6 (b) 3,4,5 (c) 5,6,7 (d) 2,3,4

-6 $2,6,11,17,$ .... میں a_6 ہوگی۔

(a) 30 (b) 32 (c) 34 (d) 36

-7 $1,\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{27},$ .... میں a_5 ہوگی۔

(a) $\frac{1}{61}$ (b) $\frac{1}{71}$ (c) $\frac{1}{81}$ (d) $\frac{1}{91}$

-8 جمعی سلسلہ کا مخفف ہوتا ہے۔

(a) A. P (b) G. P (c) H. P (d) P. A

-9 کسی جمعی سلسلہ میں پہلی رقم کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) سے 'd' (b) سے 'a+d' (c) سے 'b' (d) سے 'a'

-10 کسی جمعی سلسلہ میں قدر مشترک کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) سے 'a' (b) سے 'a_1' (c) سے 'd' (d) سے 'a_n'

-11 کسی جمعی سلسلہ میں دوسری رقم حاصل ہوتی ہے۔

(a) سے 'a – d' (b) سے 'a + d' (c) سے '2ad' (d) سے 'a + 3d'

-12 a+9d کونسی رقم ہے۔

(a) a_8 (b) a_9 (c) a_{10} (d) a_{11}

-13 a + (n – 1) d کے برابر ہے۔

(a) an (b) a_{n-1} (c) a_{n+1} (d) a_n

-14 جمعی وسط کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) H.M سے (b) M.A سے (c) A.M سے (d) G.M سے

-15 $\frac{a+b}{2}$ برابر ہوتا ہے۔

(a) H کے (b) A کے (c) G کے (d) B کے

-16 8 اور 4 کے درمیان جمعی وسط ہوگا۔

(a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

-17 $2\sqrt{5}+6\sqrt{5}$ کے درمیان جمعی وسط ہوگا۔

(a) $\sqrt{5}$ (b) $2\sqrt{5}$ (c) $3\sqrt{5}$ (d) $4\sqrt{5}$

-18 a + 4d برابر ہے۔

(a) A_2 کے (b) A_3 کے (c) A_4 کے (d) A_5 کے

-19 a + 11d برابر ہے۔

(a) A_8 کے (b) A_9 کے (c) A_{10} کے (d) A_{11} کے

-20 ضربی سلسلہ کو مختصراً ظاہر کرتے ہیں۔

(a) H.P سے (b) G.P سے (c) B.P سے (d) A.P سے

-21 مشترک نسبت / اضارب کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) r سے (b) d سے (c) c سے (d) b سے

-22 کسی ضربی سلسلہ کی پہلی رقم کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) ar سے (b) a+1 سے (c) d سے (d) a سے

-23 کسی ضربی سلسلہ کی دوسری رقم کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) a سے (b) ar سے (c) ar^2 سے (d) ar^3 سے

-24 ضربی سلسلہ کی n ویں رقم a_n ہوتی ہے۔

(a) ar^n (b) ar^{n-2} (c) ar^{n-1} (d) ar^{n-1}

-25 ضربی سلسلہ ....2,8,32, میں 7 ویں رقم ہوگی۔

(a) 8188 (b) 8190 (c) 8192 (d) 8194

-26 ضربی سلسلہ ...., $-\frac{3}{2}, 3, -6$ کی 6 ویں رقم ہوگی۔

(a) 42 (b) 44 (c) 46 (d) 48

-27 ضربی وسط کو مختصراً ظاہر کرتے ہیں۔

(a) G سے (b) A سے (c) H سے (d) M سے

-28 3 اور 27 کے درمیان ضربی وسط ہوتا ہے۔

(a) $+2$ (b) ± 27 (c) ± 3 (d) ± 9

-29 $2x^2$ اور $8y^4$ کے درمیان ضربی وسط ہوتا ہے۔

(a) $\pm 4xy$ (b) $\pm 4xy^2$ (c) $\pm 4x^2y$ (d) $\pm 4x^2y^2$

-30 کسی سلسلہ کی جنرل ٹرم یا nویں رقم کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) an (b) a^n (c) a_n (d) a_{n-1}

-31 کسی A.P میں $a_n = a+(n-1)d$ کہلاتی ہے۔

(a) n ویں رقم (b) (n−1) ویں رقم (c) (n+1) ویں رقم (d) 18 ویں رقم

-32 5 اور 15 کے درمیان جمعی وسط ہوگا۔

(a) 8 (b) 10 (c) 12 (d) 14

-33 کسی ضربی سلسلہ میں a_n کی قیمت ہوتی ہے۔

(a) ar^{n+1} (b) arn (c) ar^n (d) ar^{n-1}

-34 A.P $a_{n-5} = 3n+9$ کی nویں رقم ہوگی۔

(a) 3n+20 (b) 3n+24 (c) 3n+18 (d) 3n+26

-35 8 اور 2 کا مثبت ضربی وسط ہے۔

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 8

جوابات:

-1 a_n	-2 11	-3 17	-4 −7
-5 4,5,6	-6 32	-7 $\frac{1}{81}$	-8 A.P
-9 'a' ہے	-10 'd' ہے	-11 a + d	-12 a_{10}
-13 a_n	-14 A.M ہے	-15 A کے	-16 6
-17 $4\sqrt{5}$	-18 A_4 کے	-19 A_{11} کے	-20 G.P ہے
-21 r ہے	-22 a ہے	-23 ar ہے	-24 ar^{n-1}
-25 8192	-26 48	-27 G ہے	-28 ± 9
-29 $\pm 4xy^2$	-30 a_n	-31 nویں رقم	-32 10
-33 ar^{n-1}	-34 3n+24	-35 4	

☆ مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔

-1 سیکوئنس یا پروگریشن سے کیا مراد ہے؟

جواب: ایک عددی سلسلہ، مخصوص قاعدہ کے مطابق لکھے گئے اعداد کی ترتیب ہوتی ہے۔ عددی سلسلے کو انگریزی میں سیکوئنس یا پروگریشن

کہتے ہیں۔

-2 محدود سلسلہ کسے کہتے ہیں؟

جواب: اگر کسی سلسلہ میں آخری رقم موجود ہو تو یہ محدود سلسلہ کہلاتا ہے۔

-3 لامحدود سلسلہ کونسا ہوتا ہے؟

جواب: اگر کسی سلسلہ میں آخری رقم موجود نہ ہو تو یہ لامحدود سلسلہ کہلاتا ہے۔

-4 $a_n = (-1)^n n^3$ کی پہلی تین رقوم معلوم کریں۔

حل:

$a_n = (-1)^n n^3$

اگر $n=1$ ہو تو

$a_1 = (-1)^1 (1)^3 = (-1)(1) = -1$

اگر $n=2$ ہو تو

$a_2 = (-1)^2 (2)^3 = (+1)(8) = 8$

اگر $n=3$ ہو تو

$a_3 = (-1)^3 (3)^3 = (-1)(27) = -27$

پس، پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں۔

$-1, 8, -27$

-5 $a_n = \frac{n+1}{2n+5}$ کی پہلی تین رقوم معلوم کریں

حل:

$a_n = \frac{n+1}{2n+5}$

اگر $n=1$ ہو تو

$a_1 = \frac{1+1}{2(1)+5} = \frac{2}{2+5} = \frac{2}{7}$

اگر $n=2$ ہو تو

$a_2 = \frac{2+1}{2(2)+5} = \frac{3}{4+5} = \frac{3}{9}$

اگر $n=3$ ہو تو

$a_3 = \frac{3+1}{2(3)+5} = \frac{4}{6+5} = \frac{4}{11}$

پس، پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں۔

$\frac{2}{7}, \frac{3}{9}, \frac{4}{11}$

6- اگر $a_n = \frac{1}{3^n}$ ہو تو a_1 ، a_2 اور a_3 معلوم کریں۔

حل:

$$a_n = \frac{1}{3^n}$$

اگر n=1 ہو تو

$$a_1 = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3}$$

اگر n=2 ہو تو

$$a_2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

اگر n=3 ہو تو

$$a_3 = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

پس، پہلی تین رقوم درج ذیل ہیں۔

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}$$

7- دیے گئے سلسلے میں a_7 معلوم کریں جبکہ 1,3,12,60,..................

حل:

$a_1 = 1$

$a_2 = 1 \times 3 = 3$

$a_3 = 3 \times 4 = 12$

$a_4 = 12 \times 5 = 60$

$a_5 = 60 \times 6 = 360$

$a_6 = 360 \times 7 = 2520$

$a_7 = 2520 \times 8 = 20,160$

8- سلسلہ $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, ...$ میں a_5 معلوم کریں۔

حل:

$a_1 = \frac{1}{3}$

شمار کنندہ میں '1' اور مخرج میں '2' جمع کرنے سے اگلی رقوم حاصل ہوں گی۔

$a_2 = \frac{1+1}{3+2} = \frac{2}{5}$, $a_3 = \frac{2+1}{5+2} = \frac{3}{7}$

$$a_4 = \frac{3+1}{7+2} = \frac{4}{9} \quad , \quad a_5 = \frac{4+1}{9+2} = \frac{5}{11}$$

9- جمعی سلسلہ کسے کہتے ہیں؟

جواب: جمعی سلسلہ (مخفف A . P) اعداد کی ایسی ترتیب ہوتی ہے جس میں پچھلی رقم سے اگلی رقم ایک قدر مشترک 'd'(common Difference) جمع کرکے حاصل کی جاتی ہے۔

10- اس A.P میں nویں رقم اور 14ویں رقم معلوم کیجئے جس کی پہلی رقم 2 اور مشترک قدر 5 ہے۔

حل:

چونکہ
$a_1 = a = 2, \; d = 5$

ہم جانتے ہیں کہ
$a_n = a + (n-1)d = 2 + (n-1).(5)$
$= 2 + 5n - 5 = 5n - 3$
$a_{14} = 5(14) - 3 = 70 - 3 = 67$

11- اگر کسی جمعی سلسلہ کی 5ویں رقم 16 اور 20ویں رقم 46 ہو تو اس کی 15ویں رقم کیا ہوگی؟

حل:

چونکہ
$a_5 = 16$ اور $a_{20} = 46$

$a + 4d = 16 \text{..........(i)} \quad a + 19d = 46 \text{..........(ii)}$

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے سے

$(a + 19d) - (a + 4d) = 46 - 16$
$a + 19d - a - 4d = 30$
$15d = 30$
$d = 2$

$d = 2$ مساوات (i) میں درج کرنے سے

$a + 4(2) = 16$
$a + 8 = 16$
$a = 16 - 8 = 8$

اب

$a_{15} = a + 14d$
$= 8 + 14(2)$
$= 8 + 28 = 36$

12- جمعی سلسلہ میں رقوم کی تعداد معلوم کریں۔

حل:

جبکہ
$a = 3, d = 4, a_n = 59$

ہم جانتے ہیں کہ
$a_n = a + (n-1)d$
$59 = 3 + (n-1)(4)$
$59 = 3 + 4n - 4$

$59 + 1 = 4n$

یا $4n = 60$

$n = 15$

13- اگر $a_{n-3} = 2n - 12$ ہو تو a_n معلوم کریں۔

حل:

$a_{n-3} = 2n - 1$

n کی جگہ (n+3) رکھنے سے

$a_{n+3-3} = 2(n+3) - 12$

$a_n = 2n + 6 - 12$

$= 2n - 6$

14- درج ذیل سلسلہ میں مطلوبہ رقم معلوم کریں۔ 61ویں رقم ,3,7,11............

حل:

$a = 3, d = 7 - 3 = 4, a_{61} = ?, n = 61$

ہم جانتے ہیں کہ

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{61} = 3 + (61-1)(4)$

$= 3 + (60)(4)$

$= 3 + 240$

$= 243$

15- درج ذیل سلسلہ میں مطلوبہ رقم معلوم کریں۔ $11,6,1,\ldots\ldots\ldots, a_{18}$

حل:

$a = 11, d = 6 - 11 = -5, a_{18} = ?, n = 18$

ہم جانتے ہیں کہ

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{18} = 11 + (18-1)(-5)$

$= 11 + (17)(-5) = 11 - 85 = -74$

16- نامعلوم عنصر معلوم کیجئے۔ $a = 2, a_n = 402, n = 26, d = ?$

حل:

$a = 2, a_n = 402, n = 26, d = ?$

$a_n = a + (n-1)d$

$402 = 2 + (26-1)d$

$402 = 2 + 25d$

$402 - 2 = 25d$

$400 = 25d$

یا $d = \frac{400}{25} = 16$

17- نامعلوم عنصر معلوم کریں۔ $a_n = 261, d = 4, n = 18, a = ?$

حل:

ہم جانتے ہیں کہ

$$a_n = a + (n-1)\,d$$
$$261 = a + (18-1)(4)$$
$$261 = a + (17)(4)$$
$$261 = a + 68$$
$$261 - 68 = a$$
$$a = 193$$

18- جمعی سلسلہ کی 15ویں رقم معلوم کریں جبکہ تیسری رقم 8 اور مشترک فرق $\frac{1}{3}$ ہے۔

حل:

$$a_{15} = ?,\ a_3 = 8,\ n = 15, d = \frac{1}{3}$$

$$a_3 = 8$$
$$a + 2d = 8$$
$$a + 2\left(\frac{1}{3}\right) = 8$$
$$a + \left(\frac{2}{3}\right) = 8$$
$$a = 8 - \frac{2}{3} = \frac{22}{3}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$a_{15} = a + 14d$$
$$= \frac{22}{3} + 14\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{22}{3} + \frac{14}{3}$$
$$= \frac{36}{3} = 12$$

19- جمعی سلسلہ ......,6,2,-2 کی کونسی رقم 146- ہے۔

حل:

$6,2,-2,\ldots\ldots$

$$a = 6,\ d = 2 - 6 = -4,\ a_n = -146,\ n = ?$$

ہم جانتے ہیں کہ $a_n = a + (n-1)\,d$

$$-146 = 6 + (n-1)(-4)$$
$$-146 = 6 - 4n + 4$$
$$-146 = 10 - 4n$$
$$-146 - 10 = -4n$$
$$-156 = -4n$$
$$4n = 156$$
$$n = 39$$

-20 جمعی سلسلہ $2-x, 3-2x, 4-3x, \ldots\ldots$ کی 11ویں رقم معلوم کریں۔

حل: $2-x, 3-2x, 4-3x, \ldots\ldots$

$$a = 2-x,\ d = (3-2x)-(2-x) = 3-2x-2+x = 1-x$$

ہم جانتے ہیں کہ $a_n = a + (n-1)d$

$$a_{11} = a + 10d$$
$$= (2-x) + 10(1-x)$$
$$= 2-x+10-10x$$
$$= 12-11x$$

-21 اگر a اور b کے درمیان 8 اور 12 دو جمعی وسط ہوں تو a اور b معلوم کریں۔

جواب: چونکہ a,8,12,b ایک جمعی سلسلہ ہے۔

لہذا
$$d = a_3 - a_2$$
$$= 12 - 8 = 4$$
$$b = a_3 + d$$
$$= 12 + 4 = 16$$
$$a = a_2 - d$$
$$= 8 - 4 = 4$$

پس، $a = 4,\ b = 16$

-22 اگر 5 اور b کے درمیان جمعی وسط 10 ہو تو b کی قیمت معلوم کریں۔

حل:

$$\text{جمعی وسط} = \frac{a+b}{2}$$
$$10 = \frac{5+b}{2}$$
$$20 = 5 + b$$

یا $b+5=20$

$b=20-5$

$b=15$

-23 اگر a اور 10 کے درمیان جمعی وسط 40 ہو تو a کی قیمت معلوم کریں۔

حل:

$$\text{جمعی وسط} = \frac{a+b}{2}$$

$$40 = \frac{a+10}{2}$$

$$a+10 = 80$$

$$a = 80-10$$

$$a = 70$$

-24 ضربی سلسلہ سے کیا مراد ہے؟

جواب: ضربی سلسلہ، اعداد کی ایسی ترتیب ہے کہ جس میں ہر آنے والا عدد (رقم) پچھلی رقم کو ایک مقررہ مقدار (مشترکہ نسبت) سے ضرب دے کر حاصل ہوتا ہے۔

-25 اس ضربی سلسلہ کی 5ویں رقم معلوم کریں جس میں $a=2$ اور $r=3$ ہو۔

حل:

$$a=2,\ r=3,\ n=5,\ a_5=?$$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_5 = ar^4$$

$$= (2)(3)^4 = (2)(81) = 162$$

-26 ضربی سلسلہ ....,2,6,18 کی 11ویں رقم معلوم کریں۔

حل: 2,6,18,..........

$$a=2,\ r=\frac{6}{2}=3,\ a_{11}=?$$

$$a_{11} = ar^{10}$$

$$= (2)(3)^{10}$$

$$= (2)(59049) = 118098$$

-27 ضربی سلسلہ ....,4, – 12,36 کی 5ویں رقم معلوم کریں۔

حل: 4, – 12,36,..........

$$a=4,\ r=-\frac{12}{4}=-3,\ a_5=?$$

$$a_5 = ar^4$$
$$= (4)\,(-3)^4$$
$$= (4)\,(81) = 324$$

-28 نامعلوم عنصر معلوم کیجئے جبکہ $r = 10,\ a_n = 100,\ a = 1,\ n = ?$

حل:

$$a_n = ar^{n-1}$$
$$100 = (1)\,(10)^{n-1}$$
$$10^2 = 10^{n-1}$$
$$\Rightarrow \quad n-1 = 2$$
$$n = 2+1 = 3$$

-29 ایسے ضربی سلسلہ کی 11ویں رقم معلوم کیجئے جس کی 5ویں رقم کی قیمت 9 اور مشترک نسبت 2 ہے۔

حل:

$$a_{11} = ?,\ a_5 = 9,\ r = 2$$
$$a_5 = 9$$
$$ar^4 = 9$$
$$a(2)^4 = 9$$
$$16a = 9$$
$$a = \frac{9}{16}$$
$$a_{11} = ar^{10} = \left(\frac{9}{16}\right)(2)^{10} = \left(\frac{9}{16}\right)(1024) = 576$$

-30 $x, 1, \frac{1}{x}, \ldots\ldots$ ضربی سلسلہ کی 30ویں رقم معلوم کیجئے۔

حل:

$$x,\ 1,\ \frac{1}{x},\ldots\ldots$$

$$a = x,\ r = \frac{1}{x}, \qquad a_{30} = ?$$

$$a_{30} = ar^{29} = (x)\left(\frac{1}{x}\right)^{29} = (x)\,(x)^{-29}$$

$$= x^{1-29} = x^{-28} = \frac{1}{x^{28}}$$

-31 9 اور 5 کے درمیان ضربی وسط معلوم کریں۔

حل: چونکہ $a = 5$ اور $b = 9$

$$\text{ضربی وسط} = G = \pm\sqrt{ab}$$
$$= \pm\sqrt{5\times9}$$
$$= \pm\sqrt{5\times3\times3}$$
$$= \pm 3\sqrt{5}$$

-32 1 اور 8 کے درمیان دو ضربی وسط معلوم کریں۔

حل: فرض کیا 1 اور 8 کے درمیان G_1, G_2 دو مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $1, G_1, G_2, 8$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = 1, n = 4, a_n = 8$

اس لیے
$$a_n = ar^{n-1}$$
$$a_4 = ar^3$$
$$8 = (1)r^3$$
یا
$$r^3 = 2^3$$
$$\Rightarrow r = 2$$

پس،
$$G_1 = ar = (1)(2) = 2$$
$$G_2 = ar^2 = (1)(2)^2 = 4$$

-33 ثابت کیجئے کہ دو اعداد 4 اور 8 کا جمعی وسط ان کے ضربی وسط سے بڑا ہے۔

حل: فرض کیا $a = 4$ اور $b = 8$

$$\text{جمعی وسط} = \frac{a+b}{2} = \frac{4+8}{2} = \frac{12}{2} = 6$$
$$\text{ضربی وسط} = \sqrt{4\times8} = \sqrt{32} = \sqrt{2\times2\times2\times2\times2} = 4\sqrt{2}$$

پس ضربی وسط < جمعی وسط

-34 اس جمعی سلسلہ کی n ویں رقم اور 18 ویں رقم معلوم کیجئے جس کی پہلی رقم 3 اور مشترکہ فرق 2 ہو۔

حل:

$$a = 3, d = 2, a_n = ?, a_{18} = ?$$
$$a_n = a + (n-1)d$$
$$= 3 + (n-1)(2)$$
$$= 3 + 2n - 2$$
$$= 2n + 1$$
$$a_{18} = 2(18) + 1 = 36 + 1 = 37$$

-35 اگر a اور 16 کا جمعی وسط 24 ہو تو 'a' کی قیمت معلوم کریں۔

حل:

$$\text{جمعی وسط} = \frac{a+b}{2}$$

$$24 = \frac{a+16}{2}$$

$$a + 16 = 24 \times 2$$

$$a = 48 - 16 = 32$$

-36 ایسی 15 ویں رقم کا ضربی سلسلہ معلوم کیجئے جس کی 7 ویں رقم 27 اور مشترک نسبت 3 ہے۔

حل:

$$a_7 = 27, r = 3, a_{15} = ?$$

$$ar^6 = 27$$

$$a(3)^6 = 27$$

$$a(729) = 27$$

$$a = \frac{27}{729} = \frac{1}{27}$$

$$a_{15} = ar^{14} = \left(\frac{1}{27}\right)(3)^{14} = \left(\frac{1}{3^3}\right)(3^{14})$$

$$= 3^{14-3} = 3^{11}$$

-37 ضربی سلسلہ کی تین متواتر رقوم لکھیں۔

جواب: ضربی سلسلہ کی تین متواتر رقوم درج ذیل ہیں۔

$$\frac{a}{r}, a, ar$$

-38 جمعی سلسلہ کی پانچ متواتر رقوم لکھیں۔

جواب: جمعی سلسلہ کی پانچ متواتر رقوم درج ذیل ہیں۔

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$$

-39 جمعی سلسلہ کی چار متواتر رقوم لکھیں۔

جواب: جمعی سلسلہ کی چار متواتر رقوم درج ذیل ہیں۔

$$a-3d, a-d, a+d, a+3d$$

SETS AND FUNCTIONS

- سیٹوں پر عوامل
- ثنائی روابط
- تفاعل

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلبا اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- N,Z,W,E,O,P اور Q کی علامت سے ظاہر کیے گئے سیٹوں کی شناخت کیا ہیں؟
- سیٹوں پر $(\cup, \cap, \backslash, ...)$ کے عوامل کیا ہیں۔
- سیٹوں پر مندرجہ ذیل عوامل کیسے کرائیں۔
  - یونین Union
  - تقاطع Intersection
  - کمپلیمنٹ Complement
- دو یا تین سیٹوں پر یونین اور تقاطع کے درج ذیل خواص کی تصدیق کیسے کرنا ہے۔
  - یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ
  - یونین اور تقاطع کی خاصیت تلازم
- وین اشکال سے مندرجہ ذیل کا اظہار کیسے کرنا ہے۔
  - سیٹوں کا یونین اور انٹرسیکشن
  - سیٹ کا کمپلیمنٹ
- وین اشکال سے مندرجہ ذیل کا ثبوت فراہم کیسے کرنا ہے۔
  - سیٹوں کے یونین اور انٹرسیکشن کے قوانین مبادلہ
  - سیٹوں کے یونین اور انٹرسیکشن کے لحاظ سے قوانین تلازم
  - ڈی مارگن کے قوانین
- ثنائی ربط (Binary Relation) کی تعریف کرنا اور اس کی ڈومین (Domain) اور رینج (Range) کا تعین کرنا۔
- تفاعل (Function) کی تعریف کرنا اور اس کی ڈومین (Domain) اور رینج (Range) کی پہچان کیسے کرنا ہے۔
- مندرجہ ذیل کو واضح کیسے کرنا ہے۔
  - ان ٹو فنکشن
  - ون۔ون فنکشن
  - ان ٹو، ون۔ون فنکشن (Injective Function)
  - آن ٹو فنکشن (Surjective Function)
  - ون۔ون، آن ٹو فنکشن (Bijective Function)

Set سیٹ

کائنات کی ہر چیز چاہے وہ جاندار ہو یا بے جان "شے" کہلاتی ہے۔ ہم مخصوص اشیاء کے اجتماع یا اکٹھ کو مخصوص نام دیتے ہیں جیسا کہ "ہاکی ٹیم"، "بھیڑوں کا ریوڑ"، "پھولوں کا گلدستہ" وغیرہ۔

سیٹ سے مراد واضح متعارف اشیاء کا اجتماع یا اکٹھ ہے۔ یعنی کہ اشیاء کا اجتماع یا اکٹھ اس طرح سے لیا گیا ہو کہ بغیر کسی شک وشبہ کے ہم بتا سکیں کہ کوئی دی ہوئی شے کا اس اکٹھ سے تعلق ہے یا نہیں۔ واضح متعارف اشیاء کے اکٹھ کو "سیٹ" کہتے ہیں۔

کسی سیٹ کے نام کو بالعموم حروف تہجی A,B,C,...X,Y,Z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سیٹ میں موجود اشیاء ممبران یا ارکان کہلاتے ہیں۔ ارا کین سیٹ کو چھوٹے حروف تہجی یا اعداد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر

(i) $A = \{1,3,4,5\}$

(ii) $B = \{a, e, i, o, u\}$ تمام سیٹ کہلاتے ہیں۔

(iii) $C = \{1,3,5,7,9,....\}$

اگر کوئی شے x سیٹ 'A' سے تعلق رکھتی ہو تو اسے یوں لکھتے ہیں $x \in A$ جس کا مطلب ہے x، سیٹ 'A' کا رکن ہے۔ اور اگر کوئی شے x سیٹ 'A' سے تعلق نہ رکھتی ہو تو ہم لکھتے ہیں $x \notin A$ ۔

Important Sets اہم سیٹ

Set of Natural Number قدرتی اعداد کا سیٹ

گنتی کے اعداد مثلاً ...1,2,3 وغیرہ قدرتی اعداد کہلاتے ہیں۔ قدرتی اعداد کا سیٹ 'N' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$N = \{1,2,3,4,5,....\}$

Set of Whole Numbers مکمل اعداد کا سیٹ

مکمل اعداد کے سیٹ کو 'W' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$W = \{0,1,2,3,4,5,....\}$

Set of Integers: صحیح اعداد کا سیٹ

صحیح اعداد کے سیٹ کو علامت 'Z' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$Z = \{...., -3,-2,-1,0,1,2,3,....\}$

Set of Even Numbers جفت اعداد کا سیٹ

جفت اعداد کے سیٹ کو 'E' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$E = \{..., -4,-2,0,2,4,6,8,....\}$

Set of Odd Numbers طاق اعداد کا سیٹ

طاق اعداد کے سیٹ کو 'O' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$O = \{..., -3,-1,3,5,...\}$

Set of Prime Numbers مفرد اعداد کا سیٹ

مفرد اعداد کے سیٹ کو 'P' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$P = \{2,3,5,7,11,13,17,...\}$

مفرد اعداد ایسے اعداد ہیں جو کہ '1' اور اپنے آپ پر تقسیم ہوتے ہیں۔ اس کے علاوہ وہ کسی اور عدد سے تقسیم نہیں ہوتے۔

ناطق اعداد کا سیٹ Set of Rational Numbers

ناطق اعداد کے سیٹ کو 'Q' سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ

$$Q = \left\{\frac{p}{q} : q \neq 0, p, q \in Z\right\}$$

سیٹوں پر عوامل Operations on Sets:

حساب، اعداد پر جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے عوامل کی طرح سیٹوں پر یونین، تقاطع اور کمپلیمنٹ جیسے عوامل ہوتے ہیں۔

سیٹوں کا یونین (Union of Sets):

اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو سیٹ A اور سیٹ B کے یونین سے مراد اُن ممبران پر مشتمل سیٹ ہوتا ہے جو کہ سیٹ A اور سیٹ B کے تمام ارکان ہوں۔

لہٰذا $A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$

مثال کے طور پر اگر $A = \{1,2,3,4,5\}$

$B = \{2,4,6,8,10\}$

$A \cup B = \{1,2,3,4,5\} \cup \{2,4,6,8,10\}$

$= \{1,2,3,4,5,6,8,10\}$

سیٹوں کا تقاطع :Intersection of Sets

دو سیٹوں A اور B کا تقاطع $A \cap B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور یہ ان ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو A اور B دونوں کے مشترکہ ارکان ہوں۔

لہٰذا $A \cap B = \{x \mid x \in A$ اور $x \in B\}$

کائناتی سیٹ :Universal Set

اگر کچھ سیٹ زیر بحث ہوں تو ان میں ایک سیٹ ایسا بھی ہو سکتا ہے کہ وہ ان سب سیٹوں کا فوقی سیٹ (Super Set) ہو۔ ایسا سیٹ کائناتی یعنی یونیورسل سیٹ کہلاتا ہے۔ جسے ہم علامت 'U' سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر

اگر A = {1,2}, B = {2,3}, C = {1,3} ہو تو U = {1,2,3} تمام سیٹوں A, B, C کا فوقی سیٹ Super set ہے اور سیٹ A,B,C سیٹ U کے تحتی سیٹ کہلاتے ہیں۔

سیٹ کا کمپلیمنٹ :Complement of a Set

فرض کریں کہ 'A' کسی یونیورسل سیٹ کا تحتی سیٹ ہے۔ تو سیٹ A کا کمپلیمنٹ سیٹ، یونیورسل سیٹ U کے لحاظ سے، سیٹ U کے ان تمام ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ A میں نہ ہوں اسے علامتی طور پر 'U−A, A یا A^c سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

پس $A' = \{x \mid x \in U \wedge x \notin A\}$

$x \in A' \Rightarrow x \notin A$

اور $x \in A \Rightarrow x \notin A'$

یاد رہے کہ $A^c = U - A$

$U^c = U - U = \phi, \phi^c = U - \phi = U$

$(A^c)^c = U - A^c = A$

دوسیٹوں کا فرق Difference of two sets:

اگر A اور B دوسیٹ ہوں۔ تو A سے B کا فرق سیٹ A کے ان ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ B میں موجود نہ ہوں۔ علامتی طور پر اسے A-B یا A/B سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسی طرح B سے A کا فرق سیٹ B کے ان ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ A میں موجود نہ ہوں جسے B-A یا B/A سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

(i) فرض کیا کہ $A = \{2,3,4,5\}, B = \{2,4,6,8\}$

تب $A-B = \{2, 3, 4, 5\} - \{2, 4, 6, 8\} = \{3, 5\}$

اور $B-A = \{2, 4, 6, 8\} - \{2, 3, 4, 5\} = \{6,8\}$

(ii) فرض کیا کہ $A = \{3,4,5,6,7\}, B = \{1,2,3,4,7,8,9,10\}$

$A \setminus B = \{3,4,5,6,7\} \setminus \{1,2,3,4,7,8,9,10\} = \{5,6\}$

اور $B \setminus A = \{1,2,3,4,7,8,9,10\} \setminus \{3,4,5,6,7\}$

$= \{1,2,8,9,10\}$

$A - B \neq B - A$

سیٹوں کے یونین کے خواص Properties of Union of Sets

خاصیت مبادلہ Commutative Property

کوئی سے دوسیٹوں A اور B کے لیے

$$A \cup B = B \cup A$$

فرض کیا کہ

$A \cup B = \{x : x \in A \text{ یا } x \in B\}$

$= \{x : x \in B \text{ یا } x \in A\}$

$= B \cup A$

پس $A \cup B = B \cup A$

خاصیت تلازم Associative Property

کوئی سے تین سیٹوں A,B,C کے لیے

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

فرض کیا

$(A \cup B) \cup C = \{x : x \in (A \cup B) \text{ یا } x \in C\}$

$= \{x : (x \in A \text{ یا } x \in B) \text{ یا } x \in C\}$

$= \{x : (x \in A \text{ یا } (x \in B) \text{ یا } x \in C)\}$

$= \{x : x \in A \text{ یا } x \in (B \cup C)\}$

$= A \cup (B \cup C)$

پس $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

سیٹوں پر تقاطع کے خواص Properties of Intersection of Sets

خاصیت مبادلہ Commutative Property:

کسی دو سیٹوں A اور B کے لیے

$$A \cap B = B \cap A$$

ثبوت: فرض کیا کہ

$A \cap B = \{x : x \in A$ اور $x \in B\}$

$= \{x : x \in B$ اور $x \in A\}$

$= \{x : x \in (B \cap A)\}$

$= B \cap A$

پس $A \cap B = B \cap A$

خاصیت تلازم Associative Property:

کوئی سے تین سیٹوں A,B,C کے لیے

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

فرض کیا کہ

$(A \cap B) \cap C = \{x : x \in (A \cap B)$ اور $x \in C\}$

$= \{x : (x \in A$ اور $x \in B)$ اور $x \in C\}$

$= \{x : x \in A$ اور $x \in B$ اور $x \in C\}$

$= \{x : x \in A$ اور $(x \in B$ اور $x \in C)\}$

$= \{x : x \in A$ اور $x \in (B \cap C)\}$

$= \{x : x \in A \cap (B \cap C)\}$

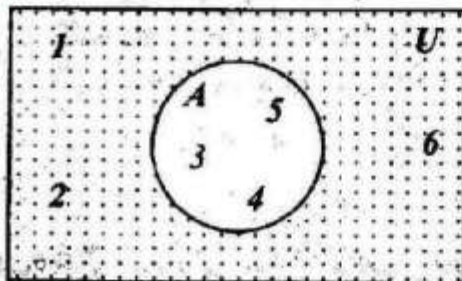
$= A \cap (B \cap C)$

پس $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

وین اشکال Venn Diagram:

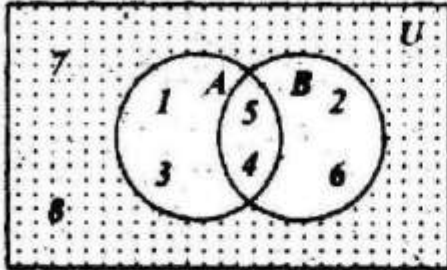
سیٹوں کے درمیان تعلق کو مناظری لحاظ سے ظاہر کرنے کے لیے، ہم سیٹوں کو اشکال کے ذریعے ظاہر کرتے ہیں۔ جو کہ وین اشکال کہلاتی ہیں۔ وین اشکال کو سب سے پہلے انگریزی ماہر منطق اور ریاضی دان جان وین John Venn (1834-1883) نے استعمال کیا۔ وین اشکال میں عموماً یونیورسل سیٹ کو ایک مستطیلی علاقہ اور اس کے متعلقہ تحتی سیٹوں کو اس کے اندر بند علاقوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثلاً اگر $U = \{1,2,3,4,5,6,\}$ اور $A = \{3,4,5\}$

دی ہوئی شکل میں مستطیلی علاقہ یونیورسل سیٹ U کو ظاہر کرتا ہے۔ جبکہ اس کے اندر دائروی بند علاقہ سیٹ A کو ظاہر کرتا ہے۔

A سے باہر U کا نقاط دار علاقہ A کے کمپلیمنٹ یعنی A^c کو ظاہر کرتا ہے پس $A^c = \{1,2,6\}$

سیٹوں کا یونین اور تقاطع Union and Intersection of Sets

فرض کیا $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ اور $B = \{2,4,5,6\}$ اور $A = \{1,3,4,5\}$

اس کے کوئی دو تحتی سیٹ ہیں تب۔

شکل میں مستطیلی علاقہ U کائناتی سیٹ کو ظاہر کرتا ہے چونکہ A اور B دو متقاطع سیٹ ہیں۔ لہٰذا دو متقاطع دائرے A اور B کو ظاہر کرتے ہیں۔

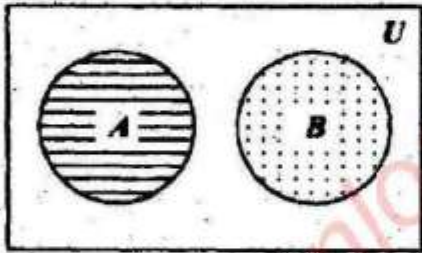
(1) A اور B سے گھرا ہوا علاقہ $A \cup B$ ظاہر کرتا ہے۔

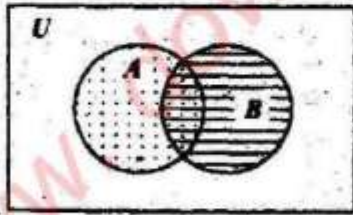
لہٰذا $A \cup B = \{1,3,4,5\} \cup \{2,4,5,6\} = \{1,2,3,4,5,6\}$

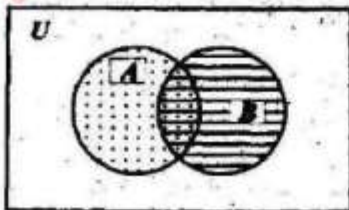
(2) دونوں سیٹوں A اور B کا مشترکہ علاقہ $A \cap B$ کو ظاہر کرتا ہے۔

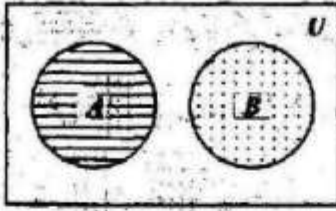
لہٰذا $A \cap B = \{1,3,4,5\} \cap \{2,4,5,6\} = \{4,5\}$

سیٹوں کی یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ وین اشکال میں

سیٹوں کا یونین جب دو سیٹ غیر متراکب ہوں: When two Sets are Disjoint

شکل میں لکیردار اور نقاط دار حصہ $A \cup B$ کو ظاہر کرتا ہے اور یہی نقاط دار اور لکیر دار حصہ $B \cup A$ کو بھی ظاہر کرتا ہے۔ جس کا مطلب ہوا کہ $A \cup B$ اور $B \cup A$ کو ایک ہی طرح کا حصہ ظاہر کرتا ہے پس

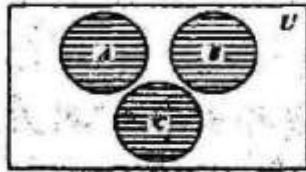
سیٹوں کا یونین جب سیٹ متراکب ہوں: When two Sets are Overlapping

دی گئی شکل میں نقاط دار، نقاط دار اور لکیر دار حصہ $A \cup B$ کو ظاہر کرتا ہے اور اسی طرح لکیر دار، لکیر دار اور نقاط دار اور نقاط دار حصہ $B \cup A$ کو ظاہر کرتا ہے لہٰذا $A \cup B = B \cup A$

سیٹوں کا تقاطع جب دونوں سیٹ غیر متراکب ہوں: When two Sets are Disjoint

شکل میں لکیر دار حصہ سیٹ A کو جبکہ نقاط دار حصہ سیٹ B کو ظاہر کرتا ہے۔
یعنی کہ U کا کوئی بھی حصہ $A \cap B$ اور $B \cap A$ کو ظاہر نہیں کرتا۔
پس $A \cap B = B \cap A$

سیٹوں کا تقاطع جب دونوں سیٹ متراکب ہوں: When two Sets are Overlapping

شکل میں نقاط دار، نقاط دار اور لکیر دار حصہ A سیٹ کو ظاہر کرتا ہے۔ جبکہ لکیر دار اور نقاط دار، لکیر دار حصہ سیٹ B کو ظاہر کرتا ہے۔ لکیر دار اور نقاط دار حصہ دونوں سیٹوں کا مشترکہ علاقہ ہے جو کہ $A \cap B$ اور $B \cap A$ کو ظاہر کرتا ہے۔

پس $A \cap B = B \cap A$

سیٹوں کی یونین اور تقاطع کی خاصیت تلازم وین اشکال میں

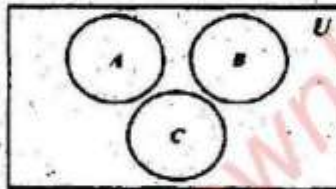
سیٹوں کا یونین جب تینوں سیٹ غیر مشترک ہوں When three Sets are Disjoint:

شکل میں لکیر دار حصہ $(A \cup B) \cup C$ اور $A \cup (B \cup C)$ کو ظاہر کرتا ہے۔

پس $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

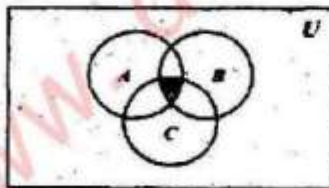
سیٹوں کا یونین جب تینوں سیٹ مشترک ہوں When three Sets are Overlapping:

شکل میں لکیر دار حصہ $(A \cup B) \cup C$ اور $A \cup (B \cup C)$ کو ظاہر کرتا ہے۔

پس $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

سیٹوں کا تقاطع جب تینوں سیٹ غیر مشترک ہوں When three Sets are disjoint

دی ہوئی شکل کا کوئی بھی حصہ $(A \cap B) \cap C$ اور $A \cap (B \cap C)$ ظاہر نہیں کرتا۔

لہٰذا $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

سیٹوں کا تقاطع جب تینوں سیٹ مشترک ہوں When three Sets are overlapping

دی ہوئی شکل کا سایہ دار حصہ $A \cap (B \cap C)$ اور $(A \cap B) \cap C$ کو بھی ظاہر کرتا ہے۔

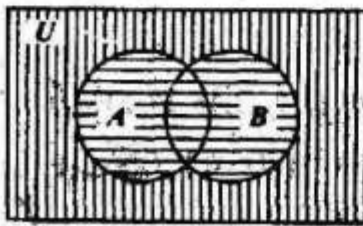
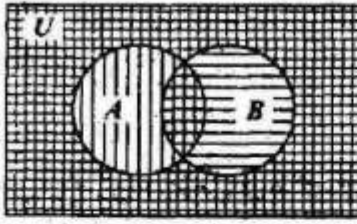
لہٰذا

$A \cap (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

ڈی مارگن کے قوانین De Morgan's Laws:

یونیورسل سیٹ U کے دو تحتی سیٹوں A اور B کے لیے

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ **(i)**

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ **(ii)**

شکل میں ☰ لائنوں سے ظاہر کیا گیا حصہ $A \cup B$ کو جبکہ ||| حصہ $(A \cup B)^c$ کو ظاہر کرتا ہے۔

شکل # چیک دار حصہ $A^c \cap B^c$ کو ظاہر کرتا ہے۔ لہٰذا دونوں اشکال میں ||| اور # ایک ہی جگہ ہیں۔

حل مشق 8.1

.1 اگر $A = \{1,4,7,8\}$، $B = \{4,6,8,9\}$ اور $C = \{3,4,5,7\}$ ہو تو درج ذیل معلوم کیجیے۔

(i) $A \cup B$ (ii) $B \cup C$ (iii) $A \cap C$

(iv) $A \cap (B \cap C)$ (v) $(A \cup B) \cup C$ (vi) $(A \cap B) \cap C$

حل: $A = \{1,4,7,8\}, B = \{4,6,8,9\}, C = \{3,4,5,7\}$

(i) $A \cup B = \{1,4,7,8\} \cup \{4,6,8,9\}$
$= \{1,4,6,7,8,9\}$

(ii) $B \cup C = \{4,6,8,9\} \cup \{3,4,5,7\}$
$= \{3,4,5,6,7,8,9\}$

(iii) $A \cap C = \{1,4,7,8\} \cap \{3,4,5,7\}$
$= \{4,7\}$

(iv) $A \cap (B \cap C) = \{1,4,7,8\} \cap (\{4,6,8,9\} \cap \{3,4,5,7\})$
$= \{1,4,7,8\} \cap \{4\}$
$= \{4\}$

(v) $(A \cup B) \cup C = (\{1,4,7,8\} \cup \{4,6,8,9\}) \cup \{3,4,5,7\}$
$= \{1,4,6,7,8,9\} \cup \{3,4,5,7\}$
$= \{1,3,4,5,6,7,8,9\}$

(vi) $(A \cap B) \cap C = (\{1,4,7,8\} \cap \{4,6,8,9\}) \cap \{3,4,5,7\}$
$= \{4,8\} \cap \{3,4,5,7\}$
$= \{4\}$

.2 اگر $A = \{1,7,11,15,17,21\}$، $B = \{11,17,19,23\}$ اور $C = \{2,3,5\}$ ہو تو ثابت کیجیے کہ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

حل: $A = \{1,7,11,15,17,21\}, B = \{11,17,19,23\}, C = \{2,3,5\}$

$$L.H.S = (A \cap B) \cap C$$
$$= (\{1,7,11,15,17,21\} \cap \{11,17,19,23\}) \cap \{2,3,5\}$$
$$= \{11,17\} \cap \{2,3,5\}$$
$$= \{\ \} \quad \text{______ (i)}$$

$$R.H.S = A \cap (B \cap C)$$
$$= \{1,7,11,15,17,21\} \cap (\{11,17,19,23\} \cap \{2,3,5\})$$
$$= \{1,7,11,15,17,21\} \cap \{\ \}$$
$$= \{\ \} \quad \text{______ (ii)}$$

مساوات (i) اور (ii) سے ثابت ہوا کہ

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

3. اگر $A = \{2,4,6\}$، $B = \{3,6,9,12\}$ اور $C = \{4,6,8,10\}$ ہو تو
ثابت کیجیے کہ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

حل:
$$A = \{2,4,6\}, B = \{3,6,9,12\}, C = \{4,6,8,10\}$$

$$L.H.S = A \cup (B \cup C)$$
$$= \{2,4,6\} \cup (\{3,6,9,12\} \cup \{4,6,8,10\})$$
$$= \{2,4,6\} \cup \{3,4,6,8,9,10,12\}$$
$$= \{2,3,4,6,8,9,10,12\} \quad \text{______ (i)}$$

$$R.H.S = (A \cup B) \cup C$$
$$= (\{2,4,6\} \cup \{3,6,9,12\}) \cup \{4,6,8,10\}$$
$$= \{2,3,4,6,9,12\} \cup \{4,6,8,10\}$$
$$= \{2,3,4,6,8,9,10,12\} \quad \text{______ (ii)}$$

مساوات (i) اور (ii) سے ثابت ہوا کہ

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

4. اگر $A = \{2,3,5,7,9\}$، $B = \{1,3,5,7\}$ اور $C = \{2,3,4,5,6\}$ ہو تو
ثابت کیجیے کہ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

حل:
$$A = \{2,3,5,7,9\}, B = \{1,3,5,7\}, C = \{2,3,4,5,6\}$$

$$L.H.S = (A \cap B) \cap C$$
$$= (\{2,3,5,7,9\} \cap \{1,3,5,7\}) \cap \{2,3,4,5,6\}$$
$$= \{3,5,7\} \cap \{2,3,4,5,6\}$$
$$= \{3,5\} \quad \text{______ (i)}$$

$R.H.S = A \cap (B \cap C)$

$= \{2,3,5,7,9\} \cap (\{1,3,5,7\} \cap \{2,3,4,5,6\})$

$= \{2,3,5,7,9\} \cap \{3,5\}$

$= \{3,5\}$ ______ (ii)

مساوات (i) اور (ii) سے ثابت ہوا کہ

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

.5 اگر $U = \{7,8,9,10,11,12,13,14\}$ ، $A = \{7,10,13,14\}$ اور $B = \{7,8,11,12\}$ ہو تو ثابت کیجیے کہ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

حل: $U = \{7,8,9,10,11,12,13,14\}, A = \{7,10,13,14\}, B = \{7,8,11,12\}$

$L.H.S. = (A \cap B)^C$

$A \cap B = \{7,10,13,14\} \cap \{7,8,11,12\}$

$= \{7\}$

$(A \cap B)^C = U - (A \cap B)$

$= \{7,8,9,10,11,12,13,14\} - \{7\}$

$= \{8,9,10,11,12,13,14\}$ ______ (i)

$R.H.S. = A^c \cup B^c$

$A^C = U - A$

$= \{7,8,9,10,11,12,13,14\} - \{7,10,13,14\}$

$= \{8,9,11,12\}$

$B^C = U - B$

$= \{7,8,9,10,11,12,13,14\} - \{7,8,11,12\}$

$= \{9,10,13,14\}$

$A^c \cup B^c = \{8,9,11,12\} \cup \{9,10,13,14\}$

$R.H.S. = \{8,9,10,11,12,13,14\}$ ______ (ii)

مساوات (i) اور (ii) سے ثابت ہوا کہ

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

.6 ڈی مارگن کے قوانین ثابت کیجیے اگر $U = \{4,6,8,9,10\}$, $A = \{4,6\}$ اور $B = \{6,8,9\}$

حل: $U = \{4,6,8,9,10\}, A = \{4,6\}, B = \{6,8,9\}$

ڈی مارگن کے قوانین:

(i) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ (ii) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

(i) $L.H.S. = (A \cap B)^c$

$A \cap B = \{4,6\} \cap \{6,8,9\}$
$= \{6\}$
$(A \cap B)^c = U - (A \cap B)$
$= \{4,6,8,9,10\} - \{6\}$
$= \{4,8,9,10\}$ _______ (i)

R.H.S. $= A^c \cup B^c$
$A^c = U - A$
$= \{4,6,8,9,10\} - \{4,6\}$
$= \{8,9,10\}$
$B^c = U - B$
$= \{4,6,8,9,10\} - \{6,8,9\}$
$= \{4,10\}$
$A^c \cup B^c = \{8,9,10\} \cup \{4,10\}$
$= \{4,8,9,10\}$ _______ (ii)

مساوات(i)اور(ii)سے ثابت ہوا کہ

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

(ii) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

L.H.S. $= (A \cup B)^c$
$A \cup B = \{4,6\} \cup \{6,8,9\}$
$= \{4,6,8,9\}$
$(A \cup B)^c = U - (A \cup B)$
$= \{4,6,8,9,10\} - \{4,6,8,9\}$
$= \{10\}$ _______ (i)

R.H.S. $= A^c \cap B^c$
$A^c = U - A$
$= \{4,6,8,9,10\} - \{4,6\}$
$= \{8,9,10\}$
$B^c = U - B$
$= \{4,6,8,9,10\} - \{6,8,9\}$
$= \{4,10\}$
$A^c \cap B^c = \{8,9,10\} \cap \{4,10\}$

$= \{10\}$ ______(ii)

مساوات(i)اور(ii)سے ثابت ہوا کہ

$(A\cup B)^c = A^c \cap B^c$

.7 اگر $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$، $A=\{2,3,6,9\}$ اور $B=\{1,3,6,7,8\}$ ہو تو
ثابت کیجیے کہ $(A\cup B)^c = A^c \cap B^c$

$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}, A=\{2,3,6,9\}, B=\{1,3,6,7,8\}$

$L.H.S=(A\cup B)^c$

$A\cup B=\{2,3,6,9\}\cup\{1,3,6,7,8\}$

$=\{1,2,3,6,7,8,9\}$

$(A\cup B)^c = U-(A\cup B)$

$=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}-\{1,2,3,6,7,8,9\}$

$=\{4,5\}$ ______(i)

$R.H.S = A^c\cap B^c$

$A^c = U - A$

$=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}-\{2,3,6,9\}$

$=\{1,4,5,7,8\}$

$B^c = U - B$

$=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}-\{1,3,6,7,8\}$

$=\{2,4,5,9\}$

$A^c\cap B^c=\{1,4,5,7,8\}\cap\{2,4,5,9\}$

$=\{4,5\}$ ______(ii)

مساوات(i)اور(ii)سے ثابت ہوا کہ

$(A\cup B)^c = A^c \cap B^c$

.8 خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) $A\cup A =$ ______ (ii) $A\cap A =$ ______

(iii) $A\cup\phi =$ ______ (iv) $A\cap\phi =$ ______

(v) $\phi\cup\phi =$ ______ (vi) $(A\cap B)^c =$ ______

(vii) $(A\cup B)^c =$ ______ (viii) $(A^c)^c =$ ______

(ix) $\phi\cap\phi^c =$ ______ (x) $A\cap A^c =$ ______

حل:

(i) A (ii) A (iii) A (iv) ϕ (v) ϕ
(vi) $A^c \cup B^c$ (vii) $A^c \cap B^c$ (viii) A (ix) ϕ (x) ϕ

BINARY RELATION ثنائی ربط

دو غیر خالی سیٹ $A=\{1,2\}$ اور $B=\{3,4\}$ لیجیے پھر $A\times B = \{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$
جبکہ $A\times B$، A سے B کا رتیسی حاصل ضرب (Cartesian Product) کہلاتا ہے۔ $A\times B$ کے ارکین $(1,3)$, $(1,4)$, $(2,3)$ اور $(2,4)$ مترتب جوڑے کہلاتے ہیں۔
اس طرح $B\times A=\{(3,1),(3,2),(4,1),(4,2)\}$، B سے A کارتیسی حاصل ضرب کہلاتا ہے۔ بالعموم $A\times B \neq B\times A$ کے تمام تحتی سیٹ (Sub sets) A سے B ثنائی روابط (A to B, Binary Relations) کہلاتے ہیں۔

FUNCTION تفاعل

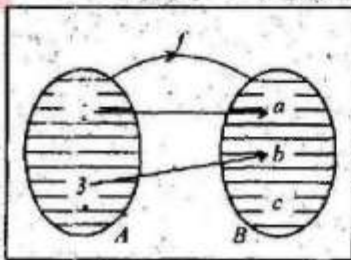
دو سیٹوں A اور B میں اسی طرح کا ثنائی ربط 'f' ایسا ہو کہ
(i) $'f' = A$ ڈومین (ii) 'f' کے ہر مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکین میں تکرار (Repetition) نہ ہو۔
تب 'f' کو A سے B کی جانب فنکشن کہتے ہیں اور اسے یوں ظاہر کرتے ہیں۔ $f: A \to B$

اِن ٹو فنکشن :Into Function

اگر f، A سے B کی جانب فنکشن ہو۔
یعنی $f \neq B$ رینج مگر $f \subset B$ رینج
تو f کو A ان ٹو B فنکشن کہتے ہیں۔

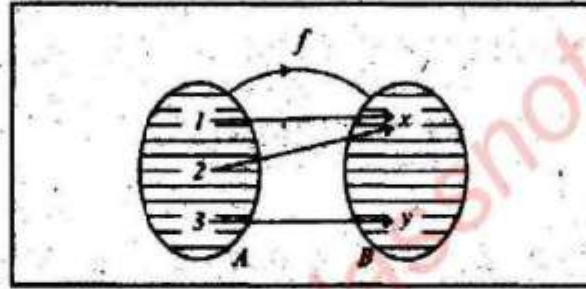
ان جیکٹو فنکشن (Injective Function):

اگر 'f' A ان ٹو B اس طرح سے فنکشن ہو کہ 'f' کے کسی دو مترتب جوڑوں کے دوسرے مقام کے ارکین ایک جیسے نہ ہوں۔ تو پھر f کو "ان جیکٹو" فنکشن کہتے ہیں۔

مثلاً $A=\{2,3\}, B=\{a,b,c\}$ $f=\{(2,a),(3,b)\}$
(i) $f = \{2,3\} = A$ ڈومین (ii) f کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔
(iii) $f \neq B$ رینج
لہٰذا 'f' A ان ٹو B فنکشن ہے۔
(iv) f کے مترتب جوڑوں کے دوسرے مقام کے ارکین ایک جیسے نہیں (تکرار نہیں پائی جاتی)
پس 'f' ون۔ ون ہے۔ لہٰذا 'f' ان جیکٹو فنکشن ہے۔

آن ٹو فنکشن Surjective Function:

اگر f سیٹ A ٹو B ایسا فنکشن ہو کہ f کی رینج سیٹ B کے برابر ہو یعنی B = f رینج تب f، A آن ٹو B فنکشن کہلاتا ہے۔
مثال کے طور پر

$$A = \{1,2,3\}, B = \{x, y\}$$
$$f = \{(1,x),(2,x),(3,y)\}$$
$$\text{رینج } f = \{x,y\} = B$$

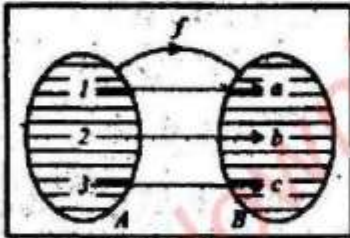
لہٰذا f، A آن ٹو B فنکشن ہے۔

بائی جیکٹو فنکشن Bijective Function:

اگر f سیٹ A سے سیٹ B میں اس طرح فنکشن ہو کہ

(i) f، A آن ٹو B فنکشن ہو۔

(ii) f ون۔ون فنکشن ہو۔

تو پھر f بائی جیکٹو فنکشن کہلاتا ہے۔
دی گئی شکل میں f ون۔ون اور آن ٹو فنکشن ہے۔

$$f = \{(1,a),(2,b),(3,c)\}$$

حل مشق 8.2

1. اگر $A = \{3,5,6\}$، $B = \{1,3\}$ ہو تو $A \times B$ اور $B \times A$ معلوم کیجیے۔
اور خود سے دو دو ثنائی روابط لکھ کر ان کی ڈومین اور رینج معلوم کیجیے۔

حل:

$$A = \{3,5,6\}, B = \{1,3\}$$
$$A \times B = \{3,5,6\} \times \{1,3\}$$
$$= \{(3,1),(3,3),(5,1),(5,3),(6,1),(6,3)\}$$
$$\text{ڈومین} = \{3,5,6\}$$
$$\text{رینج} = \{1,3\}$$

$B \times A = \{1,3\} \times \{3,5,6\}$

$= \{(1,3),(1,5),(1,6),(3,3),(3,5),(3,6)\}$

ڈومین $= \{1,3\}$

رینج $= \{3,5,6\}$

2. اگر $A = \{-2,1,4\}$ تو A میں دو ثنائی روابط لکھ کر ان کی ڈومین اور رینج لکھیے۔

حل:

$A = \{-2,1,4\}$

$A \times A = \{-2,1,4\} \times \{-2,1,4\}$

$= \{(-2,-2),(-2,1),(-2,4),(1,-2),(1,1),(1,4),(4,-2),(4,1),(4,4)\}$

$R_1 = \{(-2,-2),(-2,1)\}$

ڈومین $R_1 = \{-2\}$

رینج $R_1 = \{-2,1\}$

$R_2 = \{(-2,-2),(-2,1),(-2,4),(1,-2)\}$

ڈومین $R_2 = \{-2,1\}$

رینج $R_2 = \{-2,1,4\}$

3. مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے ممکن ثنائی روابط کی تعداد لکھیے۔

(i) C×C میں جبکہ C کے ارکان کی تعداد 3 ہے۔

(ii) A×B میں جبکہ A میں 3 ارکان اور B میں 4 ارکان ہوں۔

حل:

$C = 3$ کے ارکان کی تعداد

$C \times C = 3 \times 3 = 9$ کے ارکان کی تعداد

$C \times C = 2^9$ کے ثنائی ربط

$A = 3$ کے ارکان کی تعداد

$B = 4$ کے ارکان کی تعداد

$A \times B = 3 \times 4 = 12$ کے ارکان کی تعداد

$A \times B = 2^{12}$ کے ثنائی ربط

4. اگر $L = \{1,2,3\}$ اور $M = \{2,3,4\}$ ہوں تو 'R' ثنائی ربط ایسا لکھیے کہ:
$R = \{(x,y) \setminus x \in L, y \in M \wedge y \le x\}$ اور R کی ڈومین اور رینج بھی لکھیے۔

$L = \{1,2,3\}, M = \{2,3,4\}$

$L \times M = \{1,2,3\} \times \{2,3,4\}$

$= \{(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),(3,4)\}$

$R = \{(x,y) \mid x \in L, y \in M \wedge y \le x\}$

$= \{(2,2),(3,2),(3,3)\}$

ڈومین $R = \{2,3\}$
رینج $R = \{2,3\}$

.5 اگر $X = \{0,3,5\}$ اور $Y = \{2,4,8\}$ ہو تو X×Y میں چار ثنائی روابط لکھیے۔

حل:
$X = \{0,3,5\}, Y\{2,4,8\}$
$X \times Y = \{0,3,5\} \times \{2,4,8\}$
$= \{(0,2),(0,4),(0,8),(3,2),(3,4),(3,8),(5,2),(5,4),(5,8)\}$
$R_1 = \{(0,2),(0,4)\}$
$R_2 = \{(0,4),(0,8),(3,2)\}$
$R_3 = \{(3,2),(3,4),(3,8),(5,2)\}$
$R_4 = \{(0,2),(3,2),(5,2),(5,4),(5,8)\}$

.6 اگر $A = \{a,b,c\}$ اور $B = \{2,4,6\}$ اور $f = \{(a,4),(b,4),(c,4)\}$
ایک A×B سے ثنائی ربط ہو تو ثابت کیجیے کہ 'f' A اِن ٹو B فنکشن ہے۔

حل:
$A = \{a,b,c\}, B = \{2,4,6\}$
$f = \{(a,4),(b,4),(c,4)\}$
$A \times B = \{(a,2),(a,4),(a,6),(b,2),(b,4),(b,6),(c,2),(c,4),(c,6)\}$

ہم دیکھتے ہیں کہ:
(i) $f \subset A \times B$
(ii) $f = \{a,b,c\} = A$
(iii) f کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔ یا یوں کہ سیٹ A کا ہر ایک رکن ایک اور صرف ایک مرتبہ سیٹ B کے ایک رکن سے جوڑا گیا ہے۔
(iv) رینج $f = \{4\} \subset B$ لیکن رینج $f \neq B$
لہٰذا 'f' "A اِن ٹو B" فنکشن ہے۔

.7 اگر $A = \{\ell,m,n\}$ اور $B = \{1,2,3\}$ اور $g = \{(\ell,3)(m,1)(n,1)\}$
ایک A×B سے ثنائی ربط ہو تو ثابت کیجیے کہ 'g' A اِن ٹو B فنکشن ہے۔

حل:
$A = \{\ell,m,n\}, B = \{1,2,3\}$
$g = \{(\ell,3),(m,1),(n,1)\}$
$A \times B = \{(\ell,1),(\ell,2),(\ell,3),(m,1),(m,2),(m,3),(n,1),(n,2),(n,3)\}$

ہم دیکھتے ہیں کہ
(i) $g \subset A \times B$
(ii) ڈومین $g = [\ell,m,n] = A$
(iii) g کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔ یا یوں کہ سیٹ A کا ہر ایک رکن ایک اور صرف ایک

مرتبہ سیٹ B کے ایک رکن سے جوڑا گیا ہے۔

(iv) $g \neq B$ رینج لیکن $\{1,3\}$ = g رینج

لہٰذا 'g' "A ان ٹو B" فنکشن ہے۔

.8 اگر $A = \{1,3,5\}$ اور $B = \{x, y, z\}$ اور $g = \{(1,x),(3,y),(5,z)\}$ ایک A×B سے ثنائی ربط ہو تو ثابت کیجیے A,g آن ٹو B فنکشن ہے۔

حل:

$A = \{1,3,5\}, B = \{x, y, z\}$

$y = \{(1,x),(3,y),(5,z)\}$

$A \times B = \{(1,x),(1,y),(1,z),(3,x),(3,y),(3,z),(5,x),(5,y),(5,z)\}$

ہم دیکھتے ہیں کہ

(i) $g \subset A \times B$

(ii) ڈومین $g = \{1,3,5\} = A$

(iii) g کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔ یایوں کہ سیٹ A کا ہر ایک رکن ایک اور صرف ایک مرتبہ سیٹ B کے ایک رکن سے جوڑا گیا ہے۔

(vi) $g = B$ رینج لیکن $\{x, y, z\}$ = g رینج

لہٰذا 'g' "A آن ٹو B" فنکشن ہے۔

حل جائزہ مشق 8

.1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے:

(i) اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو $A \cup B = ?$

(a) ϕ (b) $B \cup A$ (c) $A \cap B$ (d) $B \cap A$

(ii) اگر A اور B دو متراکب (Overlapping) سیٹ ہوں تو $A \cap B = ?$

(a) ϕ (b) $B \cap A$ (c) $A \cap B$ (d) $B \cup A$

(iii) دو سیٹوں A اور B کے لیے $A \cup B = B \cup A$ کہلاتا ہے۔

(a) خاصیت مبادلہ (b) خاصیت تلازم (c) ڈی مارگن کا قانون (d) دو سیٹوں کا کمپلیمنٹ

(iv) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ کہلاتی ہے۔

(a) خاصیت مبادلہ (b) خاصیت تلازم (c) ڈی مارگن کا قانون (d) سیٹوں کا تقاطع

(v) اگر $U = \{1,2,3,4\}$, $A = \{4\}$ تو $A^c = ?$

(a) $\{1,2,3\}$ (b) ϕ (c) $\{1\}$ (d) $\{1,2,3,4\}$

(vi) اگر $U = \{1,2,3\}$, $A = \{1\}$ تو $U-A = ?$

(a) $\{2,3\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,3\}$ (d) ϕ

(vii) $(A\cup B)^c = ?$

(a) $A^c \cup B^c$ (b) $A^c \cap B^c$ (c) $(A\cap B)^c$ (d) ϕ

(viii) $(A\cap B)^c = ?$

(a) $A^c \cap B^c$ (b) $A^c \cup B^c$ (c) $A\cap B$ (d) $A\cup B$

(ix) اگر $R = \{(4,5),(5,4),(5,6),(6,4)\}$ ہو تو ڈومین $(R) = ?$

(a) $\{4,6\}$ (b) $\{4,5\}$ (c) $\{4,5,6\}$ (d) $\{5,6\}$

(x) اگر $R = \{(4,5),(5,4),(5,6),(6,4)\}$ ہو تو رینج $(R) = ?$

(a) $\{4\}$ (b) $\{5\}$ (c) $\{6\}$ (d) $\{4,5,6\}$

جوابات:

(i) b	(ii) b	(iii) a	(iv) b	(v) a
(vi) a	(vii) b	(viii) b	(ix) c	(x) d

.2 خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) $(A\cup B)' =$ ________ (ii) $(A\cap B)' =$ ________

(iii) $A\cup(B\cup C) =$ ________ (iv) $A\cap(B\cap C) =$ ________

(v) اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو $A\cup B = B\cup A$ ________ کہلاتی ہے۔

(vi) اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو $A\cap B = B\cap A$ ________ کہلاتی ہے۔

(vii) دو سیٹوں کے کارتیسی حاصل ضرب کا تحتی سیٹ ________ کہلاتا ہے۔

(viii) اگر $R_1 = \{(1,2),(3,4),(5,6)\}$ ہو تو R_1 کی ڈومین ________ ہے۔

(ix) اگر $R_1 = \{(1,2),(3,4),(5,6)\}$ ہو تو R_1 کی رینج ________ ہے۔

(x) اگر $f: A \to B$ ہو تو سیٹ A کے ہر رکن کی امیج ________ میں ہو گی۔

جوابات:

(i) $A'\cap B'$ (ii) $A'\cup B'$ (iii) $(A\cup B)\cup C$ (iv) $(A\cap B)\cap C$

(v) یونین کا قانون مبادلہ (vi) تقاطع کا قانون مبادلہ (vii) ثنائی ربط (viii) $\{1,3,5\}$

(ix) $\{2,4,6\}$ (x) سیٹ B

.3 اگر $A = \{1,2,3,4,5,6\}$، $B = \{2,3,4,6\}$ اور $C = \{2,3,4,7,8,9\}$ ہو تو ثابت کیجیے کہ

$$(A\cap B)\cap C = A\cap(A\cap B)$$

حل: $A = \{1,2,3,4,5,6\}, B = \{2,3,4,6\}, C = \{2,3,4,7,8,9\}$

$L.H.S = (A\cap B)\cap C$

$= (\{1,2,3,4,5,6\}\cap\{2,3,4,6\})\cap\{2,3,4,7,8,9\}$

$= \{2,3,4,6\}\cap\{2,3,4,7,8,9\}$

$= \{2,3,4\}$ ______ (i)

$R.H.S = A \cap (B \cap C)$

$= \{1,2,3,4,5,6\} \cap (\{2,3,4,6\} \cap \{2,3,4,7,8,9\})$

$= \{1,2,3,4,5,6\} \cap \{2,3,4\}$

$= \{2,3,4\}$ ______ (ii)

مساوات (i) اور (ii) سے ثابت ہوا کہ

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

4 اگر $A = \{2,3,4\}$, $B = \{3,6,9,12\}$ اور $C = \{4,6,8,10\}$ ہو تو ثابت کیجیے کہ

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup B$

حل: $A = \{2,3,4\}, B = \{3,6,9,12\}, C = \{4,6,8,10\}$

$L.H.S = A \cup (B \cup C)$

$= \{2,3,4\} \cup (\{3,6,9,12\} \cup \{4,6,8,10\})$

$= \{2,3,4\} \cup \{3,4,6,8,9,10,12\}$

$= \{2,3,4,6,8,9,10,12\}$ ______ (i)

$R.H.S = (A \cup B) \cup C$

$= (\{2,3,4\} \cup \{3,6,9,12\}) \cup \{4,6,8,10\}$

$= \{2,3,4,6,9,12\} \cup \{4,6,8,10\}$

$= \{2,3,4,6,8,9,10,12\}$ ______ (ii)

مساوات (i) اور (ii) سے ثابت ہوا کہ

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

5 اگر $A = \{2,3,4\}$ اور $B = \{1,3\}$ ہو تو $A \times B$ اور $B \times A$ معلوم کیجیے۔ نیز ان میں دو دو ثنائی روابط بھی بنائیے۔

حل: $A = \{2,3,4\}, B = \{1,3\}$

$A \times B = \{2,3,4\} \times \{1,3\}$

$= \{(2,1),(2,3),(3,1),(3,3),(4,1),(4,3)\}$

$R_1 = \{(2,1),(2,3)\}$

$R_2 = \{(3,1),(3,3),(4,1),(4,3)\}$

$B \times A = \{1,3\} \times \{2,3,4\}$

$= \{(1,2),(1,3),(1,4),(3,2),(3,3),(3,4)\}$

$R_1 = \{(1,2),(1,4),(3,2)\}$

$R_2 = \{(1,3),(3,3),(3,4)\}$

6. درج ذیل میں ممکن ثنائی روابط کی تعداد لکھیے۔

(i) $C \times C$ میں اگر C میں ارکان کی تعداد 4 ہو۔

(ii) $A \times B$ میں اگر A میں 2 اور B میں 3 ارکان ہوں۔

حل:

(i) $C = 4$ کے ارکان کی تعداد

$C \times C = 4 \times 4 = 16$ کے ارکان کی تعداد

$C \times C = 2^{16}$ میں ثنائی ربط

(ii) $A = 2$ کے ارکان کی تعداد

$B = 3$ کے ارکان کی تعداد

$A \times B = 2 \times 3 = 6$ کے ارکان کی تعداد

$A \times B = 2^6$ میں ثنائی ربط

7. اگر $R = \{(a,b) : a, b \in W, 3a + 2b = 16\}$ ہو تو R کی ڈومین اور رینج لکھیے۔

حل:

$3a + 2b = 16$ | $3a + 2b = 16$

اگر $a = 0$، $b = 8$ ہو تو | اگر $a = 4$، $b = 2$ ہو تو | اگر $a = 2$ اور $b = 5$ ہو تو

$3(0) + 2(8) = 16$ | $3(4) + 2(2) = 16$ | $3(2) + 2(5) = 16$

$0 + 16 = 16$ | $12 + 4 = 16$ | $6 + 10 = 16$

$16 = 16$ | $16 = 16$ | $16 = 16$

پس،

ڈومین $= \{0,2,4\}$

رینج $= \{2,5,8\}$

خلاصہ

☆ واضح اور جدا جدا اشیاء کے اجتماع یا اکٹھ کو سیٹ کہتے ہیں۔

قدرتی اعداد کا سیٹ $N = \{1, 2, 3, ...\}$

مکمل اعداد کا سیٹ $W = \{0, 1, 2, 3, ...\}$

صحیح اعداد کا سیٹ $Z = \{...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,.....\}$

ناطق اعداد کا سیٹ $Q = \{\frac{p}{q} \setminus p, q \in Z, q \neq 0\}$

غیر ناطق اعداد کا سیٹ Q'

حقیقی اعداد کا سیٹ $R = Q \cup Q'$

☆ اگر زیر بحث سیٹ اس طرح سے ہوں کہ ان میں ایک ایسا سیٹ ہو جو ان تمام سیٹوں کا فوقی (سپر) سیٹ ہو تو ایسا سیٹ یونیورسل سیٹ کہلاتا ہے جسے علامت 'U' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

☆ اگر سیٹ A کسی یونیورسل سیٹ U کا تحتی سیٹ ہو تو A کمپلیمنٹ جسے 'A' ، 'A' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ U کے ان تمام ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو A میں نہ ہوں اسے ہم A کا کمپلیمنٹ کہتے ہیں۔

☆ اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو کارتیسی ضرب $A \times B$ کا ہر تحتی سیٹ A سے B کی جانب ثنائی ربط کہلاتا ہے۔

☆ ایک ثنائی ربط 'f' دو غیر خالی سیٹوں A اور B کے درمیان اس طرح ہو کہ

(i) $f = A$ ڈومین

(ii) ثنائی ربط 'f' کوئی سے بھی دو مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکان میں تکرار نہ ہو تو 'f' کو A سے B کا فنکشن کہتے ہیں۔

☆ دو سیٹوں A اور B کے یونین سے مراد ان ارکان کا سیٹ ہے جو یا تو A میں یا B میں ہوں اسے $A \cup B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

☆ دو سیٹوں A اور B کا تقاطع جسے $A \cap B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے، سے مراد ایسا سیٹ ہے جو A اور B دونوں کے مشترک ارکان پر مشتمل ہو۔

☆ اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو A سے B کے فرق سے مراد A کے ان ارکان کا سیٹ جو سیٹ B میں نہ ہوں اسے علامتی طور پر $(A-B)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

معروضی سوالات

☆ **درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔**

1- کائنات کی ہر چیز چاہے وہ جاندار ہو یا بے جان کہلاتی ہے۔

(a) اجتماع (b) شے (c) اکٹھ (d) ارکان

2- x رکن ہے A کا علامتی طور پر لکھتے ہیں۔

(a) $x \subset A$ (b) $x \notin A$ (c) $x \in A$ (d) $x \subseteq A$

3- {1,2,3,4,..........} سیٹ ہے۔

(a) مکمل اعداد کا (b) طاق اعداد کا (c) قدرتی اعداد کا (d) جفت اعداد کا

4- قدرتی اعداد کے سیٹ کو ظاہر کیا جاتا ہے۔

(a) W سے (b) P سے (c) E سے (d) N سے

5- {0,1,2,3,4,5,..........} سیٹ ہے۔

(a) طاق اعداد کا (b) مکمل اعداد کا (c) ناطق اعداد کا (d) مرکب اعداد کا

6- مکمل اعداد کے سیٹ کو ظاہر کیا جاتا ہے۔

(a) W سے (b) Q سے (c) N سے (d) Q' سے

7- {..........,-3,-2,-1,0, 1,2,3,..........} سیٹ ہے۔

(a) طاق اعداد کا (b) صحیح اعداد کا (c) مرکب اعداد کا (d) غیر ناطق اعداد کا

8- صحیح اعداد کے سیٹ کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) O سے (b) E سے (c) Z سے (d) N سے

-9 {.........., -4, -2, 0, 2, 4, ...} سیٹ ہے۔

(a) جفت اعداد کا (b) مکمل اعداد کا (c) طاق اعداد کا (d) ناطق اعداد کا

-10 جفت اعداد کے سیٹ کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) O سے (b) B سے (c) Q' سے (d) E سے

-11 {..........,-3, -1,1,3,5,..........} سیٹ ہے۔

(a) قدرتی اعداد کا (b) مکمل اعداد کا (c) طاق اعداد کا (d) ناطق اعداد کا

-12 طاق اعداد کے سیٹ کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) Q سے (b) O سے (c) W سے (d) E سے

-13 {2,3,5,7,11,13,..........} سیٹ ہے۔

(a) مرکب اعداد کا (b) طاق اعداد کا (c) جفت اعداد کا (d) مفرد اعداد کا

-14 مفرد اعداد کے سیٹ کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) Q سے (b) Q' سے (c) P سے (d) E سے

-15 $Q=\left\{\frac{p}{q} : q\neq 0, p,q\in Z\right\}$ سیٹ ہے۔

(a) ناطق اعداد کا (b) غیر ناطق اعداد کا (c) طاق اعداد کا (d) جفت اعداد کا

-16 ناطق اعداد کے سیٹ کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) E سے (b) Q' سے (c) Q سے (d) O سے

-17 اگر $E=\{1,2,3,5,7\}$ اور $F=\{2,4,6,8\}$ تو $E\cup F$ ہوگا۔

(a) {1,3,5,7}
(b) {1,2,3,4,5,6,7,8}
(c) {2,4,5,6,8}
(d) {2,3,4,6,8}

-18 اگر $A = \{1,2,\}, B = \{2,3,\}$ اور $C = \{1,3\}$ تو ان کا کائناتی سیٹ ہوگا۔

(a) {1,2,3} (b) {1,2,4} (c) {2,3,4} (d) {1,3}

-19 $\{x \mid x\in U \wedge x\notin A\}$ برابر ہے۔

(a) U (b) ϕ (c) A' (d) $A\cup B$

-20 اگر $x\in A'$ تو

(a) $x\subset A$ (b) $x\notin A$ (c) $x\subseteq A$ (d) $x\wedge A$

-21 $U-A$ برابر ہے۔

(a) A (b) ϕ^c (c) ϕ (d) A^c

-22 $U-U$ برابر ہے۔

(a) ϕ (b) A (c) ϕ^c (d) $\cap$

-23 $U - \phi$ برابر ہے۔

(a) U (b) U^c (c) ϕ (d) ϕ^c

-24 $U - A^c$ برابر ہے۔

(a) کے U (b) کے ϕ (c) کے A (d) کے A^c

-25 $U - A'$ برابر ہے۔

(a) کے A^c (b) $(A^c)^c$ کے (c) کے U^c (d) کے U

-26 $A \cup A^c$ برابر ہے۔

(a) ϕ (b) A (c) U (d) ϕ^c

-27 $A \cap A^c$ برابر ہے۔

(a) U (b) A^c (c) ϕ^c (d) ϕ

-28 وین اشکال کو سب سے پہلے کس نے استعمال کیا۔

(a) جان وین (b) ارسطو (c) رابن وین (d) الخوارزمی

-29 وین اشکال میں عموماً یونیورسل سیٹ کو ظاہر کرتے ہیں۔

(a) مربعی علاقے سے (b) مثلثی علاقہ سے (c) دائروی علاقے سے (d) مستطیلی علاقے سے

-30 کسی بھی ثنائی ربط کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکین پر مشتمل سیٹ اس ثنائی ربط کا کہلاتا ہے۔

(a) ڈومین (b) دوسرا رکن (c) پہلا رکن (d) رینج

-31 کسی بھی ثنائی ربط کے مترتب جوڑوں کے دوسرے مقام پر موجود ارکین کا سیٹ اس ثنائی ربط کی کہلاتا ہے۔

(a) ڈومین (b) تفاعل (c) رینج (d) ربط

-32 اگر $C = \{1,2\}$ ہو تو $C \times C$ میں ثنائی روابط کی تعداد ہوگی۔

(a) 10 (b) 12 (c) 14 (d) 16

-33 اگر $A \times B = \{(3,1), (3,3,), (5,1), (5,3), (6,1), (6,3)\}$ ہو تو سیٹ A اور B ہوں گے۔

(a) $A = \{5,6\}, B = \{1,2,3\}$ (b) $A = \{3,5,6\}, B = \{1,3\}$

(c) $A = \{3,4,5\}, B = \{1,3\}$ (d) $A = \{3,5,7\}, B = \{2,3\}$

-34 دو سیٹوں کے کارتیسی حاصل ضرب کا تحتی سیٹ کہلاتا ہے۔

(a) ثنائی ربط (b) ڈومین (c) رینج (d) تفاعل

-35 اگر $R_1 = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$ ہو تو R_1 کی ڈومین ہوگی۔

(a) $\{1,3,4\}$ (b) $\{2,4,6\}$ (c) $\{1,2,3\}$ (d) $\{1,3,5\}$

-36 اگر $R_1 = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$ ہو تو R_1 کی رینج ہوگی۔

(a) $\{1,3,5\}$ (b) $\{2,4,6\}$ (c) $\{2,3,4\}$ (d) $\{2,3,4,5\}$

-37 اگر $f: A \longrightarrow B$ ہو تو سیٹ A کے ہر رکن کی امیج ہوگی۔

(a) سیٹ $A \times B$ میں (b) ڈومین میں (c) سیٹ B میں (d) رینج میں

-38 $(A \cup B)'$ برابر ہے۔

(a) $A' \cup B'$ (b) $A' \cap B'$ (c) $A' \cap B$ (d) $A \cap B'$

-39 $(A \cap B)'$ برابر ہے۔

(a) $A \cap B$ (b) $A \cup B'$ (c) $A' \cap B'$ (d) $A' \cup B'$

-40 اگر $R = \{(a,b): a, b \in W, 3a+2b = 16\}$ ہو تو R کی ڈومین ہوگی۔

(a) $\{2,6\}$ (b) $\{2,3\}$ (c) $\{2,4\}$ (d) $\{2,5\}$

جوابات:

-1 شے	-2 $x \in A$	-3 قدرتی اعداد کا	-4 N سے
-5 مکمل اعداد کا	-6 W سے	-7 صحیح اعداد کا	-8 Z سے
-9 جفت اعداد کا	-10 E سے	-11 طاق اعداد کا	-12 O سے
-13 مفرد اعداد کا	-14 P سے	-15 ناطق اعداد کا	-16 Q سے
-17 $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$	-18 $\{1,2,3\}$	-19 A'	-20 $x \notin A$
-21 A^c	-22 ϕ	-23 ϕ'	-24 A کے
-25 $(A^c)^c$	-26 U	-27 ϕ	-28 جان وین
-29 مستطیلی علاقہ سے	-30 ڈومین	-31 رینج	-32 [6
-33 $A = \{3,5,6\}, B = \{1,2\}$	-34 ثنائی ربط	-35 $\{1,3,5\}$	
-36 $\{2,4,6\}$	-37 سیٹ B میں	-38 $A' \cap B'$	-39 $A' \cup B'$
-40 $\{2,4\}$			

☆ مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔

-1 شے سے کیا مراد ہے؟

جواب: کائنات کی ہر چیز چاہے وہ جاندار ہو یا بے جان "شے" کہلاتی ہے۔

-2 سیٹ کی تعریف کریں۔

جواب: واضح متعارف اشیاء کے اکٹھ کو سیٹ کہتے ہیں۔

-3 سیٹوں کو کیسے ظاہر کرتے ہیں؟

جواب: کسی سیٹ کے نام کو بالعموم حروف تہجی A, B,C..........X,Y,Z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

-4 ارکان کی تعریف کریں۔

جواب: سیٹ میں موجود اشیاء ممبران یا ارکان کہلاتے ہیں۔

-5 سیٹ کے ممبران کو کیسے ظاہر کرتے ہیں؟

جواب: اراکین یا ممبران سیٹ کو چھوٹے حروف تہجی یا اعداد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

-6 سیٹوں کا یونین کیسے معلوم کرتے ہیں؟

جواب: اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو سیٹ A اور سیٹ B کے یونین سے مراد اُن ممبران پر مشتمل سیٹ ہوتا ہے جو کہ سیٹ A اور سیٹ B کے تمام ارکان پر مشتمل ہو۔

-7 سیٹوں کے یونین کو کیسے ظاہر کرتے ہیں؟

جواب: سیٹوں کے یونین کو درج ذیل طریقے سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

-8 اگر $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{2,4,6,8,10\}$ ہو تو $A \cup B$ معلوم کریں۔

حل:

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5\} \cup \{2,4,6,8,10\}$$
$$= \{1,2,3,4,5,6,8,10\}$$

-9 $A \cup B$ معلوم کیجیے اگر $A = \{a,b,c\}$ اور $B = \{a,e,i,o,u\}$

حل:

$$A \cup B = \{a,b,c\} \cup \{a,e,i,o,u\}$$
$$= \{a,b,c,e,i,o,u\}$$

-10 $C \cup D$ معلوم کیجیے اگر $C = \{2,3,4,5\}$ اور $D = \{6,7\}$

حل:

$$C \cup D = \{2,3,4,5\} \cup \{6,7\}$$
$$= \{2,3,4,5,6,7\}$$

-11 سیٹوں کے تقاطع سے کیا مراد ہے؟

جواب: دو سیٹوں A اور B کا تقاطع $A \cap B$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور یہ ان ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو A اور B دونوں کے مشترک ارکان ہوں۔

-12 سیٹوں کے تقاطع کو کیسے ظاہر کرتے ہیں؟

جواب: سیٹوں کے تقاطع کو درج ذیل طریقے سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ اور } x \in B\}$$

-13 $A \cap B$ معلوم کیجیے اگر $A = \{2,3,5,7,11\}$ اور $B = \{1,3,5,7,9\}$

حل:

$$A \cap B = \{2,3,5,7,11\} \cap \{1,3,5,7,9\}$$
$$= \{3,5,7\}$$

-14 $E \cap F$ معلوم کیجیے اگر $E = \{1,2,3,4,6,12\}$ اور $F = \{1,2,3,4,6,9,18\}$

حل:

$$E \cap F = \{1,2,3,4,6,12\} \cap \{1,2,3,4,6,9,18\}$$
$$= \{1,2,3,4,6\}$$

15- کائناتی سیٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب: اگر کچھ سیٹ زیر بحث ہوں تو ان میں ایک سیٹ ایسا بھی ہو سکتا ہے کہ وہ ان سب سیٹوں کا فوقی سیٹ ہو۔ ایسا سیٹ کائناتی یعنی یونیورسل سیٹ کہلاتا ہے۔ جسے ہم علامت 'U' سے ظاہر کرتے ہیں۔

16- سیٹ کے کمپلیمنٹ کی تعریف کریں۔

جواب: اگر سیٹ A کسی یونیورسل سیٹ U کا تحتی ہو تو سیٹ A کا کمپلیمنٹ سیٹ، یونیورسل سیٹ U کے لحاظ سے سیٹ U کے ان تمام ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ A میں نہ ہوں۔ اسے علامتی طور پر A' یا A^C سے ظاہر کرتے ہیں۔

17- اگر $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ اور $A = \{3,4,5\}$ تو A^c معلوم کیجئے۔

حل:

$$A^c = U - A$$
$$= \{1,2,3,4,5,6,7\} - \{3,4,5\}$$
$$= \{1,2,6,7\}$$

18- اگر $A = \{9,10,11,12,\ldots\ldots,20\}$ اور $U = \{1,2,3,\ldots\ldots,20\}$ تو $A \cup A^c$ اور $A \cap A^c$ معلوم کریں۔

حل:

$$A^c = U - A$$
$$= \{1,2,3,\ldots\ldots,20\} - \{9,10,11,12,\ldots\ldots,20\}$$
$$= \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$
$$A \cup A^c = \{9,10,11,12,\ldots\ldots,20\} \cup \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$
$$= \{1,2,3,\ldots\ldots,20\}$$
$$= U$$
$$A \cap A^c = \{9,10,11,12,\ldots\ldots,20\} \cap \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$
$$= \phi$$

19- دو سیٹوں کے فرق سے کیا مراد ہے؟

جواب: اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو A سے B کا فرق سیٹ A کے ان ارکان پر مشتمل ہوگا جو سیٹ B میں موجود نہ ہوں۔ علامتی طور پر اسے $A - B$ یا A/B سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

20- اگر $B = \{2,4,6,8\}$ اور $A = \{2,3,4,5\}$ تو $A - B$ اور $B - A$ معلوم کریں۔

حل:

$$A - B = \{2,3,4,5\} - \{2,4,6,8\}$$
$$= \{3,5\}$$
$$B - A = \{2,4,6,8\} - \{2,3,4,5\}$$
$$= \{6,8\}$$

-21 اگر $B = \{1,2,3,4,7,8,9,10\}$ اور $A = \{3,4,5,6,7\}$ ہو تو ثابت کریں۔ $A - B \neq B - A$

حل:

$$A - B = \{3,4,5,6,7\} - \{1,2,3,4,7,8,9,10\}$$
$$= \{5,6\}$$
$$B - A = \{1,2,3,4,7,8,9,10\} - \{3,4,5,6,7\}$$
$$= \{1,2,8,9,10\}$$

پس
$$A - B \neq B - A$$

-22 خاصیت مبادلہ بلحاظ یونین کو ثابت کریں۔

حل: فرض کیا کہ

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ یا } x \in B\}$$
$$= \{x : x \in B \text{ یا } x \in A\}$$
$$= \{x : x \in (B \cup A)\}$$
$$= B \cup A$$

پس
$$A \cup B = B \cup A$$

-23 خاصیت تلازم بلحاظ یونین کو ثابت کریں۔

حل: فرض کیا کہ

$$(A \cup B) \cup C = \{x : x \in (A \cup B) \text{ یا } x \in C\}$$
$$= x : (x \in A \text{ یا } x \in B) \text{ یا } x \in C\}$$
$$= \{x : x \in A \text{ یا } (x \in B \text{ یا } x \in C)\}$$
$$= \{x : x \in A \text{ یا } x \in (B \cup C)\}$$
$$= A \cup (B \cup C)$$
$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

-24 اگر $B = \{7,8,9,10\}$ اور $A = \{1,2,3,4\}$ ہو تو ثابت کیجئے کہ $A \cup B = B \cup A$

حل:

$$A \cup B = \{1,2,3,4\} \cup \{7,8,9,10\}$$
$$= \{1,2,3,4,7,8,9,10\} \text{..........(i)}$$
$$B \cup A = \{7,8,9,10\} \cup \{1,2,3,4\}$$
$$= \{1,2,3,4,7,8,9,10\} \text{..........(ii)}$$

نتائج (i) اور (ii) سے
$$A \cup B = B \cup A$$

-25 اگر $C = \{2,6\}$ اور $B = \{7,8,9,10\}$, $A = \{1,2,3,4\}$ ہو تو ثابت کیجئے کہ
$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

حل:

$$(A\cup B)\cup C = (\{1,2,3,4\}\cup\{7,8,9,10\})\cup\{2,6\}$$
$$= \{1,2,3,4,7,8,9,10\} \cup \{2,6\}$$
$$= \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\} \cdots\cdots (i)$$
$$A\cup(B\cup C) = \{1,2,3,4\} \cup (\{7,8,9,10\}\cup\{2,6\})$$
$$= \{1,2,3,4\} \cup \{2,6,7,8,9,10\}$$
$$= \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\} \cdots\cdots (ii)$$

نتائج (i) اور (ii) سے

$$(A\cup B)\cup C = A\cup(B\cup C)$$

-26 خاصیت مبادلہ بلحاظ تقاطع کو ثابت کریں۔

حل: فرض کیا کہ

$A\cap B = \{x : x\in A$ اور $x\in B\}$

$= \{x : x\in B$ اور $x\in A\}$

$= \{x : x\in (B\cap A)\}$

$= B\cap A$

پس

$A\cap B = B\cap A$

-27 خاصیت تلازم بلحاظ تقاطع کو ثابت کریں۔

حل: فرض کیا کہ

$(A\cap B)\cap C = x : x\in (A\cap B)$ اور $x\in C\}$

$= \{x : (x\in A$ اور $x\in B)$ اور $x\in C\}$

$= \{x : x\in A$ اور $x\in B$ اور $x\in C\}$

$= \{x : x\in A$ اور $(x\in B$ اور $x\in C)\}$

$= \{x : x\in A$ اور $x\in (B\cap C)\}$

$= \{x : x\in A\cap(B\cap C)\}$

$= A\cap(B\cap C)$

پس

$(A\cap B)\cap C = A\cap(B\cap C)$

-28 وین اشکال سے کیا مراد ہے؟

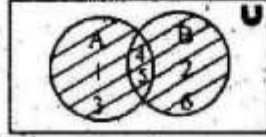
جواب: سیٹوں کے درمیان تعلق کو مناظری لحاظ سے ظاہر کرنے کے لیے ہم سیٹوں کو اشکال کے ذریعے ظاہر کرتے ہیں۔ جو کہ وین اشکال کہلاتی ہیں۔

-29 اگر $A = \{1,3,4,5\}$ اور $B = \{2,4,5,6\}$ ہو تو $A\cup B$ کو وین اشکال سے ظاہر کریں۔

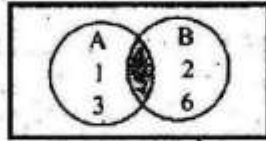
حل:

$$
\begin{aligned}
A\cup B &= \{1,3,4,5\}\cup\{2,4,5,6\} \\
&= \{1,2,3,4,5,6\}
\end{aligned}
$$

-30 اگر $B = \{2,4,5,6\}$ اور $A = \{1,3,4,5\}$ ہو تو $A\cap B$ کو وین اشکال سے ظاہر کریں۔

حل:

$$
\begin{aligned}
A\cap B &= \{1,3,4,5\}\cap\{2,4,5,6\} \\
&= \{4,5\}
\end{aligned}
$$

-31 اگر $C = \{3,4,5,7\}$ اور $B = \{4,6,8,9\}$, $A = \{1,4,7,8\}$ ہو تو $(A\cup B)\cup C$ معلوم کریں۔

حل:

$$
\begin{aligned}
(A\cup B)\cup C &= (\{1,4,7,8\}\cup\{4,6,8,9\})\cup\{3,4,5,7\} \\
&= \{1,4,6,7,8,9\}\cup\{3,4,5,7\} \\
&= \{1,3,4,5,6,7,8,9\} \\
&=
\end{aligned}
$$

-32 اگر $C = \{3,4,5,7\}$ اور $B = \{4,6,8,9\}$, $A = \{1,4,7,8\}$ ہو تو $(A\cap B)\cap C$ معلوم کریں۔

حل:

$$
\begin{aligned}
(A\cap B)\cap C &= (\{1,4,7,8\}\cap\{4,6,8,9\})\cap\{3,4,5,7\} \\
&= \{4,8\}\cap\{3,4,5,7\} \\
&= \{4\}
\end{aligned}
$$

-33 اگر $C = \{2,3,5\}$, $B = \{11,17,19,23\}$, $A = \{1,7,11,15,17,21\}$ ہو تو ثابت کیجئے کہ
$(A\cap B)\cap C = A\cap(B\cap C)$

حل:

$$
\begin{aligned}
L.H.S &= (A\cap B)\cap C \\
&= (\{1,7,11,15,17,21\}\cap\{11,17,19,23\})\cap\{2,3,5\} \\
&= \{11,17\}\cap\{2,3,5\} \\
&= \{\ \} \quad \text{.........(i)}
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned} R.H.S &= A\cap(B\cap C) \\ &= \{1,7,11,15,17,21\}\cap(\{11,17,19,23\}\cap\{2,3,5\}) \\ &= \{1,7,11,15,17,21\}\cap\{\ \} \\ &= \{\ \} \quad \text{..........(ii)} \end{aligned}$$

مساوات (i) اور (ii) سے ثابت ہوا کہ

$$(A\cap B)\cap C = A\cap(B\cap C)$$

-34 اگر $A = \{3,5,6\}, B = \{1,3\}$ تو $A \times B$ اور $B \times A$ معلوم کر کے ڈومین اور رینج معلوم کریں۔

حل:

$$A = \{3,5,6\}\ ,\ B = \{1,3\}$$
$$A \times B = \{(3,1),(3,3),(5,1),(5,3),(6,1),(6,3)\}$$
ڈومین $= \{3,5,6\}$

رینج $= \{1,3\}$

$$\begin{aligned} B \times A &= \{1,3\} \times \{3,5,6\} \\ &= \{(1,3),(1,5),(1,6),(3,3),(3,5),(3,6)\} \end{aligned}$$
ڈومین $= \{1,3\}$

رینج $= \{3,5,6\}$

-35 اگر $A = \{a,b,c\}$، $B = \{2,4,6\}$ اور $f = \{(a,4),(b,4),(c,4)\}$ ایک $A \times B$ سے ثنائی ربط ہو تو ثابت کیجئے کہ 'f' A ان ٹو B فنکشن ہے۔

حل:

$$A = \{a,b,c\}\ ,\ B = \{2,4,6\}$$
$$f = \{(a,4),(b,4),(c,4)\}$$
$$A \times B = \{(a,2),(a,4),(a,6)(b,2),(b,4),(b,6),(c,2),(c,4),(c,6)\}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ

(i) $f \subset A\times B$

(ii) $f = \{a,b,c\} = A$

(iii) f کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے ارکان میں تکرار نہیں ہے یا یوں کہ سیٹ A کا ہر ایک رکن ایک اور صرف ایک مرتبہ سیٹ B کے ایک رکن سے جوڑا گیا ہے۔

(iv) رینج $f = \{4\} \subset B$ لیکن $f \neq B$

لہٰذا 'f' A ان ٹو B فنکشن ہے۔

✱✱✱

LINEAR GRAPHS

- کارتیسی مستوی اور خطی گراف
- گراف مبادلہ

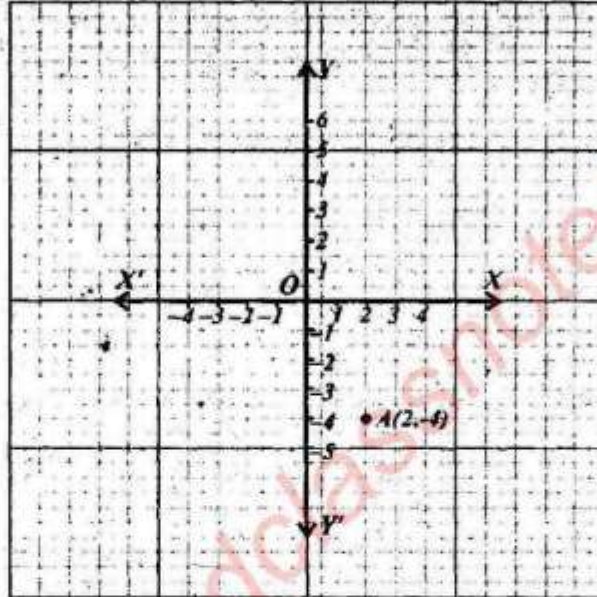
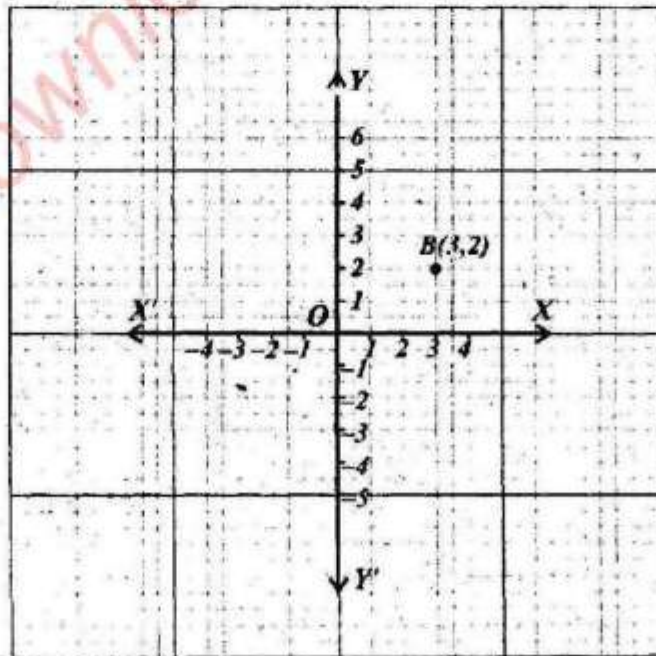
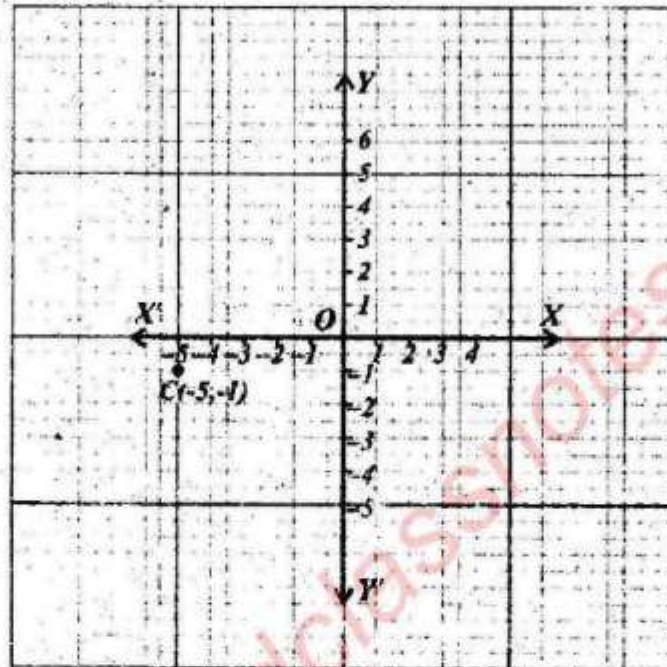
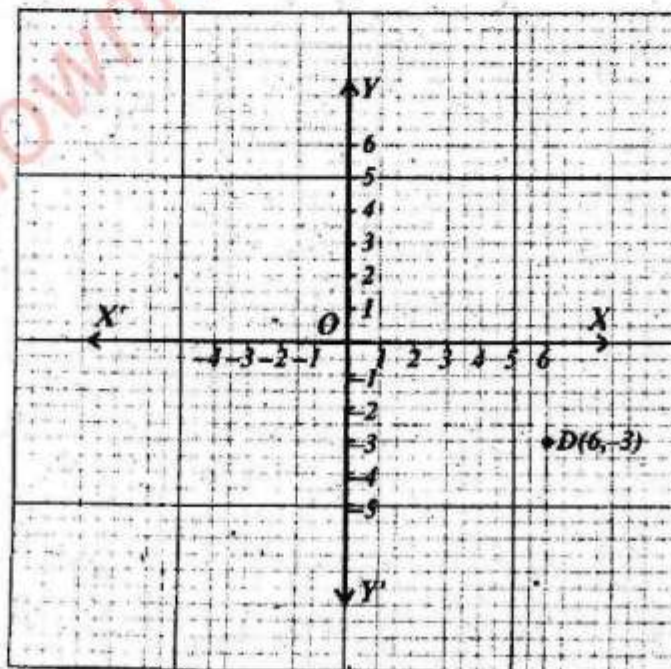
اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- کہ حقیقی اعداد کے جوڑے کو مترتب جوڑے کے طور پر لے سکتے ہیں۔
- مترتب جوڑے کی پہچان کیا ہے مثلاً مترتب جوڑے (2,3) کو کسی امتحانی مرکز میں لگی سیٹنگ پلان میں سیٹ کا تعین دوسری قطار اور تیسرے کالم کی صورت میں کر سکیں۔
- کہ کسی مستطیلی یا کارتیسی مستوی پر ایک دوسرے پر متقاطع محوری خطوط جو نقطہ پر قطع کرتے ہوں کو ظاہر کرتے ہیں۔
- کہ مبداء (O) اور محوری محوروں کی پہچان بطور X-axis محور اور Y-axis محور کیا ہے۔
- کہ کسی مترتب جوڑے (a,b) کو محوری مستوی پر ظاہر کیسے کرتے ہیں۔
  - 'a' کو 'x' ۔ محور یا (Abscisa)
  - 'b' کو y محور یا (Ordinate)
- کہ دیے گئے نقاط کے سیٹ کو ملا کر جیومیٹری کی مختلف اشکال مثلاً خط ۔ مثلث ۔ یا مستطیل وغیرہ کیسے بنتے ہیں۔
- کہ دو متغیرات میں دی گئی مساواتوں کی ان متغیرات کی مساوات پر پورا اترنے والی جوڑا قیمتوں کا جدول بنانا۔
- کہ ریاضی کے کسی فقرہ کو ان جوڑوں کی مدد سے گراف میں ظاہر کیسے کرتے ہیں۔
- کہ مناسب سکیل کا تعین کر کے گراف کیسے بناتے ہیں۔
- گراف بنانا درج ذیل مساواتوں کی صورت میں۔
  - $y = mx + c$
  - $y = mx$
  - $x = a$
  - $y = c$
- کہ کسی جدول میں دی گئی عددی قیمتوں سے گراف کیسے بنتا ہے۔
- کہ گراف کی مدد سے کسی فنکشن (تفاعل) کی ڈومن اور رینج کا تعین کیسے ہوتا ہے۔
- کہ راست تناسب میں دی گئی دو مقداروں کے باہمی تعلق کو گراف کی مدد سے واضح کیسے کیا جاتا ہے۔
- کہ گراف کی مدد سے ایک مقدار کا دوسری مقدار سے موازنہ کیسے ہوتا ہے۔
- کہ گراف کی مدد سے مقداروں میں باہمی تبدیلی کا مطالعہ کیسے کیا جاتا ہے۔
  - میل اور کلومیٹر کا
  - ایکڑ اور ہیکٹر کا
  - سینٹی گریڈ سے فارن ہیٹ ڈگری کا
  - پاکستانی کرنسی سے کسی دوسرے ملک کی کرنسی میں تبادلہ

حل مشق 9.1

1. نیچے درج کیے گئے نقاط کو گراف پر ظاہر کیجیے۔

حل:

(i) $A(2,-4)$

(ii) $B(3,2)$

حل:

(iii) $C(-5,-1)$

حل:

(iv) $D(6,-3)$

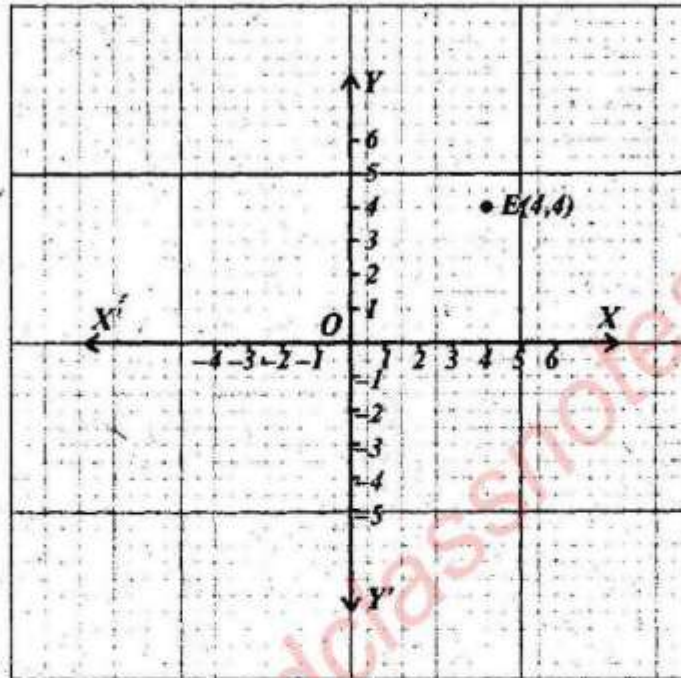
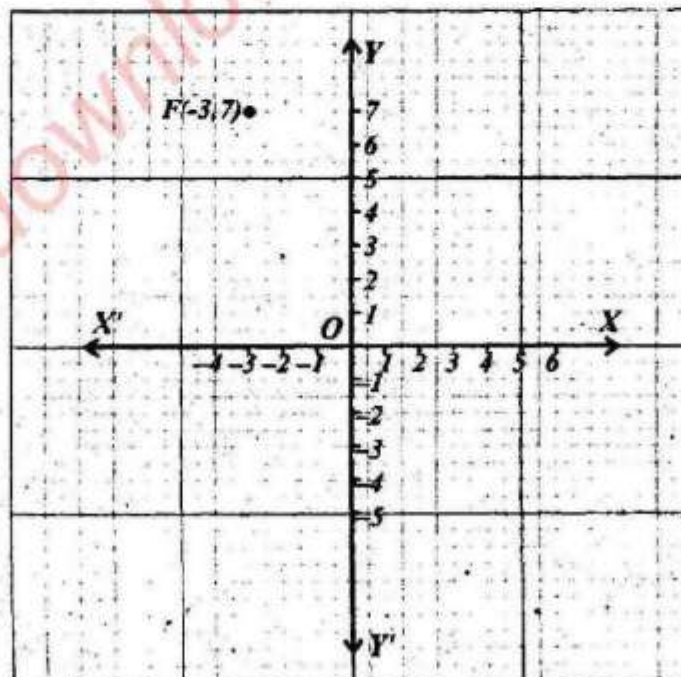
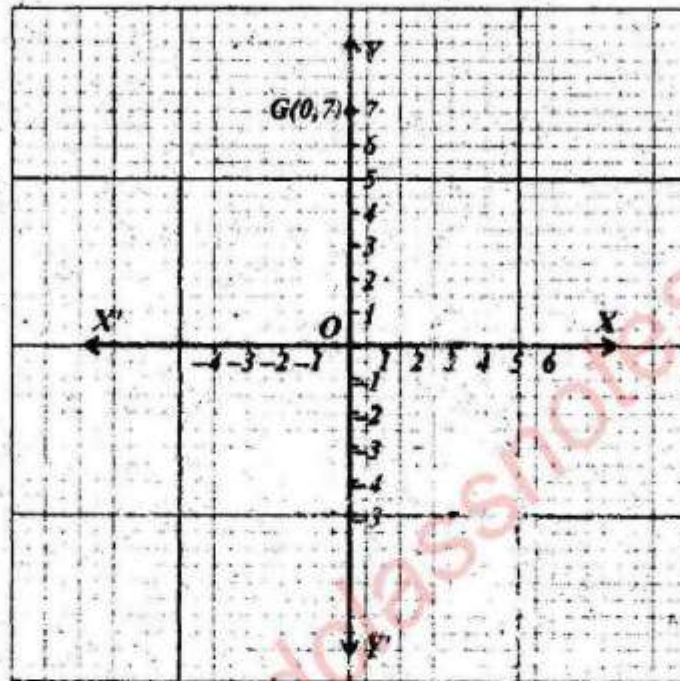
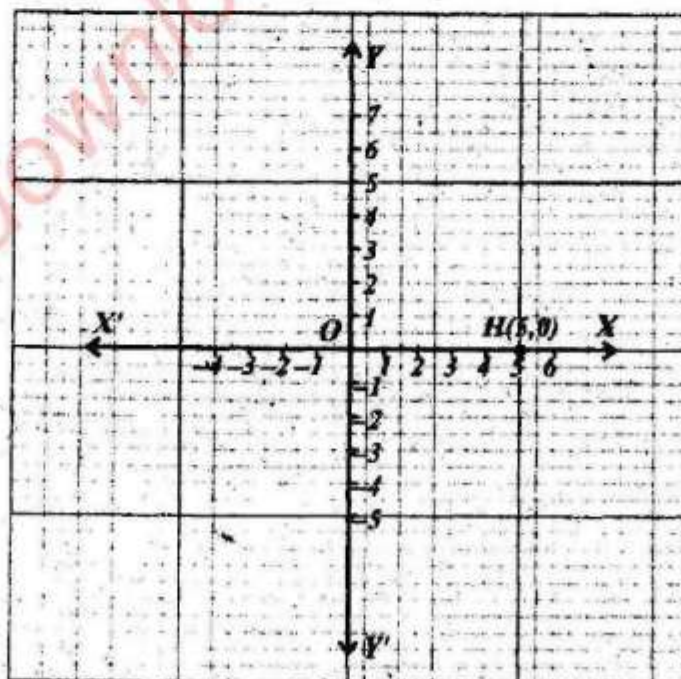
حل:

(v) E(4,4)
حل:
E(4,4)
Y
X'
O
X
Y'
(vi) F(−3,7)
حل:
F(-3,7)
Y
X'
O
X
Y'

(vii) $G(0,7)$

حل:

(viii) $H(5,0)$

حل:

2. نیچے دیے گئے نقاط کے محددات لکھیے۔

(i) مبداء۔ حل: (0,0)

(ii) ایسا نقطہ x۔محور پر بائیں جانب جو مبداء سے 5 یونٹس کے فاصلہ پر ہو۔ حل: (−5,0)

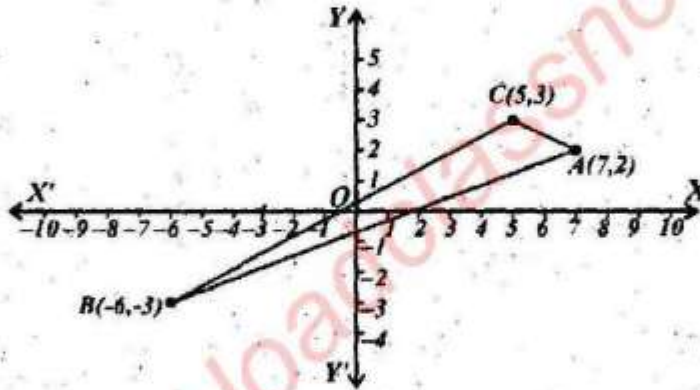
(iii) ایسا نقطہ x۔محور پر دائیں جانب جو مبداء سے 3 یونٹس کے فاصلہ پر ہو۔ حل: (3,0)

(iv) ایسا نقطہ y۔محور پر x۔محور سے اوپر 4 یونٹس ہو۔ حل: (0,4)

(v) ایسا نقطہ y۔محور پر x۔محور سے نیچے 6 یونٹس ہو۔ حل: (0,-6)

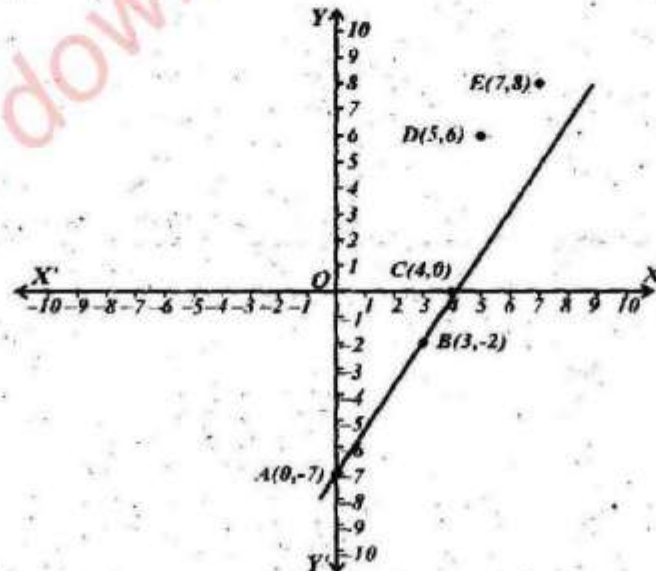
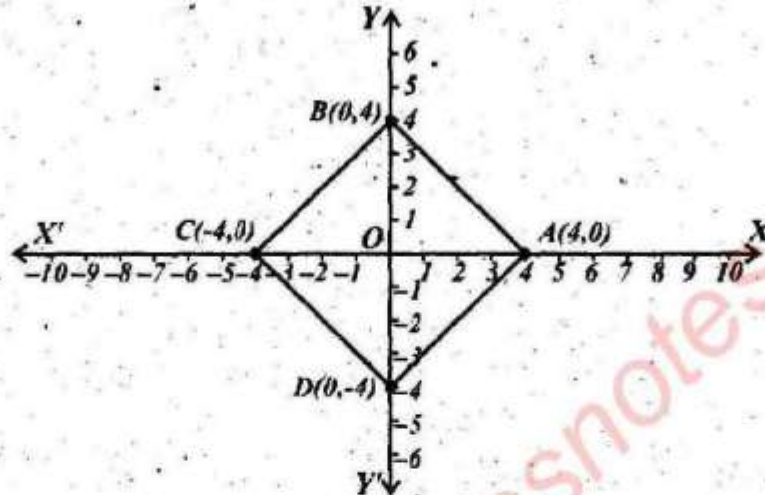
3. درج ذیل نقاط کو گراف پیپر پر بنا کر اور ان کو ملا کر اشکال بنائیے۔

(i) $A(7,2)$, $B(-6,-3)$, $C(5,3)$

حل:

(ii) $A(0,-7), B(3,-2), C(4,0), D(5,6), E(7,8)$

حل:

(iii) $A(4,0), B(0,4), C(-4,0), D(0,-4)$

حل:

(iv) $A(10,6), B(-10,6), C(-10,-6), D(10,-6)$

حل:

حل مشق 9.2

مندرجہ ذیل کے گراف کھینچیے۔

1. $y = 3x$

حل:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−9	−6	−3	0	3	6	9

اگر $x = -3$ ہو
$y = 3(-3) = -9$

اگر $x = -2$ ہو
$y = 3(-2) = -6$

اگر $x = -1$ ہو
$y = 3(-1) = -3$

اگر $x = 0$ ہو
$y = 3(0) = 0$

اگر $x = 1$ ہو
$y = 3(1) = 3$

اگر $x = 2$ ہو
$y = 3(2) = 6$

اگر $x = 3$ ہو
$y = 3(3) = 9$

2. $y = x + 7$

حل:

x	-1	0	1	2	3
y	6	7	8	9	10

اگر $x = -1$ ہو
$y = -1 + 7 = 6$

اگر $x = 0$ ہو
$y = 0 + 7 = 7$

اگر $x = +1$ ہو
$y = 1 + 7 = 8$

اگر $x = 2$
$y = 2 + 7 = 9$

اگر $x = 3$ ہو
$y = 3 + 7 = 10$

3. $y = 2x - 3$

حل:

x	−2	−1	0	1	2	3
y	−7	−5	−3	−1	1	3

اگر $x = -2$ ہو تو
$y = 2(-2) - 3 = -4 - 3 = -7$

اگر $x = -1$ ہو تو
$y = 2(-1) - 3 = -2 - 3 = -5$

اگر $x = 0$ ہو تو
$y = 2(0) - 3 = 0 - 3 = -3$

اگر $x = 1$ ہو تو
$y = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1$

اگر $x = 2$ ہو تو
$y = 2(2) - 3 = 4 - 3 = 1$

اگر $x = 3$ ہو تو
$y = 2(3) - 3 = 6 - 3 = 3$

4. $y = 4x + 1$

حل:

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	-3	1	5	9

اگر $x = -2$ ہو تو

$y = 4(-2) + 1 = -8 + 1 = -7$

اگر $x = -1$ ہو تو

$y = 4(-1) + 1 = -4 + 1 = -3$

اگر $x = 0$ ہو تو

$y = 4(0) + 1 = 0 + 1 = 1$

اگر $x = 1$ ہو تو

$y = 4(1) + 1 = 4 + 1 = 5$

اگر $x = 2$ ہو تو

$y = 4(2) + 1 = 8 + 1 = 9$

5. $y = -\frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

حل:

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	0	-0.5	-1	-1.5	-2	-2.5

اگر $x = -3$ ہو تو

$$y = -\frac{(-3)}{2} - \frac{3}{2}$$

اگر $x = -2$ ہو تو

$$y = -\frac{(-2)}{2} - \frac{3}{2}$$

$= \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$ $\qquad$ $= 1 - \frac{3}{2} = -0.5$

اگر $x = -1$ ہو تو

$y = \frac{-(-1)}{2} - \frac{3}{2}$

$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$

اگر $x = 0$ ہو تو

$y = -\frac{0}{2} - \frac{3}{2}$

$= 0 - \frac{3}{2} = -1.5$

اگر $x = 1$ ہو تو

$y = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$

$= \frac{-1}{2} - \frac{3}{2} = -2$

اگر $2x = 2$ ہو تو

$y = -\frac{2}{2} - \frac{3}{2}$

$= -1 - \frac{3}{2} = -2.5$

6. $y = x - 1$

حل:

x	−1	0	1
y	−2	−1	0

اگر $x = -1$ ہو تو

$y = -1 - 1 = -2$

اگر $x = 0$ ہو تو

$y = 0 - 1 = -1$

اگر $x = 1$ ہو تو

$y = 1 - 1 = 0$

7. $y = 2x - 3$

حل:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-7	-5	-3	-1	1	3

اگر $x = -3$ ہو تو

$y = 2(-3) - 3 = -6 - 3 = -9$

اگر $x = -2$ ہو تو

$y = 2(-2) - 3 = -4 - 3 = -7$

اگر $x = -1$ ہو تو

$y = 2(-1) - 3 = -2 - 3 = -5$

اگر $x = 0$ ہو تو

$y = 2(0) - 3 = 0 - 3 = -3$

اگر $x = 1$ ہو تو

$y = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1$

اگر $x = 2$ ہو تو

$y = 2(2) - 3 = 4 - 3 = 1$

اگر $x = 3$ ہو تو

$y = 2(3) - 3 = 6 - 3 = 3$

8. $y = 3x + 5$

حل:

x	-2	-1	0
y	-1	2	5

اگر $x = -2$ ہو تو

$y = 3(-2) + 5 = -6 + 5 = -1$

اگر $x = -1$ ہو تو

$y = 3(-1) + 5 = -3 + 5 = 2$

اگر $x = 0$ ہو تو

$y = 3(0) + 5 = 0 + 5 = 5$

9. $y = \frac{x}{2}$

حل:

x	4	6	8	10	12
y	2	3	4	5	6

اگر $x = 4$ ہو تو

$y = \frac{4}{2} = 2$

اگر $x = 6$ ہو تو

$y = \frac{6}{2} = 3$

اگر $x = 8$ ہو تو

$y = \frac{8}{2} = 4$

اگر $x = 10$ ہو تو

$y = \frac{10}{2} = 5$

اگر $x = 12$ ہو تو

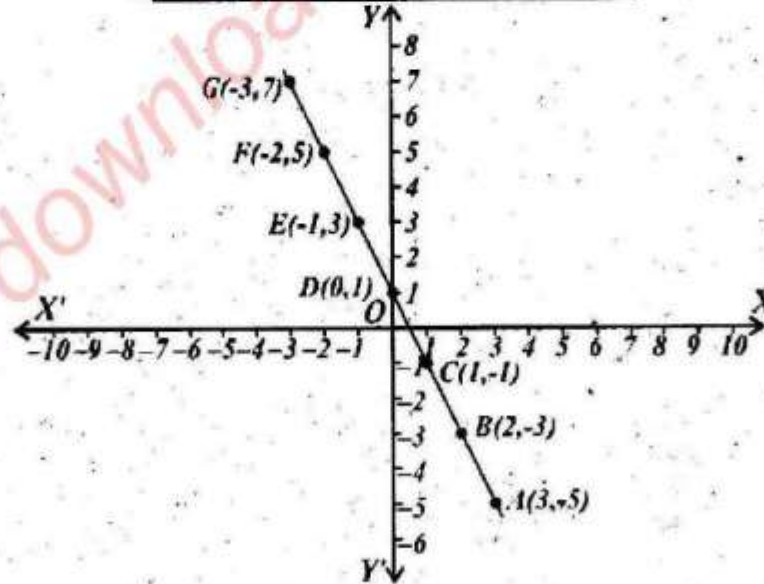
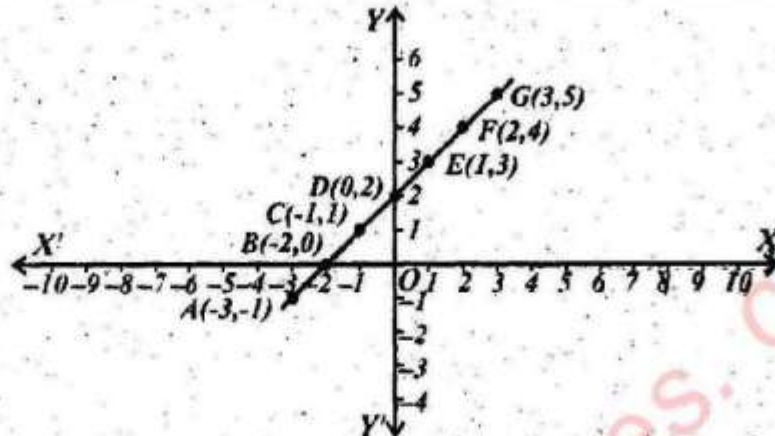
$y = \frac{12}{2} = 6$

10. نقاط $A(1,0), B(7,0), C(1,8)$ کے گراف کھینچئے۔

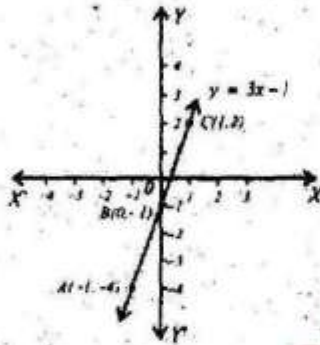
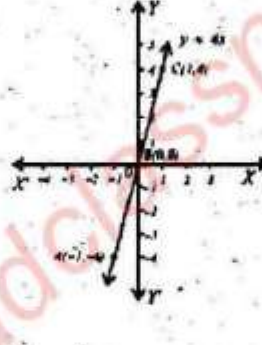
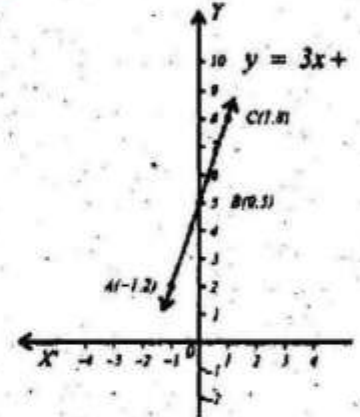
11. دیے گئے جدولوں کے گراف کھینچئے۔

(i)

x	3	2	1	0	-1	-2	-3
y	-5	-3	-1	1	3	5	7

(ii)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-1	0	1	2	3	4	5

دیئے گئے گراف کی مدد سے فنکشن کی ڈومین اور رینج معلوم کیجیے۔

12.
ڈومین = {−1, 0, 1}
رینج = {−4, −1, 2}

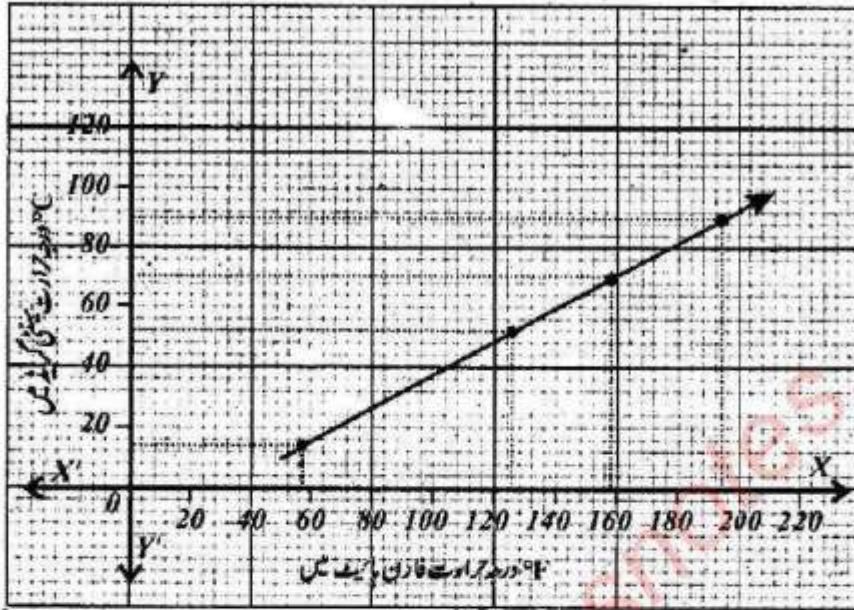
13.
ڈومین = {−1, 0, 1}
رینج = {−4, 0, 4}

14.
ڈومین = {−1, 0, 1}
رینج = {2, 5, 8}

حل مشق 9.3

1. جدول میں فارن ہائیٹ °F اور اس کے متساوی سینٹی گریڈ میں قیمتیں درج ہیں۔

°F درجہ حرارت فارن ہائیٹ	57	126	158	194
°C درجہ حرارت سینٹی گریڈ	14	52	70	90

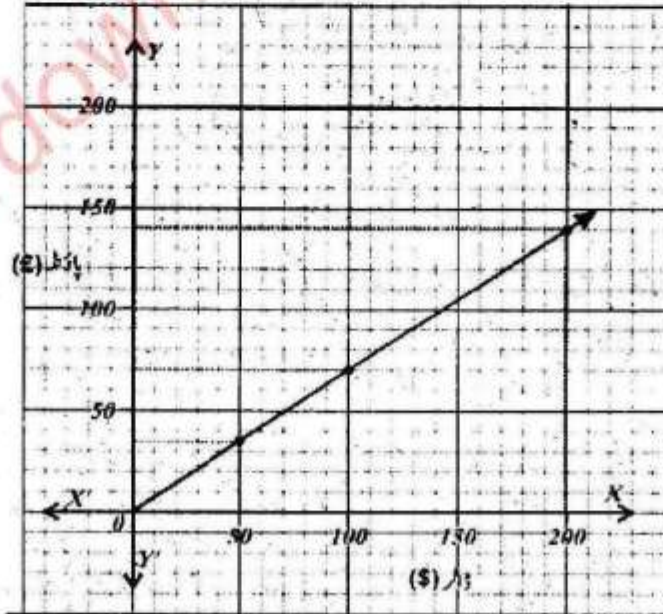
ان نقاط کو 0° سے 100° اور فارن ہائیٹ سکیل 0° تا 220° گراف پیپر پر ظاہر کیجیے۔ جبکہ دونوں محوروں پر یونٹس 20 = 5 چھوٹے مربع رکھیں۔ اپنے گراف کو استعمال کرتے ہوئے درج ذیل کی تبدیلی معلوم کیجیے۔

(a) 97°F کو °C میں
(b) 127°F کو °C میں
(c) 25°C کو °F میں
(d) 80°C کو °F میں

حل: (a) 97°F = 36°C (b) 127°F = 52°C (c) 25°C = 77°F (d) 80°C = 176°F

2. دی گئی جدول مختلف رقوم کے لیے امریکی ڈالروں (\$) سے پونڈوں (£) میں تبدیلی کو ظاہر کرتی ہے۔

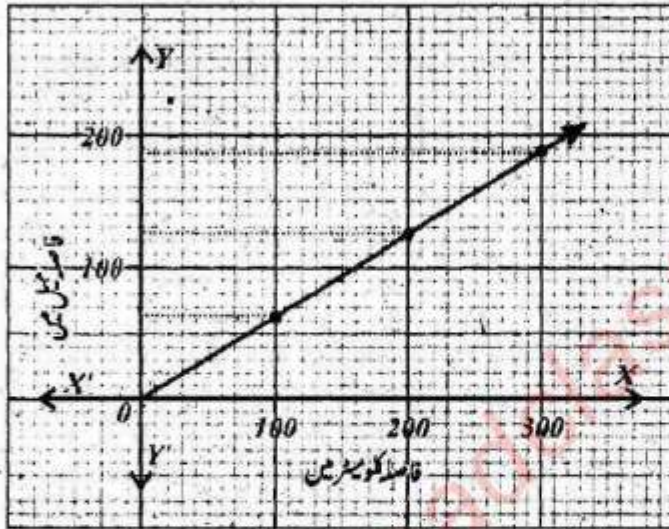
\$	50	100	200
£	35	70	140

اب نقاط کو گراف پیپر پر ظاہر کر کے ان کو ملا کر ایک سیدھا خط حاصل کیجیے۔ دونوں محوروں پر یونٹس 50 = 5 چھوٹے مربع لے کر گراف مکمل کیجیے۔ اپنے گراف کو درج ذیل تبدیلی کے لیے استعمال کیجیے۔

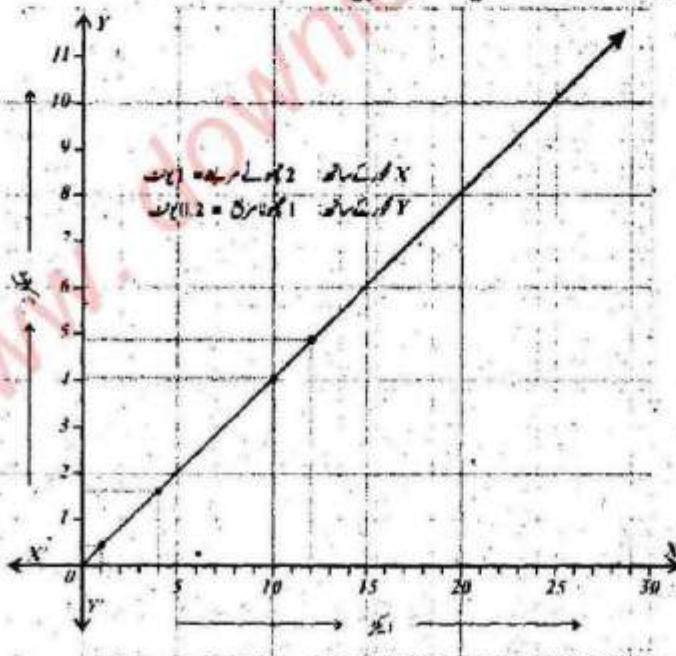
(a) \$160 = £....... (b) \$160 = £....... (c) £160 = \$....... (d) £160 = \$.......

حل: (a) $160 = £113 (b) $160 = £113 (c) £115 = $230 (d) £115 = $230

.3 نیچے دیے گئے جدول میں کلومیٹر کی مختلف قدروں کی مساوی میل میں قدریں دی گئی ہیں۔

کلومیٹر	0	100	200	300
میل	0	62.5	125	187.5

ان قدروں کو گراف پیپر پر ظاہر کیجیے۔ X۔محور پر 10 چھوٹے مربع = 100 کلومیٹر جبکہ Y۔محور پر 10 چھوٹے مربع = 100 میل رکھیے۔ اپنے گراف کو مندرجہ ذیل تبدیلیوں کے لیے استعمال کیجیے۔

(a) 140 کلومیٹر = ... میل
(b) 175 کلومیٹر = ... میل
(c) 50 میل = ... کلومیٹر
(d) 100 میل = ... کلومیٹر

حل: (a) 140 کلومیٹر = 88 میل
(b) 175 کلومیٹر = 110 میل
(c) 50 میل = 80 کلومیٹر
(d) 100 میل = 160 کلومیٹر

.4 نیچے دیے گئے گراف کو مندرجہ ذیل تبدیلیوں میں لکھنے کے لیے استعمال کیجیے۔

(a) 16 ایکڑ = ... ہیکٹر
(b) 18 ایکڑ = ... ہیکٹر
(c) 6.0702 ہیکٹر = ... ایکڑ
(d) 24 ایکڑ = ... ہیکٹر
(e) 11.3311 ہیکٹر = ... ایکڑ

حل:
(a) 16 ایکڑ = 2.48 ہیکٹر
(b) 18 ایکڑ = 7.4 ہیکٹر
(c) 6.0702 ہیکٹر = 14.7 ایکڑ
(d) 24 ایکڑ = 10.6 ہیکٹر
(e) 11.3311 ہیکٹر = 25.5 ایکڑ

حل جائزہ مشق 9

.1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگایئے:

(i) مبداء کے محددات کیا ہوتے ہیں؟

(a) (1,1) (b) (0,1) (c) (0,0) (d) (1,0)

(ii) کسی نقطہ کا Y۔محور سے عمودی فاصلہ کیا کہلاتا ہے؟

(a) افقی لائن (b) مبداء (c) عمودی لائن (d) محور

(iii) کسی نقطہ کا X۔محور سے عمودی فاصلہ کیا کہلاتا ہے؟

(a) افقی لائن (b) مبداء (c) ایبسا (d) آرڈینیٹ

(iv) $2x + y = 6$ میں $x = 1$ رکھنے سے $y = ?$

(a) -4 (b) -8 (c) 4 (d) 8

(v) $2x - y = 6$ میں $y = 2$ رکھنے سے $x = ?$

(a) -2 (b) 2 (c) -4 (d) 4

(vi) مساوات $y = c$ کی شکل میں گراف پر y محدد کیا ہوتا ہے؟

(a) -1 (b) 0 (c) c (d) 1

(vii) مساوات $y = a$ کے گراف پر x محدد کیا ہوتا ہے؟

(a) c (b) 1 (c) متغیر (d) a

(viii) $f(x) = \frac{x}{2}, 4 \le x \le 12, x$ جبکہ x ایک جفت عدد ہو تو f(x) کی ڈومین کیا ہے؟

(a) $\{2,3,4,5,6\}$ (b) $\{4,6,8,10\}$ (c) $\{6,8,10\}$ (d) $\{4,6,8,10,12\}$

(ix) $f(x) = \frac{x}{2}$ ، $4 \le x \le 12$ جبکہ x ایک جفت عدد ہو تو f(x) کی رینج کیا ہے؟

(a) $\{3,4,5,6\}$ (b) $\{3,4,5\}$ (c) $\{2,3,4,5,6\}$ (d) $\{4,6,8,10,12\}$

(x) اگر $y = 3x$ میں $x = 2$ رکھیں تو $y = ?$

(a) 2 (b) -3 (c) 6 (d) 0

جوابات:

(i) c	(ii) a	(iii) a	(iv) c	(v) d
(vi) c	(vii) c	(viii) d	(ix) c	(x) c

.2 خالی جگہ پُر کیجیے۔

(i) مستوی سطح جس میں ایک دوسرے کے عموداً نقطہ O پر متقاطع خطوط XOX', YOY' ________ کہلاتی ہے۔

(ii) Y۔محور سے عموداً فاصلہ ________ کہلاتا ہے۔ (iii) X۔محور سے عموداً فاصلہ ________ کہلاتا ہے۔

(iv) عددوں کا جوڑا (2,3) ________ کہلاتا ہے۔ (v) افقی خط XOX' ________ کہلاتا ہے۔

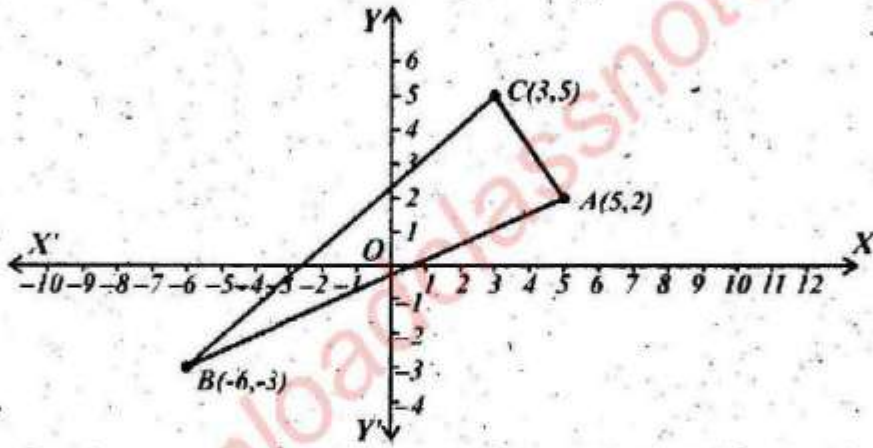
(vi) عمودی خط YOY' ______ کہلاتا ہے۔

(vii) نقطہ (-1, -2) کے اظہار کے لیے ہم مبداء O سے X-محور پر بائیں جانب '1' یونٹ اور '2' یونٹ ______۔

(viii) مبداء کے محددات ______ ہوتے ہیں۔ (ix) خط کی مساوات جس میں y پایا جاتا ہو ______ کہلاتی ہے۔

(x) مساوات $2x + y = 6$ کے گراف میں X-محور کا نقطہ قاطع ______ ہے۔

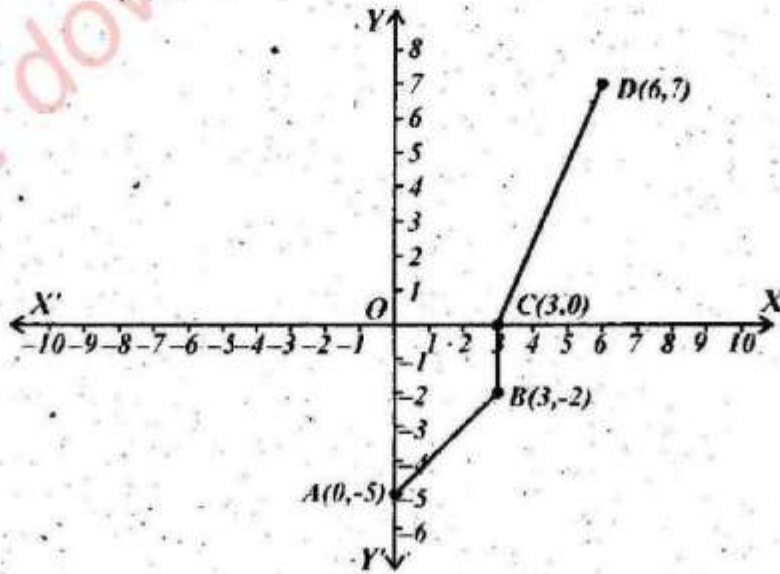
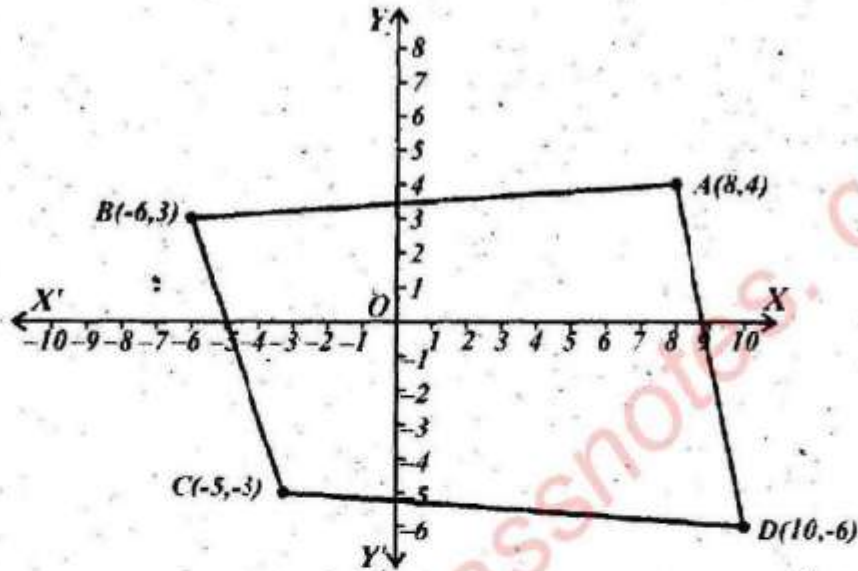
جوابات: (i) کارتیسی مستوی (ii) پہلا مترتب عدد (iii) دوسرا مترتب عدد (iv) مترتب جوڑا (v) x-محور
(vi) y-محور (vii) a (viii) (0,0) (ix) y = c (x) (3,0)

3. مندرجہ ذیل نقاط کو گراف پیپر پر ظاہر کیجیے۔

(i) A(5,2), B(-6,-3) اور C(3,5)

حل:

(ii) A(0,-5), B(3,-2), C(3,0) اور D(6,7)

حل:

(iii) $A(8,4), B(-6,3), C(-5,-3)$ اور $D(10,-6)$

حل:

4. مندرجہ ذیل کا گراف بنائیے۔

(i) $y = 3x + 2$

حل: اگر $x = -3$ ہو تو

$y = 3(-3) + 2 = -9 + 2 = -7$

اگر $x = -2$ ہو تو

$y = 3(-2) + 2 = -6 + 2 = -4$

اگر $x = -1$ ہو تو

$y = 3(-1) + 2 = -3 + 2 = -1$

اگر $x = 0$ ہو تو

$y = 3(0) + 2 = 0 + 2 = 2$

اگر $x = 1$ ہو تو

$y = 3(1) + 2 = 3 + 2 = 5$

اگر $x = 2$ ہو تو

$y = 3(2) + 2 = 6 + 2 = 8$

اگر $x = 3$ ہو تو

$y = 3(3) + 2 = 9 + 2 = 11$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−7	−4	−1	2	5	8	11

(ii) $y = 2x + 1$

حل: اگر $x = -2$ ہو تو

$y = 2(-2) + 1 = -4 + 1 = -3$

اگر $x = 0$ ہو تو

$y = 2(0) + 1 = 0 + 1 = 1$

اگر $x = 2$ ہو تو

$y = 2(2) + 1 = 4 + 1 = 5$

اگر $x = -1$ ہو تو

$y = 2(-1) + 1 = -2 + 1 = -1$

اگر $x = 1$ ہو تو

$y = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$

x	−2	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3	5

(iii) $y = x + 1$

حل: اگر $x = -1$ ہو تو

$y = -1 + 1 = 0$

اگر $x = 0$ ہو تو

$y = 0 + 1 = 1$

اگر $x = 1$ ہو تو

$y = 1 + 1 = 2$

x	−1	0	1
y	0	1	2

(iv) $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$

حل: اگر $x = -3$ ہو تو

$y = -\frac{(-3)}{2} - \frac{5}{2} = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -1$

اگر $x = -2$ ہو تو

$y = -\frac{(-2)}{2} - \frac{5}{2} = \frac{2}{2} - \frac{5}{2} = -1.5$

اگر $x = 0$ ہو تو

$y = -\frac{0}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} = -2.5$

x	−3	−2	0
y	−1	−1.5	−2.5

(v) $y = 3x + 4$

حل: اگر $x = -4$ ہو تو

اگر $x = -3$ ہو تو

$y = 3(-3) + 4 = -9 + 4 = -5$

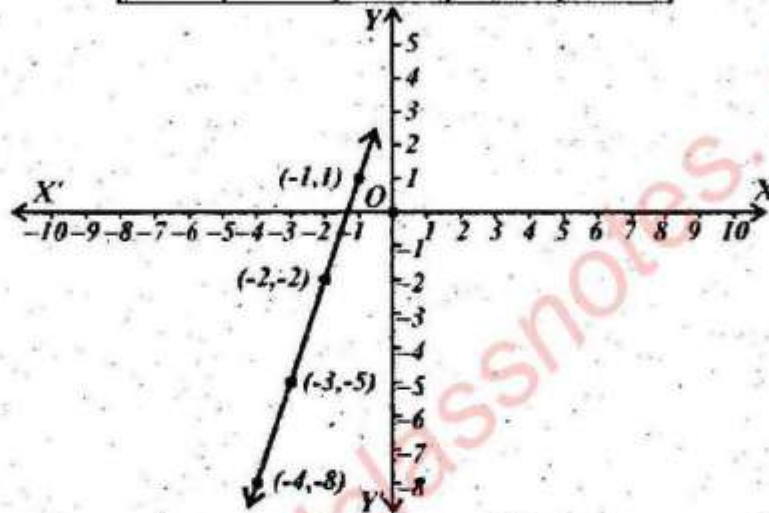
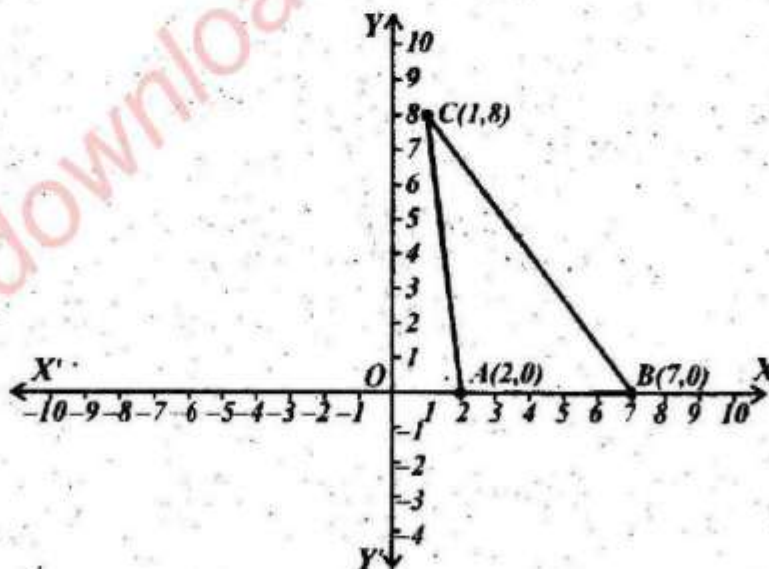
اگر $x = -1$ ہو تو

$y = 3(-1) + 4 = -3 + 4 = 1$

$y = 3(-4) + 4 = -12 + 4 = -8$

اگر $x = -2$ ہو تو

$y = 3(-2) + 4 = -6 + 4 = -2$

x	−4	−3	−2	−1
y	−8	−5	−2	1

.5 نقاط $A(2,0)$, $B(7,0)$ اور $C(1,8)$ کا گراف بنائیے۔

حل:

.6 اگر $f(x) = \frac{x}{2}, 4 \leq x \leq 12$ ہو تو $f(x)$ کی ڈومین اور رینج لکھیے۔

حل:

X	$Y = f(x) = \frac{x}{2}$
4	2
5	$\frac{5}{2}$
6	3
7	$\frac{7}{2}$
8	4
9	$\frac{9}{2}$
10	5
11	$\frac{11}{2}$
12	6

خلاصہ

☆ سیٹوں کی برابری کی تعریف کی رو سے کسی بھی دو عناصر 'a' اور 'b' کے لیے {a,b} = {b,a}

☆ اعداد کے جوڑے (3,2), (3,1), (2,4), (2,3), (2,2), (2,1) وغیرہ مترتب جوڑوں کی مثالیں ہیں۔

☆ ہم ایک خطی گراف کو دی گئی مقدار میں روپوں کو پونڈوں میں پونڈوں کو روپوں میں تبدیل کرنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔

معروضی سوالات

☆ درست جواب پر (✓) کا نشان لگائیں۔

-1 مترتب جوڑے کو کیسے ظاہر کیا جاتا ہے؟

(a) (a,b) سے (b) (b,a) سے (c) {a,b} سے (d) {m,l} سے

-2 کسی بھی کارتیسی مستوی میں XOX' اور YOY' آپس میں عموداً قطع کرتے ہیں۔

(a) نقطہ Y پر (b) نقطہ O پر (c) نقطہ X' پر (d) نقطہ X پر

-3 کارتیسی مستوی میں نقطہ O کو کہتے ہیں۔

(a) مستوی (b) محدد (c) مبداء (d) خط

-4 XOX' یعنی X-محور کہلاتا ہے۔

(a) مبداء (b) محدد (c) مترتب جوڑا (d) افقی خط

-5 YOY' یعنی Y- محور کہلاتا ہے۔

(a) متوازی خط (b) عمودی خط (c) افقی خط (d) متقابلہ خط

-6 عددوں کا جوڑا 2- = x اور 4- = y مساوات پر پورا اترتا ہے۔

(a) $y = 3x$ (b) $y = x + 1$ (c) $y = x$ (d) $y = 2x$

-7 مساوات $y = 3x+1$ پر کون سا جوڑا پورا اترتا ہے؟

(a) $y = 8$ اور $x = 1$ (b) $y = 4$ اور $x = 0$ (c) $y = 7$ اور $x = 2$ (d) $y = 1$ اور $x = 1$

-8 مساوات $y = 2x+1$ پر کونسا جوڑا پورا اترتا ہے؟

(a) $y = 3$ اور $x = 1$ (b) $y = 2$ اور $x = 0$ (c) $y = 7$ اور $x = 1$ (d) $y = 1$ اور $x = 1$

-9 مبداء کے لیے کونسا نقطہ استعمال ہوتا ہے۔

(a) (0,1) (b) (0,0) (c) (1,0) (d) (1,1)

-10 لندن میں اشیاء خریدنے کے لیے رقم ادا کرنا پڑتی ہے۔

(a) روپیہ اور پیسہ (b) ڈالر اور سینٹس (c) یورو (d) پونڈ اور پینس

-11 مربع کے احاطہ کا فارمولا ہے۔

(a) $P = 2s$ (b) $P = 3s$ (c) $P = 4s$ (d) $P = 5s$

-12 $\frac{9}{5} \times °C + 32$ برابر ہے۔

(a) 1 °F (b) 5 °F (c) 4 °F (d) 7°F

-13 $\frac{5}{9}(°F-32)$ برابر ہے۔

(a) °C (b) 2 °C (c) 3 °C (d) 4 °C

-14 اگر $y = 3x$ میں $x = 4$ رکھیں تو y کی قیمت ہوگی۔

(a) 10 (b) 12 (c) 14 (d) 16

-15 Y- محور سے عمودا فاصلہ کہلاتا ہے۔

(a) پہلا مترتب عدد (b) مترتب جوڑا (c) دوسرا مترتب عدد (d) افقی خط

-16 مندرجہ ذیل میں سے کونسی مساوات y- محور کے متوازی ہوگی؟

(a) $y = c$ (b) $y = 2x + 3$ (c) $y = 3x^2$ (d) $-y = 4x+2$

-17 مساوات $2x+y = 6$ کے گراف میں x- محور کا نقطہ قاطع ہے۔

(a) (0,3) (b) (3,0) (c) (2,0) (d) (4,0)

-18 مساوات $2x+y = 6$ کے گراف میں Y- محور کا نقطہ قاطع ہے۔

(a) (0,4) (b) (0,8) (c) (0,6) (d) (0,3)

-19 عددوں کا جوڑا (2,3) کہلاتا ہے۔

(a) مرتب جوڑا (b) کارتیسی جوڑا (c) مربعی جوڑا (d) استقراری جوڑا

-20 مساوات y = b کے گراف پر x- محدد ہوتا ہے۔

(a) a (b) متغیر (c) 1 (d) 0

جوابات:

-1 (a,b) سے	-2 نقطہ O پر	-3 مبداء	-4 افقی خط
-5 عمودی خط	-6 y = 2x	-7 x=2 اور y = 7	-8 x = 1 اور y = 3
-9 (0,0)	-10 پونڈ اور پینس	-11 P = 4s	-12 °F
-13 °C	-14 12	-15 پہلا مرتب عدد	-16 y = c
-17 (3,0)	-18 (0,6)	-19 مرتب جوڑا	-20 متغیر

☆ مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔

-1 مرتب جوڑا کسے کہتے ہیں؟

جواب: دو ارکان کا سیٹ جو ایک مخصوص ترتیب میں ہو مرتب جوڑا کہلاتا ہے۔

-2 مرتب جوڑے کو کیسے ظاہر کرتے ہیں؟

جواب: مرتب جوڑے کو (a,b) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

-3 مرتب جوڑے (a,b) اور (b,a) کب برابر ہوتے ہیں؟

جواب: اگر a اور b ایک جیسے رکن ہوں تو $(a,b) = (b,a)$

-4 مرتب جوڑے (a,b) اور (b,a) کب برابر نہیں ہوتے؟

جواب: اگر a اور b دو مختلف رکن ہوں تو $(a, b) \neq (b, a)$

-5 کارتیسی مستوی کتنے خطوط پر مشتمل ہوتی ہے؟

جواب: کارتیسی مستوی دو متقاطع محددی خطوط XOX' اور YOY' پر مشتمل ہوتی ہے۔

-6 محددی محور سے کیا مراد ہے؟

جواب: XOX' اور YOY' آپس میں نقطہ O پر عموداً متقاطع ہوتے ہیں محددی محور کہلاتے ہیں۔

-7 X- محور کونسا خط ہوتا ہے؟

جواب: افقی خط XOX' کو X- محور کہتے ہیں۔

-8 Y- محور کونسا خط ہوتا ہے؟

جواب: عمودی خط YOY' کو Y- محور کہتے ہیں۔

-9 ڈومین سے کیا مراد ہے؟

جواب: مرتب جوڑے (x,y) میں x کی قیمتوں کا سیٹ ڈومین کہلاتا ہے۔

-10 رینج سے کیا مراد ہے؟

جواب: مترتب جوڑے (x,y) میں y کی قیمتوں کا سیٹ رینج کہلاتا ہے۔

-11 °C کو °F میں تبدیل کرنے کا فارمولا تحریر کریں۔

جواب: °C کو °F میں تبدیل کرنے کا فارمولا درج ذیل ہے۔

$$°F=\left(\frac{9}{5}\times°C\right)+32$$

-12 °F کو °C میں تبدیل کرنے کا فارمولا تحریر کریں۔

جواب: °F کو °C میں تبدیل کرنے کا فارمولا درج ذیل ہے۔

$$°C=\frac{5}{9}(°F-32)$$

-13 اگر $f(x)=\frac{x}{2}, 4\le x\le 12$ ہو تو $f(x)$ کی ڈومین اور رینج لکھیے۔

حل:

x	$y=f(x)$	x	$y=f(x)$
4	2	9	$\frac{9}{2}$
5	$\frac{5}{2}$	10	5
6	3	11	$\frac{11}{2}$
7	$\frac{7}{2}$	12	6
8	4		

BASIC STATISTICS

◁ تعددی تقسیم ◁ مجموعی تعدد ◁ مرکزی رجحان کی پیمائش ◁ انتشار کی پیمائش

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ یہ جان سکیں:

- ◁ کہ گروہی / جماعتی تعددی جدول کیسے تیار کیے جاتے ہیں۔
- ◁ کہ برابر اور نابرابر جماعتی وقفہ کے ساتھ ہسٹوگرام کیسے تیار ہوتے ہیں۔
- ◁ کہ تعددی کثیر الاضلاع کیسے بنتی ہے۔
- ◁ کہ مجموعی تعدد والی جدول کیسے بنتا ہے۔
- ◁ کہ مجموعی تعددی کثیر الاضلاع کیسے بنتی ہے۔
- ◁ کہ گروہی اور غیر گروہی مواد کیسے حاصل ہوتا ہے۔
  - کہ تعریف کے مطابق حسابی اوسط فرضی اوسط سے انحراف کا استعمال کیسے ہوتا ہے۔
  - کہ وسطانیہ، اعادہ، حسابی اوسط اور ہم آہنگ اوسط کیسے حل کرتے ہیں۔
- ◁ کہ حسابی وسط کی خصوصیات کیا ہیں۔
- ◁ کہ اوزانی اوسط، وسط اور متحرک اوسط کیسے نکالے جاتے ہیں۔
- ◁ کہ وسطانیہ، چوتھائیوں اور اعادہ کا بذریعہ گراف تخمینہ کیسے لگاتے ہیں۔
- ◁ کہ وسعت، تغیریت اور معیاری انحراف کی پیمائش کیسے کرتے ہیں۔

تعددی پھیلاؤ Frequency Distribution

تعدد Frequency

جتنی مرتبہ دیے گئے مواد میں کوئی قدر پائی جاتی ہے۔ وہی اس کا تعدد یا فریکوئنسی کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر 10% سے 20% نمبر حاصل کرنے والے طلباء 3 ہوں تو 3 اس گروہ کا تعدد کہلاتا ہے۔ اگر 5 طلباء 20% تا 30% نمبر حاصل کرنے والے ہوں تو اس گروہ کا تعدد 5 ہوگا۔

حل مشق 10.1

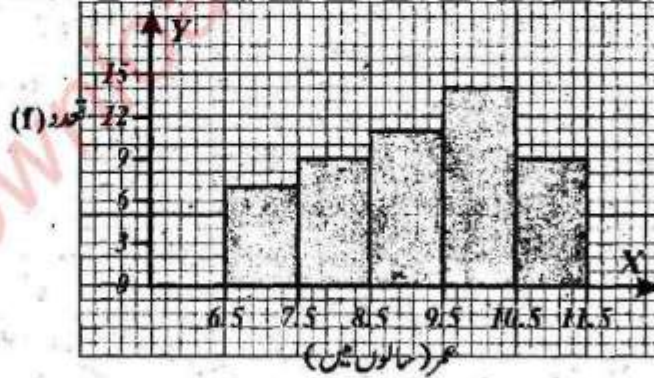
.1 ایک جونیئر سکول کے 50 طلباء نے سکول کمپیوٹر کلب میں شمولیت اختیار کی۔ ان کی عمروں کا بنایا گیا ریکارڈ درج ذیل ہے۔

10	8	9	10	7	8	8	11	10	9
7	8	9	9	10	11	11	10	9	8
8	7	9	7	10	7	10	8	9	11
10	11	8	10	9	8	9	7	11	10
9	10	10	11	10	11	7	11	10	9

تعددی جدول بنایئے جو کہ ہر عمر کے عدد کو ظاہر کرے۔ اس معلومات کو کالم چارٹ سے ظاہر کیجئے۔

حل:

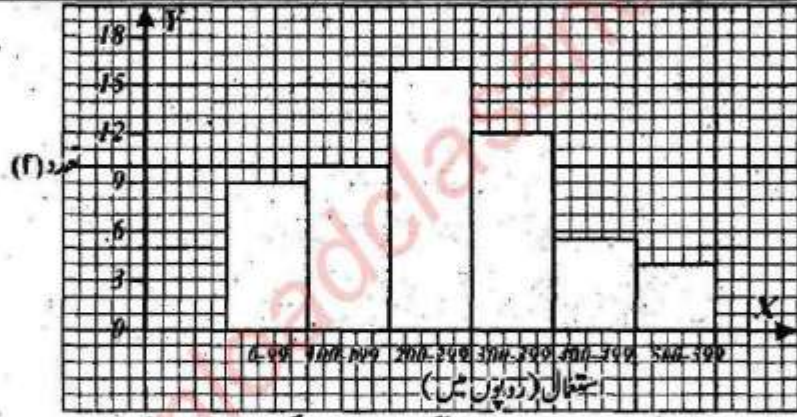
[illegible]	[illegible]	(f) تعدد	[illegible]
7	~~||||~~ II	7	6.5 — 7.5
8	~~||||~~ IIII	9	7.5 — 8.5
9	~~||||~~ ~~||||~~ I	11	8.5 — 9.5
10	~~||||~~ ~~||||~~ IIII	14	9.5 — 10.5
11	~~||||~~ IIII	9	10.5 — 11.5
		کل میزان = 50	

Y
15
(f) تعدد 12
9
6
3
0
X
6.5 7.5 8.5 9.5 10.5 11.5
عمر (سالوں میں)

.2 مقامی مچھلی اور چپس کی دوکان پر ایک ہفتہ کی شام 56 گاہک آئے۔ انہوں نے دی گئی رقوم خرچ کیں۔

270	110	45	96	250	490	325	45
382	136	125	450	420	380	150	250
85	250	320	525	218	210	216	120
155	430	250	40	510	150	510	245
320	120	316	150	260	45	180	310
273	280	85	280	318	45	210	282
462	316	218	316	325	45	560	315

گروپوں 99-0 روپے، 199-100 روپے، 299-200 روپے، 399-300 روپے، 499-400 روپے، 599-500 روپے کو استعمال کرتے ہوئے تعددی جدول تیار کیجئے اور مواد کو کالم / بار چارٹ میں ظاہر کیجئے۔

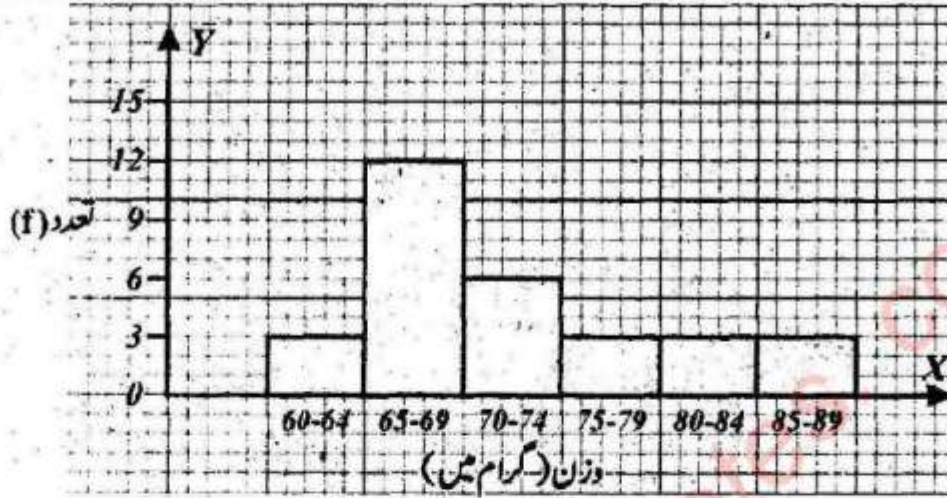
حل:

استعمال (روپوں میں)	موازنہ	(f) تعدد
0 — 99	𝍸 ||||	9
100 — 199	𝍸 𝍸	10
200 — 299	𝍸 𝍸 𝍸 |	16
300 — 399	𝍸 𝍸 ||	12
400 — 499	𝍸	5
500 — 599	||||	4
		کل میزان = 56

3. ایک میلے میں فروخت کیے گئے 30 پاپ کارن کے بیگوں کے اوزان گرام میں دیئے گئے ہیں۔

69	83	75	65	68	68	73	70	80	79
70	76	63	86	69	65	66	74	86	68
70	60	67	74	65	65	67	88	81	63

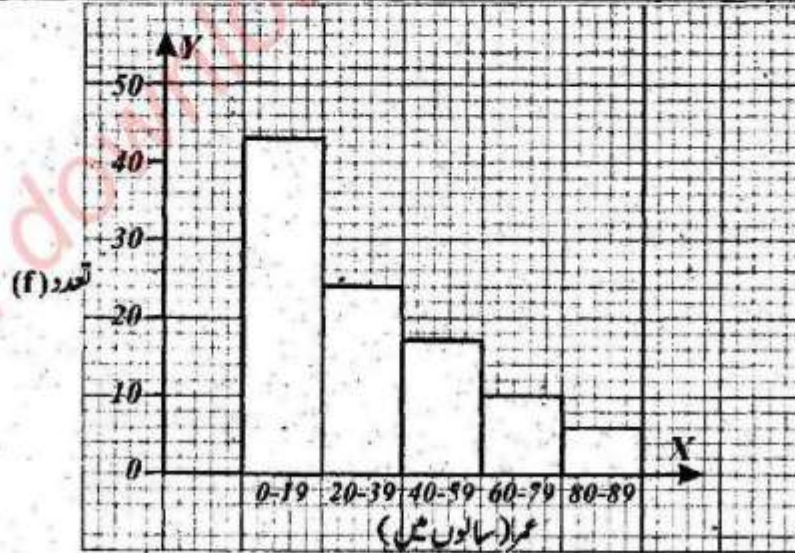
بار چارٹ بنا کر مواد کو ظاہر کیجئے۔

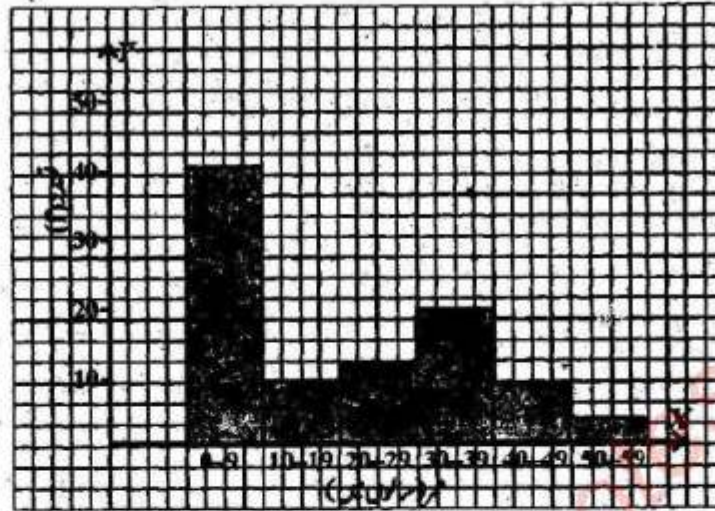
حل:

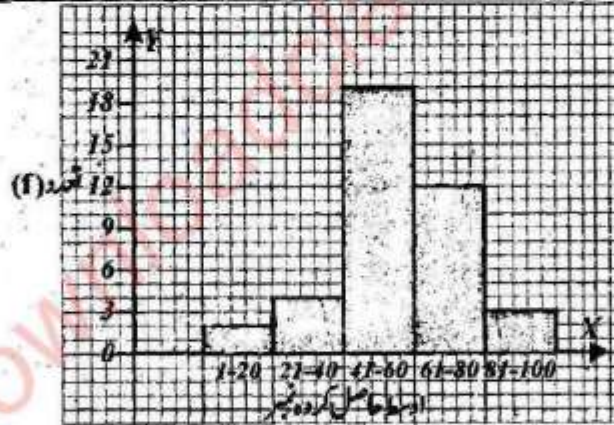
وزن (گرام میں)	موازنہ	(f) تعدد
60 — 64	|||	3
65 — 69	𝍸 𝍸 ||	12
70 — 74	𝍸 |	6
75 — 79	|||	3
80 — 84	|||	3
85 — 89	|||	3
		کل میزان = 30

حل مشق 10.2

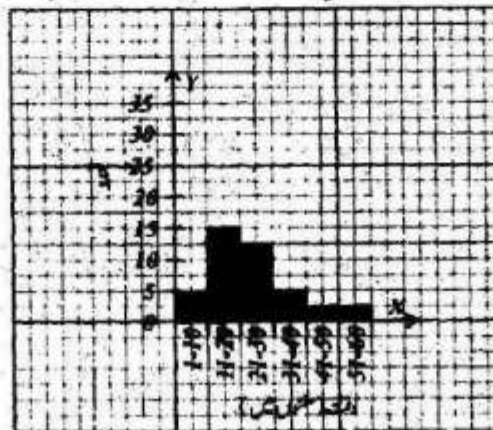
1. درج ذیل میں سے ہر ایک کے لیے تعددی جدول کو ظاہر کرنے کے لیے کالمی نقشہ بنایئے۔

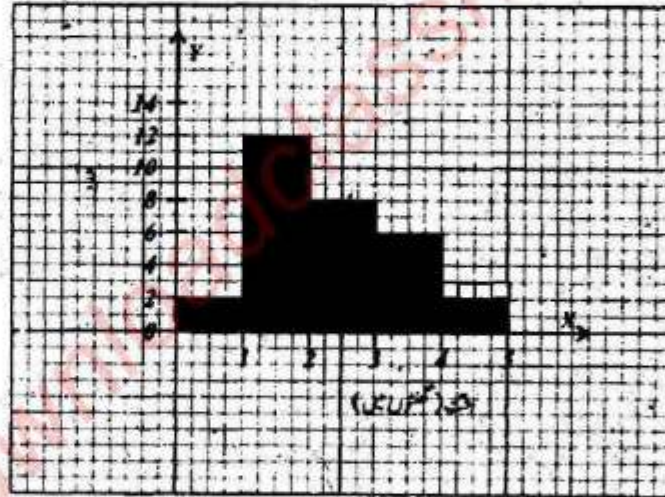
(i) درج ذیل جدول میں سکول فنکشن میں حصہ لینے والے 100 لوگوں کی عمریں دی گئی ہیں۔

عمر (سالوں میں)	0-19	20-39	40-59	60-79	80-89
تعدد	43	24	17	10	6

(ii) درج ذیل جدول میں 16 سالہ 100 لڑکوں کی ہفتہ وار آمدن دی گئی ہیں۔

ہفتہ وار آمدن	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59
تعدد	45	10	11	21	10	3

(iii) درج ذیل جدول میں 40 بچوں کے اوسط نمبروں کی تفصیل جو کہ انہوں نے سال کے آخر میں حاصل کیے درج ہے۔

اوسط حاصل کردہ نمبر	1-20	21-40	41-60	61-80	81-100
تعدد	2	4	19	12	3

2. درج ذیل کالمی نقشہ میں 500 طلباء کے سکول پہنچنے کے اوقات کی تفصیل دی گئی ہے۔ اس سے اس کا تعددی جدول تیار کریں۔

حل:

وقت (منٹوں میں)	(f) تعداد
1 — 10	5
11 — 20	15
21 — 30	12
31 — 40	5
41 — 50	2
51 — 60	2
	41 = کل میزان

3. دیا گیا کالمی نقشہ 30 طلباء کے اس وقت (گھنٹوں میں) کی بنیاد پر بنایا گیا ہے جو انہوں نے ایک خاص ہفتہ کو ٹیلی ویژن دیکھتے ہوئے گزارا اس کالمی نقشہ سے تعددی جدول بنائیے۔

حل:

وقت (گھنٹوں میں)	(f) تعداد
1	2
2	12
3	8
4	6
5	2
	30 = کل میزان

مرکزی رجحان کی پیمائش *Measures of Central Tendency*

مرکزی رجحان کی پیمائش Measures of Central Tendency دراصل کسی دیے گئے مواد کی درمیانی (مرکزی) قیمت کا

پتہ چلانا ہے۔ جس کی تین قسمیں زیادہ اہم ہوتی ہیں۔

(i) حسابی اوسط: جو کہ مواد کی وسطی قیمت ہوتی ہے۔

(ii) وسطانیہ: جو کہ مواد کی قیمتوں کو ترتیب سے لکھنے پر درمیانی قیمت ہوتی ہے۔

(iii) عادہ: وہ قیمت جس کی مواد میں سب سے زیادہ تکرار ہو۔

کسی گروہی / غیر گروہی مواد سے حسابی اوسط، وسطانیہ، عادہ، ضربی اوسط اور ہم آہنگ اوسط معلوم کرنا

To find Arthmetic Mean or Mean, Median, Mode, Geometric Mean, Harmonic Mean from Grouped/ Ungrouped Data

حسابی اوسط تعریف کی رو سے *Arithmetic Mean by Definition*

کسی غیر گروہی مواد کو حسابی اوسط کی تمام قیمتوں کو جمع کر کے ان قیمتوں کی تعداد پر تقسیم کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{\text{تمام قیمتوں کا مجموعہ}}{\text{قیمتوں کی تعداد}}$$

علامتی طور پر اسے $\overline{x} = \frac{\sum x}{n}$ لکھتے ہیں۔

جبکہ "$\sum$" مجموعہ کو ظاہر کرتی ہے۔

$$\text{حسابی اوسط} = \overline{x} = \frac{\sum(fx)}{n} \quad \text{یا} \quad \overline{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

فرضی اوسط سے انحراف کے استعمال سے حسابی اوسط معلوم کرنا

Arithmetic Mean Using Deviation from Assumed Means

حسابی اوسط کے لیے فارمولا $\overline{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ کا استعمال اسی صورت میں آسان ہوتا ہے جب x اور f کی قیمتیں بہت بڑی نہ ہوں۔ اگر x اور f کی قیمتیں بہت زیادہ ہوں تو ہم فرضی اوسط لے کر بہت سارے وقت کی بچت کر سکتے ہیں۔ اگر 'A' ایک فرضی اوسط ہو (جو کہ کوئی بھی قیمت ہو سکتی ہے) اور D_i، X_i قیمت کا فرضی اوسط 'A' سے انحراف ظاہر کرے۔

یعنی کہ $X_i = D_i + A,$ تب $D_i = X_i - A,$

ہم لکھ سکتے ہیں کہ

$$\overline{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{k} D_i}{n}$$

$$= A + \frac{\sum_{i=1}^{k} D}{n} \quad \text{(غیر گروہی مواد)}$$

اور

$$\overline{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i D_i}{\sum f_i}$$

یا (گروہی مواد) $= A + \frac{\sum fD}{\sum f}$

وسطانیہ (غیر گروہی مواد (Median (Ungrouped Data)

وسطانیہ کسی مواد کو عددی ترتیب میں لکھے جانے کے بعد اس کی وسطی قیمت ہوتی ہے اگر قیمتوں کی تعداد n ہو تو ترتیب وار لکھے گئے مواد کے $\frac{n+1}{2}$ کی جگہ والی قیمت وسطانیہ کہلاتی ہے جبکہ n طاق ہو۔ اور اگر n جفت ہو تو دو درمیان والی جگہوں کی قیمتوں کا اوسط وسطانیہ کہلاتی ہے۔

☆ اگر قیمتوں کی تعداد طاق ہو تو درمیانی قیمت وسطانیہ کہلاتی ہے۔

☆ اگر قیمتوں کی تعداد جفت ہو تو دو درمیانی قیمتوں کے حسابی اوسط کو وسطانیہ کہتے ہیں۔

وسطانیہ (گروہی مواد) Median (Grouped Data)

وسطانیہ مواد کا (ogive) کھینچ کر حاصل کیا جاتا ہے اور 50 فیصد مواد کے بعد والی قیمت بطور وسطانیہ لی جاتی ہے۔

عادہ (غیر گروہی مواد) Mode (Ungrouped Data)

عادہ کسی مواد کے سیٹ میں سب سے زیادہ تعدد والی مقدار ہوتی ہے۔ عادہ معلوم کرتے ہوئے یاد رکھیں کہ ہو سکتا ہے مواد میں:

(i) کوئی عادہ نہ ہو یعنی کہ مواد میں ہر قیمت ایک مرتبہ ہی آئے۔ (ii) ایک عادہ ہو۔

(iii) ایک سے زیادہ عادہ ہوں۔

مثال: مواد کے سیٹ 6,2,4,3,4,5,4,5 کا عادہ معلوم کیجئے۔

حل: ہم مواد کے سیٹ کا بغور جائزہ لیتے ہیں اور معلوم کرتے ہیں کہ کونسی قیمت سب سے زیادہ مرتبہ آئی ہے۔

$$2\,3\,\underset{\uparrow}{4}\,\underset{\uparrow}{4}\,\underset{\uparrow}{4}\,\overset{\downarrow}{5}\,\overset{\downarrow}{5}\,6$$

چونکہ 4 کی تکرار زیادہ یعنی تین مرتبہ ہے پس عادہ 4 ہے۔

عادہ (گروہی مواد) Mode (Grouped Data)

گروہی مواد میں ہم عادہ صحیح طریقے سے تو معلوم نہیں کر سکتے کیونکہ اصل قیمتیں جماعتی وقفوں (Class Intervals) میں ختم ہو جاتی ہے۔ تاہم ایسے جماعتی وقفہ کا تعین کرتے ہیں۔ جس کا تعدد سب سے زیادہ ہوتا ہے۔ اسے عادہ جماعت (Model Class) کہتے ہیں۔

مثال: درج ذیل جدول میں عادہ جماعت کا تعین کیجئے۔

جماعتی وقفہ	تعدد
60 - 70	5
70 - 80	7
80 - 90	10
90 - 100	12
100 - 110	8
110 - 120	3
میزان	45

حل: عادہ جماعت اس مواد میں سب سے زیادہ تعدد 12 والی جماعت (100 - 90) ہے۔

ضربی اوسط (غیر گروہی مواد) Geometric Mean (Ungrouped Data)

ضربی اوسط 'G'، n قیمتوں والے سیٹ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ کے لیے ان n قیمتوں کے حاصل ضرب کے n ویں جذر کے برابر ہوتا ہے۔

$$G = \sqrt[n]{x_1, x_2 \ldots, x_n}$$

یا

$$= (x_1, x_2 \ldots, x_n)^{\frac{1}{n}}$$

مثال: 2، 4 اور 8 کا ضربی اوسط معلوم کیجئے۔

حل: $G = \sqrt[3]{64} = \left[(4)^3\right]^{\frac{1}{3}} = 4$

ضربی اوسط (گروہی مواد) Geometric Mean (Grouped Data)

فرض کریں کہ $x_1, x_2, \ldots, x_k$ ان جماعتی وقفوں کی نمائندہ قیمتیں ہیں جن کے تعدد بالترتیب $f_1, f_2, \ldots, f_k$ (جبکہ $n = \sum f \; f_1 + f_2 + \ldots + f_k$) چونکہ x_1 مواد میں f_1 مرتبہ رونما ہوتا ہے۔

اسی طرح x_1، f_1 مرتبہ پایا جاتا وغیرہ وغیرہ بالا آخر x_k، f_k مرتبہ پایا جاتا ہے۔

$$\underbrace{x_1 . x_1 \ldots . x_1}_{f_1 \text{times}} \quad \underbrace{x_2 . x_2 \ldots . x_2}_{f_2 \text{times}} \quad \underbrace{x_k . x_k \ldots . x_k}_{f_k \text{times}}$$

ان سب کا حاصل ضرب ہوگا۔ $x_1^{f_1} . x_2^{f_2} \ldots . x_k^{f_k}$ اس طرح ضربی اوسط یہ ہوا۔

$$G = \sqrt[n]{x_1^{f_1} . x_2^{f_2} \ldots . x_k^{f_k}} = \left(x_1^{f_1} . x_2^{f_2} \ldots . x_k^{f_k}\right)^{\frac{1}{n}}$$

بعض اوقات یہ اوزانی ضرب اوسط کہلاتی ہے۔ جبکہ $f_1, f_2 \ldots f_k$ متعلقہ اوزان کہلاتے ہیں۔

ہارمونک اوسط (غیر گروہی مواد) *(Harmonic Mean (Ungrouped Data)*

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ قیمتوں والے گروہ کا ہارمونک اوسط (Harmonic Mean) ان قیمتوں کے ضربی معکوسوں کے حسابی اوسط کا ضربی معکوس (Reciprocal) ہوتا ہے۔

$$\text{ہارمونک اوسط} = H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)} = \frac{n}{\Sigma\left(\frac{1}{x}\right)}$$

ہارمونک اوسط (گروہی مواد) *The Harmonic Mean (Grouped Data)*

فرض کیا $x_1, x_2 \ldots x_k$ گروہوں کی نمائندہ قیمتیں جبکہ ان گروہوں کا تعدد بالترتیب $f_1, f_2 \ldots f_k$ ہیں۔ جبکہ $(f_1 + f_2 + \ldots + f_k = \sum f_i = n)$

ان گروہی نمائندہ قیمتوں کے ضربی معکوس $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \ldots, \frac{1}{x_k}$ ہیں۔ چونکہ ان قیمتوں کے تعدد بالترتیب $f_1, f_2, \ldots f_k$ ہیں۔

لہٰذا $\frac{1}{x_1}$ قیمتوں کا مجموعہ $f_1\left(\frac{1}{x_1}\right)$ یا $\frac{f_1}{x_1}$

اسی طرح بالترتیب تمام قیمتوں کے مجموعے $\frac{f_2}{x_2}, \frac{f_3}{x_3}, \ldots \frac{f_k}{x_k}$ ہوں گے۔

لہٰذا $\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \ldots + \frac{f_k}{x_k} = \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{x_i} = \sum \frac{f_k}{x_k} = \sum f\left(\frac{1}{x}\right)$

ہارمونک اوسط کی تعریف کی رو سے

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i\left(\frac{1}{x_i}\right)} = \frac{\sum f}{\sum f\left(\frac{1}{x}\right)} = \frac{n}{\sum f\left(\frac{1}{x}\right)}$$

بعض اوقات اسے اوزانی ہارمونک اوسط کہتے ہیں جن کے اوزان بالترتیب $f_1, f_2, \ldots f_k$ ہیں۔

حسابی اوسط کی خصوصیات Properties of Arithmetic Mean

حسابی اوسط کی خصوصیات درج ذیل ہیں۔

(i) کسی مواد کی قیمتوں کے حسابی اوسط سے ان قیمتوں کے فرق کا مجموعہ صفر ہوتا ہے۔

$$\sum\left(x_i - \overline{X}\right) = 0 \quad \text{یا} \quad \sum f_i\left(x_i - \overline{X}\right) = 0$$

(ii) اگر n_1 قیمتوں کا حسابی اوسط $\overline{x_1}$، n_2 قیمتوں کا حسابی اوسط $\overline{x_2}$ اور اسی طرح n_k قیمتوں کا حسابی اوسط $\overline{x_k}$ ہو تو ان تمام قیمتوں کا حسابی اوسط:

$$\overline{X} = \frac{n_1\overline{X}_1 + n_2\overline{X}_2 + \ldots + n_k\overline{X}_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\overline{X}_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{\sum n\overline{X}}{\sum_n}$$

(iii) کسی مواد کی قیمتوں کے کسی قیمت 'a' سے فرق کے مربعوں کا مجموعہ سب سے کم ہوگا اگر $a = \overline{X}$ علامتی طور پر $\sum\left(x_i - a\right)^2$ کی قیمت سب سے کم ہوگی اگر $a = \overline{X}$

اوزانی اوسط اور متغیر اوسط Weighted Mean and Moving Average

اگر کسی مواد میں $x_1, x_2, \ldots x_k$ قیمتوں کے اوزان بالترتیب $w_1, w_2, \ldots w_k$ ہوں تو اوزانی حسابی اوسط $\overline{x_w}$ کو یوں

بیان کیا جاتا ہے۔

$$\overline{X_w} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + ... + w_kx_k}{w_1 + w_2 + ... + w_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

متحرک اوسط Moving Average

کسی مشاہدہ میں آنے والی n متواتر قیمتوں کے سلسلے کو استعمال کرتے ہوئے اوسط نکالنا متحرک اوسط کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر ہمیں 3 سالہ متحرک اوسط نکالنا ہو تو ہم اس سیریز کی پہلی تین قیمتیں لیتے ہیں۔ ان کا اوسط لے کر ہم ان قیمتوں کی وسطی قیمت کے سامنے لکھ لیتے ہیں۔ پھر ہم ان تینوں قیمتوں میں سے پہلے چھوڑ کر چوتھی قیمت شامل کرتے ہیں اور ان تینوں کی اوسط لے کر ان کی وسطی قیمت کے سامنے لکھتے ہیں۔ اس کی الجبری شکل یہ ہے۔

$$a_1 = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)$$

$$a_2 = \frac{1}{3}(y_2 + y_3 + y_4)$$ وغیرہ وغیرہ

ربعی قاطع Quartiles

کسی مواد کو ترتیب میں لکھنے کے بعد اس کا وسطانیہ (Median) اس مواد کی وسطی قیمت ہوتا ہے (جو کہ مجموعی تعدد طاق ہونے کی صورت میں درمیانی قیمت اور جفت کی صورت میں اس کی دو وسطی قیمتوں کا اوسط ہوتا ہے) یہ وسطانیہ اس مواد کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ اسی طرح مواد کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرنے والی قیمتوں کو ربعی قاطع کہتے ہیں۔ اس طرح تین قیمتیں جو مترتب مواد کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرتی ہیں ربعی قاطع کہلاتی ہیں انہیں Q_1, Q_2 اور Q_3 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

پہلے ربعی قاطع کو زیریں ربعی قاطع (Lower Quartile) جبکہ تیسرے ربعی قاطع کو بالائی ربعی قاطع (Upper Quartile) کہتے ہیں۔

$Q_1 =$ کے مقام پر آنے والی قیمت $\left(\frac{n+1}{4}\right)$

$Q_2 =$ کے مقام پر آنے والی قیمت $2\left(\frac{n+1}{4}\right)$ یا $\left(\frac{n+1}{2}\right)$

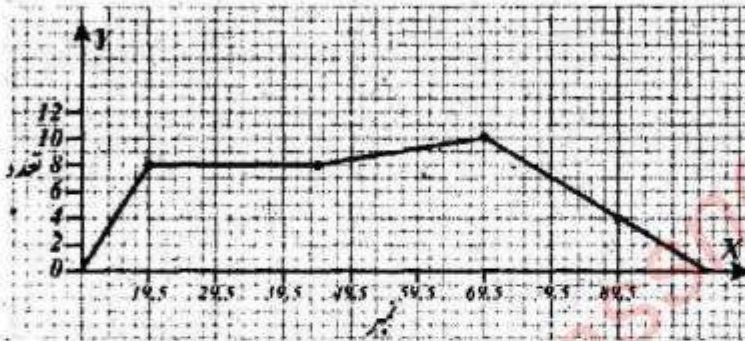
$Q_3 =$ کے مقام پر آنے والی قیمت $\frac{3(n+1)}{4}$

حل مشق 10.3

-1 درج ذیل مواد کی تعددی کثیرالاضلاع بنائیے۔

(i) کسی امتحان میں 30 طلباء کی تفصیل جدول میں دی گئی ہے۔

نمبر	0 – 39	40 – 49	60 – 79	80 – 99
تعدد	8	8	10	4

حل:

نمبر	تعدد	درمیانی قیمت
0 — 39	8	19.5
40 — 49	8	44.5
60 — 79	10	69.5
80 — 99	4	89.5

(ii) 40 طلباء کی رکاوٹی دوڑ کے وقت (سیکنڈوں میں) کی تفصیل جدول میں دی گئی ہے۔

وقت(سیکنڈ)	1 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70
تعدد	8	15	7	10

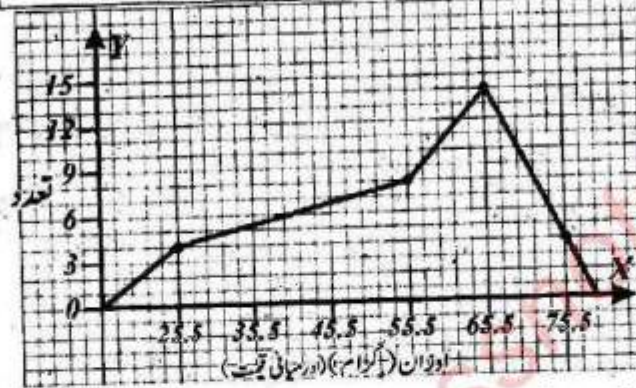
حل:

وقت (سیکنڈ)	تعدد	درمیانی قیمت
1 — 40	8	20.5
41 — 50	15	45.5
51 — 60	7	55.5
61 — 70	10	65.5

(iii) کسی فش اینڈ چپس شاپ میں چپس کے 30 پیکٹوں کے اوزان کی تفصیل جدول میں درج ہے۔

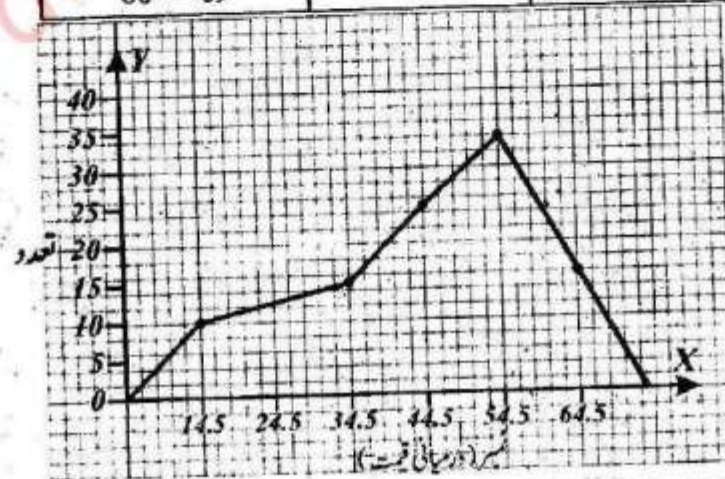
اوزان (گرام)	1 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80
تعدد	4	8	14	4

حل:

اوزان (گرام)	تعداد	درمیانی قیمت
1 — 50	4	25.5
51 — 60	8	55.5
61 — 70	14	65.5
71 — 80	4	75.5

(iv) دیئے گئے جدول میں ایک ٹرم کے اختتام پر 100 طلباء کے ریاضی کے امتحان میں حاصل کردہ نمبروں کی تفصیل درج ہے۔

نمبر	0 – 29	30 – 39	40 – 49	50 – 59	60 – 69
تعداد	10	15	25	34	16

حل:

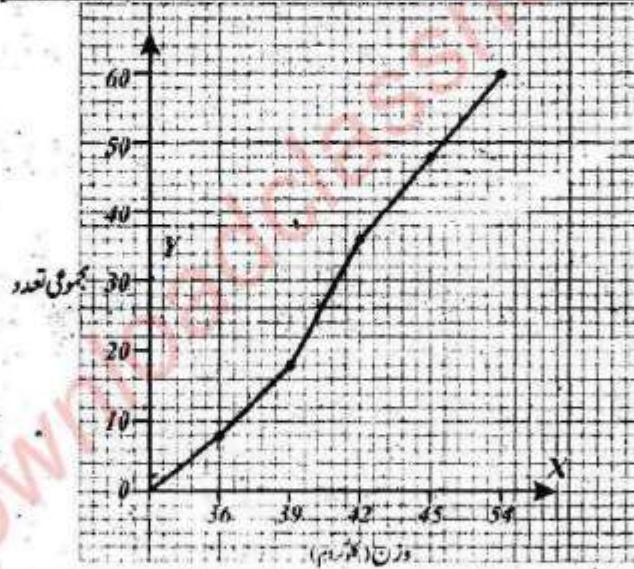
نمبر	تعداد	درمیانی قیمت
0 — 29	10	14.5
30 — 39	15	34.5
40 — 49	25	44.5
50 — 59	34	54.5
60 — 69	16	64.5

حل مشق 10.4

-1 دیے گئے مواد کا مجموعی تعدد کی کثیرالاضلاع (یعنی اوگو) بنائیے۔

(i) جدول میں 10 سالہ عمر کے 60 بچوں کے اوزان (کلوگرام میں) کی تفصیل دی گئی ہے۔

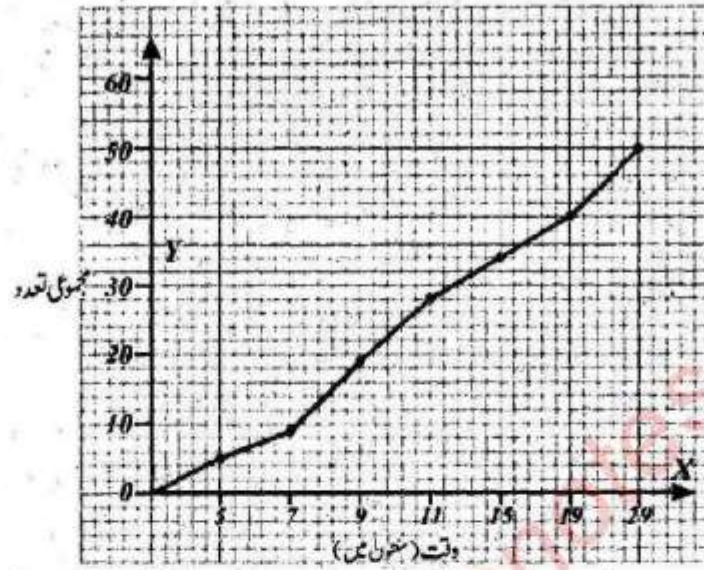
وزن (کلوگرام)	31 – 36	37 – 39	40 – 42	43 – 45	46 – 54
تعدد	8	10	18	12	12

حل:

وزن (کلوگرام)	تعدد	مجموعی تعدد
31 — 36	8	8
37 — 39	10	18
40 — 42	18	36
43 — 45	12	48
46 — 54	12	60

(ii) جدول میں 50 طلباء جن کی عمریں 5 سال ہیں کا رات کے کھانا کھانے کے اوقات (منٹوں) میں تفصیل دی گئی ہے۔

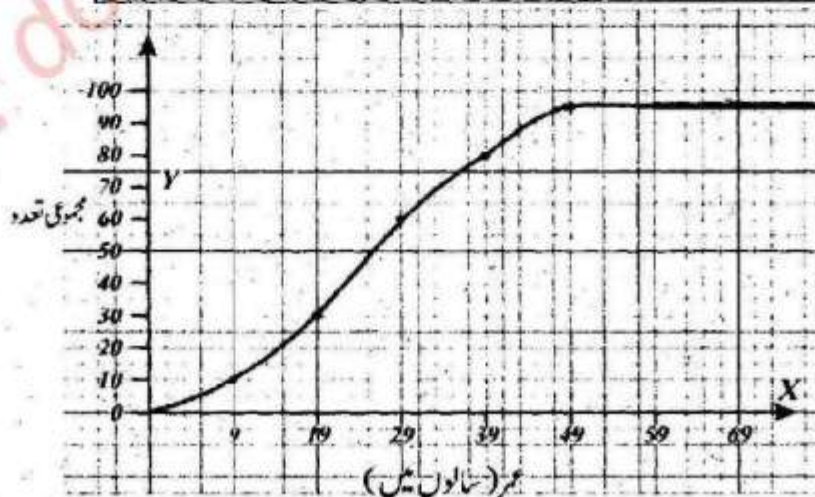
وقت (منٹوں میں)	4 – 5	6 – 7	8 – 9	10 – 11	12 – 15	16 – 19	20 – 29
تعدد	5	4	10	9	6	6	10

حل:

وقت (منٹوں میں)	تعدد	مجموعی تعدد
4 — 5	5	5
6 — 7	4	9
8 — 9	10	19
10 — 11	9	28
12 — 15	6	34
16 — 19	6	40
20 — 29	10	50

(iii) جدول میں 08:30 تا 09:30 کے دوران صبح کے اوقات میں مختلف عمر کے لوگوں کی بس سٹاپ پر بس میں سوار ہونے کی تفصیل درج ہے۔

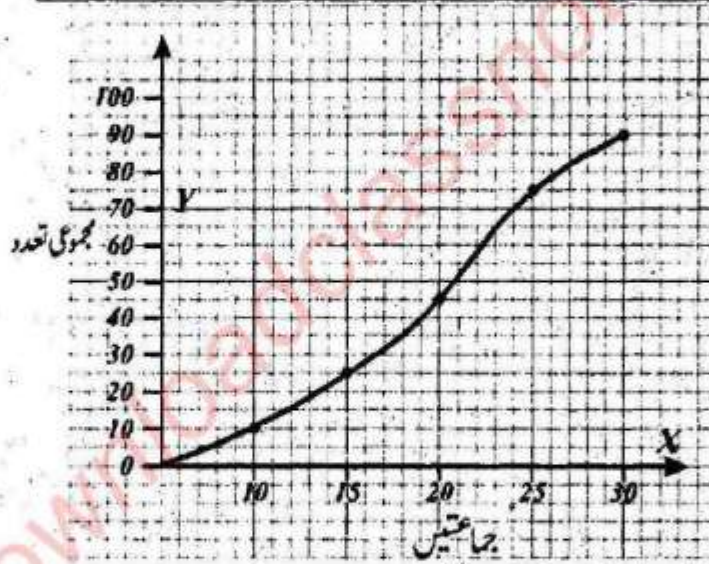
عمر (سالوں میں)	0 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	40 – 69
تعداد	10	20	30	20	15

حل:

عمر (سالوں میں)	تعداد	مجموعی تعداد
0 — 9	10	10
10 — 19	20	30
20 — 29	30	60
30 — 39	20	80
40 — 69	15	95

(iv)

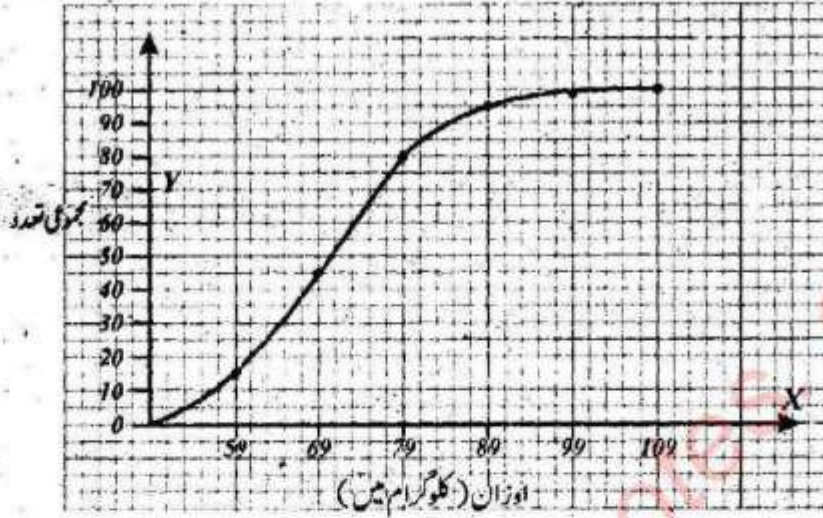
جماعتیں	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30
تعدد	10	15	20	30	15

حل:

جماعتیں	تعدد	مجموعی تعدد
5 — 10	10	10
10 — 15	15	25
15 — 20	20	45
20 — 25	30	75
25 — 30	15	90

(v) جدول میں 100 لوگوں کے اوزان کی تعددی تفصیل درج ہے۔

اوزان (کلوگرام میں)	50 – 59	60 – 69	70 – 79	80 – 89	90 – 99	100 – 109
تعدد	15	30	35	15	3	2

حل:

اوزان (کلوگرام میں)	تعدد	مجموعی تعدد
50 — 59	15	15
60 — 69	30	45
70 — 79	35	80
80 — 89	15	95
90 — 99	3	98
100 — 109	2	100

حل جائزہ مشق 10

.1 صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے:

(i) جب کوئی کالمی نقشہ اس طرح سے تیار کیا جائے کہ ہر کالم کا رقبہ اس میں موجود گروہ کے تعدد کے متناسب ہو تو یہ کہلاتا ہے۔

(a) منحنی (b) اوجائیو (c) کالمی نقشہ (d) بارچارٹ

(ii) کسی مواد کا شماریاتی اختصار جو وسط (مرکز) کی پیمائش کرتا ہے، کہلاتا ہے۔

(a) اوسط (b) عادہ (c) وسطانیہ (d) سب کے سب

(iii) اگر کسی مواد کی قیمتوں کو جمع کر کے مجموعہ کو ان کی کل تعداد پر تقسیم کیا جائے تو یہ کہلاتا ہے۔

(a) اوسط (b) عادہ (c) وسطانیہ (d) اوزانی اوسط

(iv) کسی مترتب مواد میں وسطی عددی قیمت کہلاتی ہے۔

(a) عادہ (b) وسطانیہ (c) اوسط (d) ضربی اوسط

(v) وہ قیمت جو کسی مواد میں سب سے زیادہ مرتبہ آئے کہلاتی ہے۔

(a) عادہ (b) اوسط (c) وسطانیہ (d) ضربی اوسط

(vi) $\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots\dots\dots + x_n}{n}$ کہلاتا ہے۔

(a) $x_1, x_2, \dots, x_n$ کا اوسط (b) حسابی اوسط (c) ضربی اوسط (d) اوزانی اوسط

(vii) $H = \frac{n}{\sum\left(\frac{1}{x}\right)}$ کہلاتا ہے۔

(a) ہارمونک اوسط (b) عادہ (c) اوسط (d) حسابی اوسط

(viii) $\overline{X}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$ کہلاتا ہے۔

(a) حسابی اوسط (b) اوزانی اوسط (c) ضربی اوسط (d) اوسط

جوابات: c (i)   d (ii)   a (iii)   b (iv)   a (v)
b (vi)   a (vii)   b (viii)

.2 خالی جگہ پُر کیجیے۔

(i) کوئی کالمی نقشہ اس طرح سے تعبیر کیا جائے کہ ہر کالم کا رقبہ اس میں موجود گروہ کے تعداد کے متناسب ہو تو وہ ______ کہلاتا ہے۔
(ii) شماریاتی اختصار جو کہ کسی مواد کی درمیانی (وسطی) قیمت کی نمائندہ ہو ______ کہلاتا ہے۔
(iii) اگر کسی مواد کی تمام عددی قیمتوں کو جمع کر کے ان کی تعداد پر تقسیم کیا جائے تو یہ ______ کہلاتا ہے۔
(iv) عددی قیمت کے لحاظ سے کسی مرتب مواد کی وسطی قیمت ______ کہلاتی ہے۔
(v) وہ عددی قیمت جو کسی مواد میں سب سے زیادہ مرتبہ آئے ______ کہلاتی ہے۔
(vi) $\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots\dots\dots + x_n}{n}$ ______ کہلاتا ہے۔
(vii) n قیمتوں والے سیٹ کے حاصل ضرب کا nth جذر ______ کہلاتا ہے۔
(viii) $H = \frac{n}{\sum\left(\frac{1}{x}\right)}$ ______ کہلاتا ہے۔
(ix) $\overline{X}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$ ______ کہلاتا ہے۔
(x) $\sum(x_i - \overline{X}) = 0$ ______ کی ایک خاصیت ہے۔

جوابات:
(i) کالمی نقشہ   (ii) مرکزی رجحان کی پیمائش   (iii) اوسط   (iv) وسطانیہ
(v) اعادہ   (vi) $x_1, x_2, \dots\dots, x_n$ کی اوسط قیمت   (vii) ضربی اوسط   (viii) ہارمونک اوسط
(ix) اوزانی اوسط   (x) جمعی اوسط

-3 2, 3, 6, 8, 11 کا معیاری انحراف معلوم کریں۔

x	x^2
2	4
3	9
6	36
8	64
11	121
$\Sigma x = 30$	$\Sigma x^2 = 234$

معیاری انحراف $= S = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{234}{5} - \left(\frac{30}{5}\right)^2}$

$S = \sqrt{46.8 - 36} = \sqrt{10.8} = 3.286$

-4 غیر گروہی مواد جس میں $n=15$، $\Sigma x^2 = 2943.825$ اور $\overline{x} = 10$ ہو تو اس غیر گروہی مواد کا معیاری انحراف اور تغیریت

معلوم کیجیے۔

حل:

معیاری انحراف = $S = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{2943.825}{15} - 10^2}$

$= \sqrt{196.255 - 100} = 9.81$

تغیریت = $S^2 = 96.255$

5- مواد 3,5,6,8,8,9,10 کا (i) اوسط (ii) وسطانیہ (iii) عادہ معلوم کیجیے۔

حل:

X
3
5
6
8
8
9
10
$\Sigma X = 49$

اوسط = $\frac{\sum x}{n}$

اوسط = $\frac{49}{7} = 7$

وسطانیہ = $\frac{8+8}{2} = \frac{16}{2} = 8$

عادہ = 8

6- درج ذیل قیمتوں کے سیٹ 4,6,7,4,8,9,7,10 کا اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کیجیے۔

حل:

X
4
6
7
4
8
9
7
10
$\Sigma X = 55$

اوسط = $\frac{\sum x}{n}$

اوسط = $\frac{55}{8} = 6.875$

مواد کی ترتیب : 4, 4, 6, 7, 7, 8, 9, 10

وسطانیہ = $\frac{7+7}{2} = \frac{14}{2} = 7$

عادہ = 7

خلاصہ

☆ کالمی نقشہ جس کے ہر کالم کا رقبہ اس میں موجود گروہ کی قیمتوں کی تعداد کے متناسب ہو اس مواد کا کالمی نقشہ کہلاتا ہے۔

☆ مجموعی تعدد، کسی بھی قدر سے پہلی قدروں کے تعددات کے مجموعہ کو کہتے ہیں۔

☆ جب مجموعی تعدد کو بالمقابل جماعتی وقفوں کی انتہائی قیمت کے بالمقابل رکھ کر گراف پیپر پر نقاط لگائے جائیں۔ پھر ان نقاط کو ملانے سے حاصل شدہ گراف کو مجموعی تعدد کی کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔

☆ شماریاتی اختصار کسی مواد کی وسطی (مرکز) کا تعین کرتا ہے۔

☆ کسی مواد کا اوسط حاصل کرنے کے لیے اس کی تمام قیمتوں کو جمع کر کے اس کی تعداد پر تقسیم کیا جاتا ہے۔

☆ کسی مواد کی عددی ترتیب میں درمیانی قیمت وسطانیہ کہلاتی ہے۔

☆ عادہ کسی مواد میں سب سے زیادہ بار آنے والی قیمت ہوتی ہے۔

☆ کسی غیر گروہی مواد کا حسابی اوسط اس کی تمام عددی قیمتوں کو جمع کر کے ان کی کل تعداد سے تقسیم کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔

☆ وسطانیہ کسی مواد کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے جبکہ کچھ اور قیمتیں مواد کے سیٹ کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرتی ہیں جو کہ پہلا، دوسرا اور تیسرا ربعی قاطع کہلاتے ہیں۔

☆ n مثبت قیمتوں $x_1, x_2, ...x_n$ کا ضربی اوسط ''G'' ان کے حاصل ضرب کا nواں مثبت جذر ہوتا ہے۔

☆ n قیمتوں $x_1, x_2, ..., x_n$ کا ہارمونک اوسط ''H'' ان قیمتوں کے ضربی معکوس قیمتوں کے حسابی اوسط کا ضربی معکوس قیمت ہوتا ہے۔

☆ تغیریت، معیاری انحراف کا مربع ہوتی ہے۔ یعنی کہ حسابی اوسط سے مواد کی قیمتوں کے فرق کے مربعوں کے اوسط کے برابر ہوتی ہے۔

☆ انتشار کی سادہ ترین پیمائش سعت (Range) ہے۔ سعت کسی مواد کی سب سے بڑی قیمت کا سب سے چھوٹی قیمت سے فرق ہوتی ہے۔

☆ معیاری انحراف تمام قیمتوں کے حسابی اوسط کی مواد کی قیمتوں کے فرق کے مربعوں کی اوسط کا مثبت جذر ہوتا ہے۔ n قیمتوں $x_1, x_2, ..., x_k$ کا معیاری انحراف ''S'' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

☆ اگر مواد میں $x_1, x_2, ..., x_n$ قیمتوں کے اوزان (weight) بالترتیب $w_1, w_2, ..., w_k$ ہوں تو اوزانی حسابی اوسط جو کہ $\bar{x}_w$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\bar{x}_w = \frac{\sum W_x}{\sum W}$$

معروضی سوالات

✿ درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔

-1 ایسا جدول جس میں ہر سکور / قدر کا تعدد دیا گیا ہو کہلاتا ہے۔

(a) کالمی جدول (b) دوری جدول (c) تعددی جدول (d) گروہی جدول

-2 کسی بھی قدر سے پہلے قدروں کے تعددات کے مجموعے کو ظاہر کرتا ہے۔

(a) گروہی تعدد (b) حقیقی تعدد (c) کالمی تعدد (d) مجموعی تعدد

-3 مرکزی رجحان کی اقسام ہوتی ہیں۔

(a) دو (b) تین (c) چار (d) پانچ

-4 مواد کی وسطی قیمت ہوتی ہے۔

(a) حسابی اوسط (b) عادہ (c) وسطانیہ (d) معیاری انحراف

-5 مواد کی قیمتوں کو ترتیب سے لکھنے پر درمیانی قیمت ہوتی ہے۔
(a) عادہ (b) تغیریت (c) حسابی اوسط (d) وسطانیہ

-6 وہ قیمت جس کی مواد میں سب سے زیادہ تکرار ہو۔
(a) وسطانیہ (b) مجموعہ (c) عادہ (d) حسابی اوسط

-7 حسابی اوسط کو ظاہر کرتے ہیں۔
(a) $\hat{X}$ سے (b) $\overline{X}$ سے (c) X سے (d) $\tilde{X}$ سے

-8 مجموعہ کو ظاہر کرتا ہے۔
(a) Σ (b) $\forall$ (c) $\angle$ (d) π

-9 X–A برابر ہے۔
(a) I کے (b) C کے (c) $\overline{X}$ کے (d) D کے

-10 اگر $\Sigma f = 120$, $\Sigma f D = 1400$, $A = 144.5$ ہو تو $\overline{X}$ کی قیمت ہوگی۔
(a) 156.07 (b) 156.17 (c) 156.27 (d) 156.37

-11 وسطانیہ معلوم کرنے کا فارمولا ہے۔
(a) $\left(\frac{n-1}{2}\right)$ ویں قدر (b) $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ویں قدر (c) $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ویں قدر (d) $\frac{n}{2}$ ویں قدر

-12 ضربی اوسط کو ظاہر کرتے ہیں۔
(a) N سے (b) A سے (c) G سے (d) P سے

-13 2,4 اور 8 کا ضربی اوسط ہے۔
(a) 2 (b) 4 (c) 8 (d) 16

-14 $\Sigma\left(x_1 - \overline{X}\right)$ برابر ہوتا ہے۔
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) −1

-15 کسی مشاہدہ میں آنے والی n متواتر قیمتوں کے سلسلے کو استعمال کرتے ہوئے اوسط نکالنا کہلاتا ہے۔
(a) متحرک اوسط (b) حسابی اوسط (c) ضربی اوسط (d) ہارمونک اوسط

-16 ربعی قاطع کو ظاہر کرتے ہیں۔
(a) Q_1, Q_2 (b) Q_1, Q_3 (c) Q_1, Q_2, Q_3 (d) Q_2, Q_3

-17 انتشار کی سادہ ترین پیمائش ہے۔
(a) تغیریت (b) سعت (c) انتصار (d) معیاری انحراف

-18 $X_m - X_o$ برابر ہوتا ہے۔
(a) R کے (b) G کے (c) H کے (d) M کے

-19 6,8,13,11,18,27,23 کا سعت ہوگا۔
(a) 19 (b) 20 (c) 21 (d) 23

-20 1,2,3,4,6,8,11 کا معیاری انحراف ہوگا۔
(a) 3.26 (b) 3.29 (c) 3.25 (d) 3.27

-21 1,2,3,4,6,8,11 کا تغیر یت ہوگا۔

(a) 10.80 (b) 10.82 (c) 10.86 (d) 10.89

-22 اگر $\sum fx = 1950$ اور $\sum f = 50$ ہو تو $\bar{x}$ ہوگا۔

(a) 36 (b) 37 (c) 38 (d) 39

-23 اگر $\sum f(x-\bar{x})^2 = 2260$ اور $\sum f = 50$ ہو تو S کی قیمت ہوگی۔

(a) 6.62 (b) 6.72 (c) 6.82 (d) 6.92

-24 $\sum(x_i - \bar{X}) = 0$ ایک خاصیت ہے۔

(a) ہارمونک اوسط کی (b) ضربی اوسط کی (c) تغیر یت کی (d) حسابی اوسط کی

جوابات:

-1 تعددی جدول -2 مجموعی تعدد -3 تین -4 حسابی اوسط

-5 وسطانیہ -6 عادہ -7 $\bar{X}$ -8 $\sum$

-9 D کے -10 156.17 -11 $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ویں قدر -12 G سے

-13 4 -14 0 -15 متحرک اوسط -16 $Q_1\, Q_2\, Q_3$

-17 سعت -18 R کے -19 21 -20 3.29

-21 10.86 -22 39 -23 6.72 -24 حسابی اوسط کی

❁ **مختصر سوالات کے جوابات تحریر کریں۔**

-1 تعدد سے کیا مراد ہے؟

جواب: جتنی مرتبہ دیئے گئے مواد میں کوئی قدر پائی جاتی ہے۔ وہی اس کا تعدد یا فریکوینسی کہلاتا ہے۔

-2 تعددی جدول کسے کہتے ہیں؟

جواب: ایسا جدول جس میں ہر سکور/قدر کا تعدد دیا گیا ہو تعددی جدول کہلاتا ہے۔

-3 کالمی نقشہ کسے کہتے ہیں؟

جواب: اگر ہر کالم کا رقبہ اس گروہ کے تعدد کے راست متناسب ہو تو ایسے نقشہ کو کالمی نقشہ کہتے ہیں۔

-4 تعددی کثیر الاضلاع سے کیا مراد ہے؟

جواب: تعددی کثیر الاضلاع بہت سارے اضلاع سے مل کر بننے والی بند شکل ہوتی ہے جسے بنانے کے لیے ہر گروہ کے کلاس مارک تعدد کے بالمقابل رکھ کر گراف پر نقاط لگائے جاتے ہیں پھر ان نقاط کو سیدھی لائنوں سے ملا دیا جاتا ہے۔

-5 مجموعی تعدد والا گراف کونسا ہوتا ہے؟

جواب: جب مجموعی تعدد کو آخری نقاط کے متعلقہ جماعتی وقفوں کے خلاف پلاٹ کیا جاتا ہے اور انہیں آپس میں ملایا جاتا ہے تو نتیجہ میں حاصل ہونے والے گراف کو مجموعی تعدد والا گراف یا (ogive) کہتے ہیں۔

-6 حسابی اوسط کی تعریف بیان کریں۔

جواب: کسی غیر گروہی مواد کا حسابی اوسط اس مواد کی تمام قیمتوں کو جمع کر کے ان قیمتوں کی تعداد پر تقسیم کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔

-7 حسابی اوسط کو معلوم کرنے کا فارمولا لکھیں۔

حل: $\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$ (غیر گروہی مواد کیلئے)

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{\sum f} \quad \text{(گروہی مواد کیلئے)}$$

-8 آٹھ آدمیوں کی انفرادی آمدنی 3000روپے، 4000روپے، 3500 روپے، 3800 روپے، 4500روپے، 4200روپے، 3600روپے اور 5400روپے ہے۔ ان کا حسابی اوسط معلوم کریں۔

حل:

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$= \frac{3000+4000+3500+3800+4500+4200+3600+5400}{8} = \frac{32000}{8} = 4000$$

-9 اگر $\sum fx = 1950$ اور $\sum f = 50$ ہو تو $\overline{X}$ معلوم کریں۔

حل:

$$\overline{X} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1950}{50} = 39$$

-10 فرضی اوسط سے حسابی اوسط کیسے معلوم کرتے ہیں۔

جواب:

$$D = X - A$$

$$\overline{X} = A + \frac{\sum D}{n} \quad \text{(غیر گروہی مواد)}$$

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fD}{\sum f} \quad \text{(گروہی مواد)}$$

-11 درج ذیل قیمتوں کا احسابی اوسط فرضی اوسط سے انحراف کے طریقے سے معلوم کریں۔

184, 191, 172, 168, 187, 189, 196, 189, 193, 195

حل: فرضی اوسط= A = 180

X	D = X − 180
184	4
191	11
172	−8
168	−12
187	7
189	9
196	16
189	9
193	13
195	15
—	$\sum D = 64$

$$\overline{X} = A + \frac{\sum D}{n}$$

$$= 180 + \frac{64}{10}$$

$$= 180 + 6.4$$

$$= 186.40$$

-12 وسطانیہ سے کیا مراد ہے؟
جواب: وسطانیہ کسی مواد کو عددی ترتیب میں لکھے جانے کے بعد اس کی وسطی قیمت ہوتی ہے۔

-13 مواد کے سیٹ 5,4,5,4,3,4,2,6 کا وسطانیہ معلوم کیجئے۔
حل: مواد کو ترتیب میں لکھنے سے 2,3,4,4,4,5,5,6

وسطانیہ = $\frac{n+1}{2}$ ویں قدر

= $\left(\frac{8+1}{2}\right)$ ویں قدر = 4.5 ویں قدر

یعنی وسطانیہ = $\frac{4+4}{2} = \frac{8}{2} = 4$

-14 مواد کے سیٹ کا وسطانیہ معلوم کیجئے۔ 5,4,5,4,3,4,2,6,8
حل: مواد کو ترتیب میں لکھنے سے 2,3,4,4,4,5,5,6,8

وسطانیہ = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ویں قدر

= $\left(\frac{9+1}{2}\right)$ ویں قدر = 5 ویں قدر

یعنی وسطانیہ = 4

-15 عادہ کی تعریف کریں۔
جواب: عادہ کسی مواد کے سیٹ میں سب سے زیادہ تعدد والی مقدار ہوتی ہے۔

-16 مواد کے سیٹ کا عادہ معلوم کریں۔ 6,2,4,3,4,5,4,5
جواب: مواد کو ترتیب میں لکھنے سے 2,3,4,4,4,5,5,6
چونکہ 4 کی تکرار سب سے زیادہ ہے۔
اس لیے عادہ = 4

-17 درج ذیل جدول میں عادہ جماعت کا تعین کریں۔
حل:

جماعتی وقفہ	تعدد
60 – 70	5
70 – 80	7
80 – 90	10
90 – 100	12
100 – 110	8
110 – 120	3
میزان	45

عادہ جماعت اس مواد میں سب سے زیادہ تعدد 12 والی جماعت (100 − 90) ہے

18- ضربی اوسط سے کیا مراد ہے؟

جواب: ضربی اوسط G ، n قیمتوں والے سیٹ $X_1\ X_2,\ldots\ldots,\ X_n$ کے لیے ان n قیمتوں کے حاصل ضرب کے n ویں جذر کے برابر ہوتا ہے۔

$$G = \sqrt[n]{x_1.x_2.\ldots\ldots x_k}$$

$$G = \left(x_1.x_2.\ldots\ldots x_k\right)^{\frac{1}{n}}$$

19- ضربی اوسط (گروہی مواد) سے کیسے معلوم کرتے ہیں۔

جواب: ضربی اوسط گروہی مواد سے درج ذیل طریقے سے معلوم کرتے ہیں۔

$$G = \left(x_1^{f_1}.x_2^{f_2}\ldots\ldots x_k^{f_k}\right)^{\frac{1}{n}}$$

20- درج ذیل تعددی مواد کا ضربی اوسط معلوم کیجئے۔

حل:

x	1	2	3	4
f	2	3	4	1

$$\Sigma f = 2+3+4+1 = 10$$

$$G = \left[(1)^2.(2)^3.(3)^4.(4)^1\right]^{\frac{1}{10}}$$

$$= \left[1\times8\times81\times4\right]^{\frac{1}{10}}$$

$$= (2592)^{\frac{1}{10}}$$

$$= 2.1946$$

21- ہارمونک اوسط (غیر گروہی مواد) سے کیا مراد ہے؟

جواب: $x_1, x_2,\ldots\ldots x_n$ قیمتوں والے گروہ کا ہارمونک اوسط ان قیمتوں کے ضربی معکوس کے حسابی اوسط کا ضربی معکوس ہوتا ہے۔

22- ہارمونک اوسط معلوم کرنے کا فارمولا لکھیں۔

حل:

(غیر گروہی مواد) $H = \dfrac{n}{\Sigma \frac{1}{x}}$

(گروہی مواد) $H = \dfrac{n}{\Sigma f \frac{1}{x}}$

-23 حسابی اوسط کی خصوصیات بیان کریں۔

حل: حسابی اوسط کی خصوصیات درج ذیل ہیں۔

(i) کسی مواد کی قیمتوں کے حسابی اوسط سے ان قیمتوں کے فرق کا مجموعہ صفر ہوتا ہے۔ $\sum f_i(x_i - \overline{X}) = 0$ یا

$$\sum(x_i - \overline{X}) = 0$$

(ii) اگر n_1 قیمتوں کا حسابی اوسط $\overline{x}_1$، n_2 قیمتوں کا حسابی اوسط $\overline{x}_2$ اور اسی طرح n_k قیمتوں کا حسابی اوسط $\overline{x}_k$ ہو تو ان تمام قیمتوں کا حسابی اوسط:

$$\overline{x} = \frac{n_1\overline{X}_1 + n_2\overline{X}_2 + \ldots + n_k\overline{X}_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

$$n_1 + n_2 + \ldots + n_k = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\overline{X}_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{\sum n\overline{X}}{\sum n}$$

(iii) کسی مواد کی قیمتوں کے کسی قیمت 'a' سے فرق کے مربعوں کا مجموعہ سب سے کم ہو گا اگر $a = \overline{x}$ علامتی طور پر $\sum(x_i - a)^2$ کی قیمت سب سے کم ہوگی اگر $a = \overline{x}$

-24 اوزانی اوسط سے کیا مراد ہے؟

جواب: اگر کسی مواد میں $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_k$ قیمتوں کے اوزان بالترتیب $w_1, w_2, \ldots\ldots, w_k$ ہوں تو اوزانی اوسط $\overline{X}_w$ کو یوں بیان کیا جاتا ہے۔

$$\overline{X}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

-25 متحرک اوسط کی تعریف کریں۔

جواب: کسی مشاہدہ میں آنے والی n متواتر قیمتوں کے سلسلے کو استعمال کرتے ہوئے اوسط نکالنا متحرک اوسط کہلاتا ہے۔

-26 ربعی قاطع سے کیا مراد ہے۔

جواب: مواد کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرنے والی قیمتوں کو ربعی قاطع کہتے ہیں۔

-27 زیریں ربعی قاطع کو کیسے معلوم کرتے ہیں۔

جواب: زیریں ربعی کو درج ذیل فارمولے سے معلوم کرتے ہیں۔

$$Q_1 = \left(\frac{n+1}{4}\right)$$ کے مقام پر آنے والی قیمت

28- بالائی ربعی قاطع کو کیسے معلوم کرتے ہیں؟

جواب: بالائی ربعی قاطع کو درج ذیل فارمولے سے معلوم کرتے ہیں۔

$$Q_3 = \frac{3(n+1)}{4}$$ کے مقام پر آنے والی قیمت

29- درج ذیل مواد کی سعت معلوم کیجیے۔

10,18,9,6,22

حل:

$$X_m = 22 \, , \, X_o = 6$$

$$R = X_m - X_0$$
$$= 22-6$$
$$= 16$$

30- تغیریت سے کیا مراد ہے۔

جواب: تغیریت معیاری انحراف کا مربع کہلاتی ہے۔ یعنی مواد کی اوسط سے انحراف کے مربعوں کی اوسط کے برابر ہے۔

31- تغیریت معلوم کرنے کا فارمولا تحریر کریں۔

جواب: تغیریت معلوم کرنے کا فارمولا درج ذیل ہے۔

$$S^2 = \frac{\Sigma\left(x-\overline{X}\right)^2}{n}$$ (غیر گروہی مواد)

$$S^2 = \frac{\Sigma f\left(x-\overline{X}\right)^2}{\Sigma f}$$ (گروہی مواد)

32- معیاری انحراف سے کیا مراد ہے؟

جواب: دیئے گئے مواد کے اوسط فرق کے مربعوں کی اوسط کا مثبت جذر ہوتی ہے۔

33- معیاری انحراف کو معلوم کرنے کا فارمولا تحریر کریں۔

جواب: معیاری انحراف کو معلوم کرنے کا فارمولا درج ذیل ہے۔

$$S = \frac{\sqrt{\Sigma\left(x-\overline{X}\right)^2}}{n}$$ (غیر گروہی مواد)

$$S = \frac{\sqrt{\Sigma f\left(x-\overline{X}\right)^2}}{\Sigma f}$$ (گروہی مواد)